

DPP No. : A1 (JEE-Main)
Total Marks : 65
Max. Time : 44 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.19
(3 marks, 2 min.)
[57, 38]
Match the Following (no negative marking) Q.20
(8 marks, 6 min.)
[08, 06]
DPP syllabus : Mathematical tools
ANSWER KEY OF DPP NO. : A1

- | | | | | | | |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (C) | 2. (A) | 3. (A) | 4. (B) | 5. (D) | 6. (C) | 7. (C) |
| 8. (A) | 9. (D) | 10. (C) | 11. (C) | 12. (C) | 13. (A) | 14. (B) |
| 15. (A) | 16. (C) | 17. (B) | 18. (A) | 19. (B) | | |
| 20. (a) → Q, (b) → P, (c) → R, (d) → Q, (e) → Q. | | | | | | |

1. If $\sin \theta = \frac{1}{3}$, then $\cos \theta$ will be - यदि $\sin \theta = \frac{1}{3}$, हो तो $\cos \theta$ का मान होगा -

- (A) $\pm \frac{8}{9}$ (B) $\pm \frac{4}{3}$ (C*) $\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (D) $\pm \frac{3}{4}$

Sol. $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$

2. Value of $\sin (37^\circ) \cos (53^\circ)$ is - $\sin (37^\circ) \cos (53^\circ)$ का मान है -

- (A*) $\frac{9}{25}$ (B) $\frac{12}{25}$ (C) $\frac{16}{25}$ (D) $\frac{3}{5}$

Sol. $\sin 37^\circ \times \cos 53^\circ = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

3. Convert 18 degree into radians. 18° को रेडियन में बदलो।

- (A*) $\frac{\pi}{10}$ rad (B) $\frac{\pi}{180}$ rad (C) $\frac{\pi}{18}$ rad (D) $\frac{18}{\pi}$

Sol. $= 18 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{10}$ rad.

4. $\sin (90^\circ + \theta)$ is - $\sin (90^\circ + \theta)$ होता है -

- (A) $\sin \theta$ (B*) $\cos \theta$ (C) $-\cos \theta$ (D) $-\sin \theta$

Sol. $\sin (90^\circ + \theta) = \cos \theta$

5. $\sec (\pi + \theta) =$

- (A) $\cos \theta$ (B) $\tan \theta$ (C) $\sec \theta$ (D*) $-\sec \theta$



6. $\sin 300^\circ$ is equal to $\sin 300^\circ$ बराबर है –

- (A) $1/2$ (B) $-1/2$ (C*) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Sol. $\sin 300^\circ = \sin (360 - 60) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. Value of $\tan 225^\circ$ is : $\tan 225^\circ$ का मान है –

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C*) 1 (D) -1

Sol. $\tan 225^\circ = \tan (180 + 45) = \tan 45^\circ = 1$

8. $\sin (750^\circ) =$

- (A*) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 0 (D*) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. Value of $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$ is : $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$ का मान है :

- (A) 1 (B) $1/2$ (C*) $1/4$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Sol. $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{2} = \frac{1}{4}$

11. If $y = e^x \cdot \cot x$ then $\frac{dy}{dx}$ will be यदि $y = e^x \cdot \cot x$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ होगा –

- (A) $e^x \cot x - \operatorname{cosec}^2 x$ (B) $e^x \operatorname{cosec}^2 x$ (C*) $e^x [\cot x - \operatorname{cosec}^2 x]$ (D) $e^x \cot x$

Sol. $y = e^x \cdot \frac{dy}{dx} \cot x$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= e^x (\cot x) + \cot x \frac{dy}{dx} (e^x) \\ &= e^x (-\operatorname{cosec}^2 x) + \cot x e^x \\ &= e^x [\cot x - \operatorname{cosec}^2 x] \end{aligned}$$

12. Equation of straight line is $2x + 3y = 5$. Slope of the straight line is :

सरल रेखा का समीकरण $2x + 3y = 5$ है तो सरल रेखा का ढाल है –

- (A) $3/2$ (B) $2/3$ (C*) $-2/3$ (D) $-3/2$

Sol. $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{3}$

Alter : $y = mx + c$

(ढाल slope) $m = -2/3$

13. Double differentiation of displacement w.r.t. time is :

विस्थापन सदिश का समय के सापेक्ष द्विअवकलन (दो बार अवकलन) होता है –

- (A*) acceleration (B) velocity (C) force (D) none of these
(A*) त्वरण (B) वेग (C) बल (D) कोई नहीं

Sol. $\frac{dx}{dt} = v \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \text{acceleration त्वरण}$

14. $\int x^3 dx$ is equal to : $\int x^3 dx$ का मान होगा :
 (A) $3x^2$ (B*) $\frac{x^4}{4} + C$ (C) $\frac{x^4}{4}$ (D) $4x^3$

Sol. $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$

15. $\int 2 \sin(x) dx$ is equal to : $\int 2 \sin(x) dx$ का मान होगा :
 (A*) $-2 \cos x + C$ (B) $2 \cos x + C$ (C) $-2 \cos x$ (D) $2 \cos x$

16. Find ज्ञात करो $\int \frac{dx}{ax+b}$
 (A) $\log_e(ax+b) + C$ (B) $a \log_e(ax+b) + C$ (C*) $C + \frac{1}{a} \log_e(ax+b)$ (D) $\frac{1}{b} \log_e(ax+b) + C$

Sol. $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \log_e(ax+b) + C.$

17. If $y = x^2 \sin(x^3)$, then $\int y dx$ will be :
 यदि $y = x^2 \sin(x^3)$, हो तो $\int y dx$ का मान होगा :
 (A) $-\cos(x^3) + C$ (B*) $\left(-\frac{\cos x^3}{3}\right) + C$ (C) $\cos(x^3) + C$ (D) $\left(\frac{\cos x^3}{3}\right) + C$

Sol. $y = x^2 \sin x^3$
 $\int x^2 \sin x^3 dx$ let $u = x^3 \Rightarrow du = 3x^2 dx$
 $\int \frac{\sin x dx}{3} = \frac{1}{3} (-\cos x) + C = -\frac{1}{3} \cos x^3 + C$

18. Evaluate मान ज्ञात करो $\int_0^{2\pi} 2 \sin(x) dx$
 (A*) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 2

19. Value of $\int_0^{\pi/2} \cos 3t . dt$ is
 $\int_0^{\pi/2} \cos 3t dt$ का मान है -

- (A) $\frac{2}{3}$ (B*) $-\frac{1}{3}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

Sol. $\int_0^{\pi/2} \cos 3t dt = \left[\frac{\sin 3t}{3} \right]_0^{\pi/2}$
 $= \frac{1}{3} [-1 - 0] = -\frac{1}{3}$

20. ✎ Match the following columns :
निम्न को सुमेलित कीजिए –

- | | |
|------------------------|--------------------|
| (a) $\sin 37^\circ$ | (P) $\frac{-3}{5}$ |
| (b) $\cos 127^\circ$ | (Q) $\frac{3}{5}$ |
| (c) $\tan 307^\circ$ | (R) $-\frac{4}{3}$ |
| (d) $\cos 307^\circ$ | (S) $\frac{4}{3}$ |
| (e) $\cos (-53^\circ)$ | (T) $\frac{3}{4}$ |

Ans. (a) \rightarrow Q, (b) \rightarrow P, (c) \rightarrow R, (d) \rightarrow Q, (e) \rightarrow Q.

Sol. (a) $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$

$$(b) \cos 127^\circ = \cos(180^\circ - 53^\circ) = -\cos 53^\circ = -\frac{3}{5}$$

$$\text{Since, } \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$$

$$(c) \tan 307^\circ = \tan(360^\circ - 53^\circ) = -\tan 53^\circ = -\frac{4}{3}$$

$$(d) \cos 307^\circ = \cos(360^\circ - 53^\circ) = \cos 53^\circ = \frac{3}{5}$$

$$(e) \cos(-53^\circ) = \cos 53^\circ = \frac{3}{5}$$

DPP No. : A2 (JEE-Advanced)
Total Marks : 41

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.4

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.5 to Q.6

Comprehension ('-1' negative marking) Q.7 to Q.9

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.10 to Q.12

Max. Time : 33 min.

(3 marks, 2 min.) [12, 08]

(4 marks 2 min.) [08, 04]

(3 marks 2 min.) [09, 06]

(4 marks 5 min.) [12, 15]

DPP syllabus : Mathematical tools
ANSWER KEY OF DPP NO. : A2

- | | | | | | |
|------------------------------------|------------------|----------------|-----------------------------|--------------|-----------|
| 1. (C) | 2. (B) | 3. (D) | 4. (C) | 5. (B)(C)(D) | 6. (C)(D) |
| 7. $-6\text{m/s}^2, 6\text{m/s}^2$ | 8. 3m/s | 9. 6m | 10. $15\hat{i} + 20\hat{j}$ | | |
| 11. 3 km north | 12. (5, 10) | | | | |

1. ✖ If \vec{A} and \vec{B} are two non-zero vectors such that $|\vec{A} + \vec{B}| = \frac{|\vec{A} - \vec{B}|}{2}$ and $|\vec{A}| = 2|\vec{B}|$ then the angle between \vec{A} and \vec{B} is :

यदि \vec{A} और \vec{B} दो अशून्य सदिश इस प्रकार हैं कि $|\vec{A} + \vec{B}| = \frac{|\vec{A} - \vec{B}|}{2}$ तथा $|\vec{A}| = 2|\vec{B}|$ तो \vec{A} और \vec{B} के बीच का कोण है—

- (A) 37° (B) 53° (C*) $\cos^{-1}(-3/4)$ (D) $\cos^{-1}(-4/3)$

2. A particle is moving with speed 6 m/s along the direction of $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, then its velocity is :

यदि कण 6 m/s से दिशा $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ के अनुदिश गतिशील है तो कण का वेग होगा—

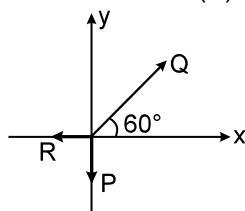
- (A) $(4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k})$ units (B*) $(4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ units
 (C) $(4\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$ units (D) $(2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ units

3. ✖ Three forces P, Q and R are acting on a particle in the plane, the angle between P and Q & Q and R are 150° and 120° respectively. Then for equilibrium, forces P, Q and R are in the ratio
 तीन बल P, Q व R एक कण पर एक तल में कार्यरत हैं, P व Q के मध्य कोण 150° व Q व R के मध्य कोण 120° है तो साम्यावस्था के लिए P, Q व R के अनुपात है —

- (A) 1 : 2 : 3 (B) $1 : 2 : \sqrt{3}$ (C) 3 : 2 : 1 (D*) $\sqrt{3} : 2 : 1$

Sol.

(D)



The particle is at rest under action of forces P, Q and R.
 P, Q तथा R बलों के प्रभाव में कण विराम पर रहेगा.

$$\therefore Q \sin 60^\circ = P \text{ and तथा } Q \cos 60^\circ = R \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} P = Q \text{ and तथा } 2R = Q$$

$$\Rightarrow P : Q : R = \frac{2}{\sqrt{3}} : 2 : 1$$

4. The displacement vector of the particle if it moves from A (3, 4, 5) to B(4, 5, 6) is

यदि कण A (3, 4, 5) से B(4, 5, 6) तक चलता है तो इसका विस्थापन सदिश होगा –

- (A) $3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ (B) $4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}$ (C*) $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ (D) $3\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$

Sol. Position vector of \vec{A} , $\vec{OA} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$

Position vector of \vec{B} , $\vec{OB} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}$

Displacement vector $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

$$= \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$$

\vec{A} , \vec{OA} का स्थिति सदिश $= 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$

\vec{B} , \vec{OB} का स्थिति सदिश $= 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}$

विस्थापन सदिश $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

$$= \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$$

5. Given vector sum of 4 vectors $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = 0$, which of the following statements are correct :

(A) \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} and \vec{d} must each be a null vector

(B*) The magnitude of $(\vec{a} + \vec{c})$ equals the magnitude of $(\vec{b} + \vec{d})$

(C*) The magnitude of \vec{a} can never be greater than the sum of the magnitude of \vec{b} , \vec{c} and \vec{d} .

(D*) $\vec{b} + \vec{c}$ must lie in the plane of \vec{a} and \vec{d} if \vec{a} and \vec{d} are not collinear, and along the line of \vec{a} and \vec{d} , if they are collinear.

दिया गया है $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = 0$ तो निम्न में से कौनसा सही है।

(A) \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} तथा \vec{d} प्रत्येक शून्य सदिश होगा।

(B*) $(\vec{a} + \vec{c})$ का परिमाण $(\vec{b} + \vec{d})$ के परिमाण के बराबर होगा।

(C*) \vec{a} का परिमाण \vec{b} , \vec{c} और \vec{d} के परिमाण के योग से अधिक नहीं हो सकता है।

(D*) यदि \vec{a} तथा \vec{d} रेखिक नहीं है तो $\vec{b} + \vec{c}$ हमेशा \vec{a} तथा \vec{d} के तल में तथा यदि रेखिक है तो \vec{a} तथा \vec{d} की दिशा में होगा

Ans. All statements except (a) are correct.

(a) के अलावा सभी कथन सत्य हैं।

6. The magnitude of the displacement is equal to the distance covered in a given interval of time if the particle.

(A) moves with constant acceleration along any path

(B) moves with constant speed

(C*) moves in same direction with constant velocity or with variable velocity

(D*) have acceleration and velocity in same direction.

एक दिये हुए समयान्तराल में विस्थापन का परिमाण तय की गई दूरी के बराबर है यदि कण

(A) अचर त्वरण से किसी भी पथ में गतिशील है।

(B) अचर चाल से गतिशील है।

(C*) समान दिशा में अचर वेग या चर वेग से गतिशील है।

(D*) वेग व त्वरण की दिशा समान रखता है।

Sol. To have distance equal to magnitude of displacement the particle has to move in same direction in straight line path.

दूरी विस्थापन के परिमाण के बराबर रखने के लिए कण समान दिशा में सरल रेखा के अनुदिश गतिशील होना चाहिए।

COMPREHENSION

At time t the position of a body moving such that its position varies with time and is given by $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ m.

किसी t क्षण पर किसी वस्तु की स्थिति समय के साथ बदलती है तथा $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ m से दी जाती है।

7. Find the body's acceleration each time the velocity is zero.

वस्तु का त्वरण प्रत्येक समय पर ज्ञात करो, जब वेग शून्य हो।

8. Find the body's speed each time the acceleration is zero

प्रत्येक समय पर चाल ज्ञात करो, जब वस्तु का त्वरण शून्य हो।

9. Find the total distance traveled by the body from $t = 0$ to $t = 2$ [4 Marks]

$t = 0$ से $t = 2$ के बीच कण द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात करो।

Ans (8) $-6\text{m/s}^2, 6\text{m/s}^2$ (9) 3m/s (10) 6m

10. If $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ & $\vec{b} = 7\hat{i} + 24\hat{j}$ then find the vector having the same magnitude as \vec{b} and same direction as \vec{a} is _____.

यदि $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ व $\vec{b} = 7\hat{i} + 24\hat{j}$ तो वह सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण \vec{b} के बराबर व दिशा \vec{a} के अनुदिश है _____.

Ans. $15\hat{i} + 20\hat{j}$

Sol. Let $\vec{c} = 3\lambda\hat{i} + 4\lambda\hat{j}$

Now, $(3\lambda)^2 + (4\lambda)^2 = 7^2 + 24^2$

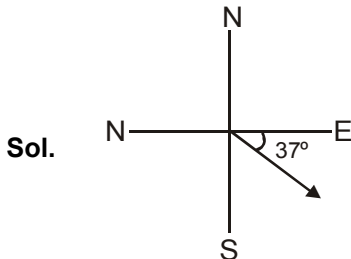
$\Rightarrow \lambda = 5$

$\therefore \vec{c} = 15\hat{i} + 20\hat{j}$

11. A sail boat sails 2 km due East, 5 km 37° South of East and finally an unknown displacement. If the final displacement of the boat from the starting point is 6 km due East, the third displacement is _____.

एक नाव पहले 2 km पूर्व की ओर फिर 37° पूर्व से दक्षिण की ओर 5 km और अन्त में एक अज्ञात विस्थापन तय करती है। यदि अन्त में नाव का विस्थापन प्रारम्भिक बिन्दु से पूर्व की ओर 6 km हो तो अज्ञात विस्थापन _____ है।

Ans. 3 km north.



$$\vec{D}_1 = 2\hat{i}$$

$$\vec{D}_2 = 5 \cos 37^\circ \hat{i} + 5 \sin 37^\circ (-\hat{j})$$

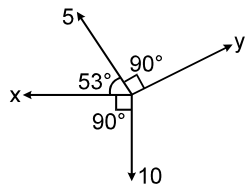
$$\vec{D}_3 = ?$$

$$\vec{D} = 6\hat{i}$$

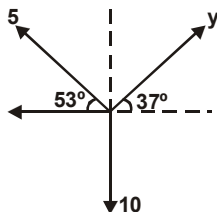
$$\vec{D}_3 = \vec{D} - \vec{D}_1 - \vec{D}_2$$

$$= 6\hat{i} - 2\hat{i} - 5 \times \frac{4}{5} \hat{i} - 5 \times \frac{3}{5} (-\hat{j})$$

12. Find the magnitude of the unknown forces X and Y if sum of all forces is zero.
यदि सभी बलों का योग शून्य हो तो, अज्ञात बलों X व Y के परिमाण ज्ञात करो –



Ans. (5, 10)
Sol.



$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Rightarrow x + 5 \cos 53^\circ - y \cos 37^\circ = 0$$

$$\Rightarrow x + 3 - \frac{4y}{5} = 0 \quad \Rightarrow \quad 5x + 15 - 4y = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$10 - 5 \sin 53^\circ - y \sin 37^\circ = 0$$

$$\Rightarrow 10 - 4 - \frac{3y}{5} = 0 \quad \Rightarrow 6 = \frac{3y}{5} \quad \Rightarrow y = 10$$

$$\therefore x = 5$$



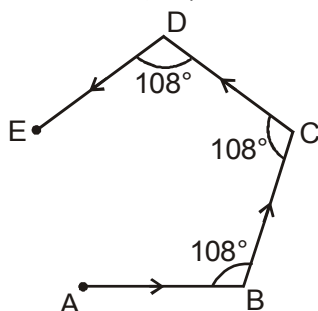
DPP No. : A3 (JEE–Main)

Total Marks : 61	Max. Time : 40 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.19	(3 marks, 2 min.) [57, 38]
Multiple choice objective ('-1' negative marking) Q.20	(4 marks, 2 min.) [04, 02]

ANSWER KEY OF DPP NO. : A3

1. (A)	2. (B)	3. (D)	4. (B)	5. (D)	6. (B)	7. (B)
8. (A)	9. (C)	10. (A)	11. (D)	12. (C)	13. (B)	14. (B)
15. (B)	16. (A)	17. (A)	18. (C)	19. (D)	20. (A) (B)	

1. A particle moves in a plane from A to E along the shown path. It is given that $AB = BC = CD = DE = 10$ metre. Then the magnitude of net displacement of particle is :
चित्रानुसार एक कण किसी समतल में पथ A से E के अनुदिश गति करता है। दिया गया है $AB = BC = CD = DE = 10$ मीटर, तब कण के कुल विस्थापन का परिमाण होगा।



- (A*) 10 m (B) 15 m (C) 5 m (D) 20 m
Sol. Given figure represents a regular pentagon so magnitude of $AE = 10$ metre.
दिया गया चित्र समपंचभुज को दर्शाता है अतः AE का परिमाण 10 m है।

2. A car covers a distance of 2 km in 2.5 minutes. If it covers half of the distance with speed 40 km/hr, the rest distance it shall cover with a speed of:
एक कार 2 km की दूरी 2.5 मिनट में तय करती है। यदि कार आधी दूरी 40 km/hr की चाल से तय करें तो अगली आधी दूरी किस चाल से तय करेगी।

- (A) 56 km/hr (B*) 60 km/hr (C) 48 km/hr (D) 50 km/hr
Sol. time taken by car to cover first half distance.

प्रथम आधी दूरी तय करने में कार द्वारा लिया गया समय

$$= \frac{1}{40} \text{ hr} = \frac{1}{40} \times 60 \text{ min} = 1.5 \text{ min.}$$

Remaining time बचा हुआ समय = $2.5 - 1.5 = 1 \text{ min.}$

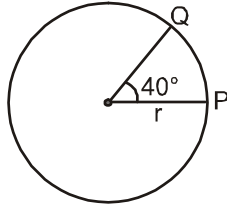
$$\text{required speed आवश्यक चाल} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ min}} = 60 \text{ km/hr}$$

Sol. From geometry (ज्यामिती से) $BC = 4\text{m}$ and (तथा) $AC = 2\sqrt{5}\text{ m}$.

$$\frac{AC}{u_1} = \frac{BC}{u_2} \quad \text{or} \quad \frac{u_1}{u_2} = \frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{5}}{4}$$

6. A particle is moving in a circle of radius r with speed v as shown in the figure. The magnitude of change in velocity in moving from P to Q is :

एक कण r त्रिज्या के वृत्त में v चाल से गतिमान है। (चित्र देखिए) P से Q तक चलने में वेग परिवर्तन का परिमाण होगा :

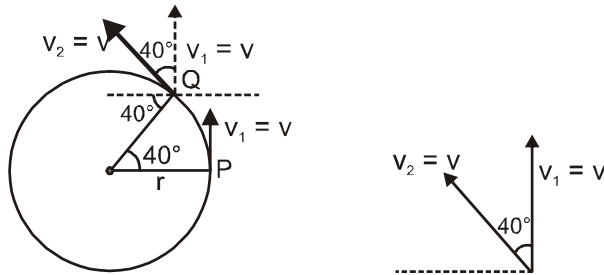


(A) $2v \cos 40^\circ$
कोई नहीं

(B*) $2v \sin 20^\circ$

(C) $2v \cos 20^\circ$

(D) none of these उपरोक्त में से



Sol.

$$\begin{aligned} |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \theta} \\ &= \sqrt{v^2 + v^2 - 2v^2 \cos 40^\circ} \\ &= \sqrt{2v^2(1 - \cos 40^\circ)} \\ &= \sqrt{2}v(\sqrt{1 - \cos 40^\circ}) \\ &= 2v \sin 20^\circ \end{aligned}$$

7. The instantaneous velocity of a particle is equal to time derivative of its position vector and the instantaneous acceleration is equal to time derivative of its velocity vector. Therefore:

किसी कण का तात्क्षणिक वेग स्थिति सदिश का समय के साथ अवकलन है और तात्क्षणिक त्वरण वेग सदिश का समय के साथ अवकलन है तो –

(A) the instantaneous velocity depends on the instantaneous position vector

तात्क्षणिक वेग, तात्क्षणिक स्थिति सदिश पर निर्भर करता है।

(B*) instantaneous acceleration is independent of instantaneous position vector and instantaneous velocity

तात्क्षणिक त्वरण, तात्क्षणिक स्थिति सदिश और तात्क्षणिक वेग से स्वतन्त्र है।

(C) instantaneous acceleration is independent of instantaneous position vector but depends on the instantaneous velocity

तात्क्षणिक त्वरण, तात्क्षणिक स्थिति सदिश पर तो निर्भर नहीं करता है परन्तु तात्क्षणिक वेग पर निर्भर करता है।

(D) instantaneous acceleration depends both on the instantaneous position vector and the instantaneous velocity.

तात्क्षणिक त्वरण, तात्क्षणिक स्थिति सदिश और तात्क्षणिक वेग दोनों पर निर्भर करता है।

Sol. (A), $\vec{r} = \hat{i}t + 4\hat{j}$, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \hat{i}$
 \vec{v} is independent of \vec{r} . (A) is false.
 \vec{v} , \vec{r} से स्वतंत्र है. (A) असत्य है
 (B) Let $\vec{v} = \hat{i}$
 Then तब, $\vec{a} = 0$
 So, \vec{a} is independent of \vec{v}
 So, B is true
 अतः, \vec{a} , \vec{v} से स्वतंत्र है.
 अतः B सत्य है।

Note: If यदि $\vec{r} = e^t \hat{i}$, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r}$$

$$\therefore \vec{r} = \vec{v} = \vec{a} \quad [\text{Think}]$$

8. The velocity of a car moving on a straight road increases linearly according to equation, $v = a + bx$, where a & b are positive constants. The acceleration in the course of such motion: (x is the distance travelled)
 सीधी सड़क पर गतिशील कार का वेग रेखीय रूप से, $v = a + bx$, की तरह निर्भर करता है, जहाँ a तथा b धनात्मक नियतांक हैं। इस गति के दौरान त्वरण का मान (x तय दूरी है)
 (A*) increases (B) decreases (C) stay constant (D) becomes zero
 (A*) बढ़ता है। (B) घटता है। (C) नियत रहता है। (D) शून्य हो जाता है।

Sol. $V = a + bx$
 (V increases as x increases)
 (x के बढ़ने के साथ x बढ़ता है)

$$\frac{dV}{dt} = b \frac{dx}{dt} = bV$$

hence acceleration increases as V increases with x .
 अतः त्वरण बढ़ता है क्योंकि V , x के साथ बढ़ता है।

9. A boy starts running from rest with constant acceleration. If he covers a distance of S_1 in the first 10 seconds and S_2 in the next 10 seconds, then choose the correct option.
 एक लड़का विरामावस्था से नियत त्वरण द्वारा गति प्रारम्भ करता है। यदि वह पहले 10 sec में S_1 दूरी तथा अगले 10 sec में S_2 दूरी तय करता हो तो सही विकल्प का चयन कीजिए।
 (A) $S_2 = S_1$ (B) $S_2 = 2S_1$ (C*) $S_2 = 3S_1$ (D) $S_2 = 4S_1$

Sol. $S_1 = \frac{1}{2}a(10)^2$
 $S_1 + S_2 = \frac{1}{2}a(20)^2$
 $\Rightarrow S_2 = 3 \times \frac{1}{2}a(10)^2$
 $\therefore \frac{S_2}{S_1} = 3$

10. Each of the four particles move along the x axis. Their coordinates (in meters) as function of time (in seconds) are given by

चार प्रत्येक कण x अक्ष के अनुदिश गतिशील है इनके निर्देशांक (मीटर में) समय के फलन के रूप में नीचे प्रदर्शित है

Particle कण 1 : $x(t) = 3.5 - 2.7t^3$

Particle कण 2 : $x(t) = 3.5 + 2.7t^3$

Particle कण 3 : $x(t) = 3.5 + 2.7t^2$

Particle कण 4 : $x(t) = 2.5 - 3.4t - 2.7t^2$

which of these particles is speeding up for $t > 0$?

कौनसा कण $t > 0$ के लिए वृद्धिमान चाल के साथ गतिशील है। ?

- (A*) All four (B) only 1 (C) only 1, 2 and 3. (D) only 2, 3 and 4
(A*) चारों सभी (B) केवल 1 (C) केवल 1, 2 तथा 3. (D) केवल 2, 3 तथा 4

Sol At $t = 0$

$\frac{dx}{dt} = 0$ for particles 1, 2 and 3 and $\left| \frac{d^2x}{dt^2} \right| > 0$ for $t > 0$

and $\frac{dx}{dt} = -3.4$ m/s for particle 4 and $\frac{d^2x}{dt^2}$ is negative for $t > 0$

Therefore for $t > 0$; $\left| \frac{dx}{dt} \right|$ is increasing in all.

Hindi

$t = 0$ पर

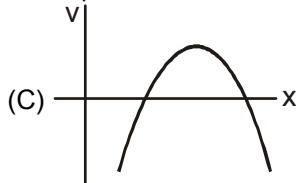
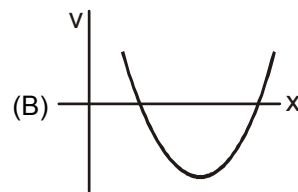
कण 1, 2 तथा 3 के लिए $\frac{dx}{dt} = 0$ है तथा $t > 0$ के लिए $\left| \frac{d^2x}{dt^2} \right| > 0$ है।

तथा कण 4 के लिए $\frac{dx}{dt} = -3.4$ m/s तथा $t > 0$ के लिए $\frac{d^2x}{dt^2}$ ऋणात्मक है।

इसलिए $t > 0$ के लिए ; $\left| \frac{dx}{dt} \right|$ सभी के लिए वृद्धिमान है।

11. For a particle moving along x-axis, which of the velocity versus position graphs given in options below is possible : (position is represented by x-coordinate of the particle)

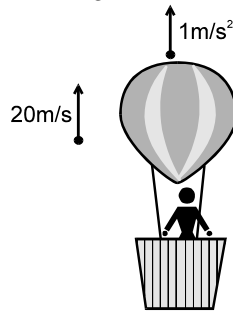
नीचे दिये गये वक्रों में से कौनसा वक्र x-अक्ष के अनुदिश गतिमान कण के वेग व स्थिति के मध्य सही वक्र होगा – (कण की स्थिति को x-निर्देशांक द्वारा प्रदर्शित किया गया है)



(D*) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. It is clearly visible from all graphs that as x-increases. Velocity changes sign. Since this is not possible, no graph represents the possible motion.
सभी ग्राफों से यह पूर्ण रूप से स्पष्ट है कि वेग की दिशा में परिवर्तन करने पर भी कण का x निर्देशांक निरन्तर बढ़ता है जो सम्भव नहीं है। अतः कोई ग्राफ कण की गति को प्रदर्शित नहीं करता है।

12. A balloon is moving with constant upward acceleration of 1 m/s^2 . A stone is thrown from the balloon downwards with speed 10 m/s with respect to the balloon. At the time of projection balloon is at height 120 m from the ground and is moving with speed 20 m/s . The time required by the stone to fall on the ground after the projection will be - ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
 एक गुब्बारा ऊपर की ओर नियत त्वरण 1 m/s^2 से जा रहा है। एक पत्थर को गुब्बारे से नीचे की ओर गुब्बारे के सापेक्ष 10 m/s की चाल से फेंका जाता है। प्रक्षेपण के समय गुब्बारे की जमीन से ऊँचाई 120 m है और चाल 20 m/s है। प्रक्षेपण के कितनी देर बाद पत्थर जमीन पर पहुँचेगा - ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- (A) 4 sec. (B) 5 sec. (C*) 6 sec. (D) None of these इनमें से कोई

नहीं

Sol. With respect to balloon
 120 m
 $10 \text{ m/s}, 11 \text{ m/s}^2$

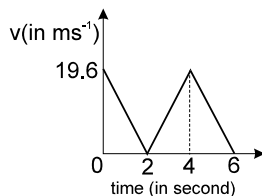
$20 \text{ m/s}, 1 \text{ m/s}^2$

$$120 = -10t + 5t^2$$

$$t^2 - 2t - 24 = 0$$

$$t = 6 \text{ sec.}$$

13. The velocity - time graph of a particle is as shown in figure
 किसी कण का वेग समय वक्र प्रदर्शित है -



- (A) It moves with a constant acceleration throughout
 यह हमेशा नियत त्वरण से गतिमान है।
 (B*) It moves with an acceleration of constant magnitude but changing direction at the end of every two second
 यह हमेशा नियत परिमाण के त्वरण से चलता है परन्तु त्वरण की दिशा प्रत्येक दो सेकण्ड के बाद बदल जाती है।
 (C) The displacement of the particle is zero
 कण का विस्थापन शून्य है।
 (D) The velocity becomes zero at $t = 4$ second
 कण का वेग $t = 4$ सेकण्ड पर शून्य है।

14. At a particular instant velocity and acceleration of a particle are $(-\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})\text{m/s}$ and $(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})\text{m/s}^2$ respectively at the given instant particle's speed is :
 (A) increasing (B*) decreasing (C) constant (D) can't be say
 किसी विशेष क्षण पर कण का वेग तथा त्वरण क्रमशः $(-\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})\text{m/s}$ तथा $(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})\text{m/s}^2$ है तो इस क्षण कण की चाल

(A) बढ़ रही है (B*) घट रही है (C) नियत है (D) कुछ नहीं कह सकते

Sol. $\vec{v} = -\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$
 $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$
 $\vec{a} \cdot \vec{v} = -3 - 1 + 2 < 0$ hence $\theta > 90^\circ$ between \vec{a} and \vec{v}
 so speed is decreasing
 $\vec{a} \cdot \vec{v} = -3 - 1 + 2 < 0$ चूंकि \vec{a} तथा \vec{v} के मध्य $\theta > 90^\circ$ है।
 अतः चाल घटेगी।

15. A particle has initial velocity, $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ and a constant force $\vec{F} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$ acts on the particle. The path of the particle is :

एक कण का प्रारम्भिक वेग, $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ हैं एवं एक नियत बल $\vec{F} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$ कण पर कार्यरत है। कण का पथ है :

(A) straight line (B*) parabolic (C) circular (D) elliptical
 (A) सरल रेखा (B*) परवलय (C) वृत्ताकार (D) दीर्घवृत्ताकार

Sol. (B)
 For constant acceleration if angle between initial velocity makes an oblique angle with acceleration then path will be parabolic. Here $\theta = 90^\circ$
 नियत त्वरण के लिए यदि प्रारम्भिक वेग त्वरण के साथ एक नियत कोण बनाता है तो पथ परवलयिक होगा।

16. The position of a particle is given by, $x = 3t^2 - 5$ & $y = 2t$. Find the velocity vector of the particle.
 कण की स्थिति $x = 3t^2 - 5$ तथा $y = 2t$ द्वारा दी जाती है। कण का वेग सदिश ज्ञात करो :

(A*) $6t\hat{i} + 2\hat{j}$ (B) $-6t\hat{i} + 2\hat{j}$
 (C) $6t\hat{i} - 2\hat{j}$ (D) none of these इनमें से कोई नहीं

17. A particle moves in x-y plane according to equations, $x = 4t^2 + 5t + 16$ & $y = 5t$. The acceleration of the particle will be:

एक कण x-y तल में समीकरण, $x = 4t^2 + 5t + 16$ तथा $y = 5t$ के अनुसार गति करता है। कण का त्वरण होगा।

(A*) 8 m/sec^2 (B) 13 m/sec^2 (C) 14 m/sec^2 (D) none of these इनमें से कोई नहीं

18. A particle has an initial velocity (i.e., at $t = 0$) of $3\hat{i} + 4\hat{j}$ (m/s) and an acceleration of $0.4\hat{i} + 0.3\hat{j}$ (m/s²). The speed of particle at $t = 10$ sec is :

एक कण का प्रारम्भिक वेग (अर्थात् $t = 0$ पर) $3\hat{i} + 4\hat{j}$ (m/s) है तथा त्वरण $0.4\hat{i} + 0.3\hat{j}$ (m/s²) है। $t = 10$ sec पर कण की चाल है -

(A) 7 m/s (B) $7/\sqrt{2}\text{ m/s}$ (C*) $7\sqrt{2}\text{ m/s}$ (D) $14\sqrt{2}\text{ m/s}$

Sol. $\vec{v} = \vec{u} + \vec{a}t$ when \vec{a} is constant
 \therefore velocity at $t = 10$ sec.
 जब \vec{a} नियत है $\vec{v} = \vec{u} + \vec{a}t$
 \therefore $t = 10$ sec पर वेग है।
 is $\vec{v} = (3\hat{i} + 4\hat{j}) + 10(0.4\hat{i} + 0.3\hat{j})$
 $= 7\hat{i} + 7\hat{j}$
 $\therefore v = 7\sqrt{2}\text{ m/s}$

19. A particle is projected with speed 10 m/s at angle 60° with the horizontal. Then the time after which its speed becomes half of initial -
 एक कण को क्षैतिज से 60° कोण पर 10 m/s की चाल से प्रक्षेपित किया जाता है तो प्रारम्भिक चाल की आधी चाल होने में लिया गया समय होगा -

(A) $\frac{1}{2}$ sec. (B) 1 sec. (C) $\sqrt{3/2}$ sec. (D*) $\sqrt{3}/2$ sec.

Sol. $u \cos 60^\circ = 5$, $V_y = u \sin 60^\circ - 10t$
 $V^2 = (u \sin 60^\circ - 10t)^2 + (u \cos 60^\circ)^2$

$$\frac{u^2}{4} = \left(u \frac{\sqrt{3}}{2} - 10t \right)^2 + \frac{u^2}{4}$$

$$\Rightarrow 10t = \frac{10\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

20. If $x = 3t^2 - 8t + 5$, find the velocity of the particle when position of the particle is zero.

यदि $x = 3t^2 - 8t + 5$, तब जब कण की स्थिति शून्य है तब कण का वेग ज्ञात करो।

(A*) - 2 (B*) + 2 (C) 3 (D) none of these इनमें से कोई नहीं

DPP No. : A4 (JEE-Advanced)
Total Marks : 48
Max. Time : 38 min.

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.1 to Q.4

(4 marks 2 min.) [20, 10]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.5 to Q.8

(3 marks 2 min.) [12, 08]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.9 to Q.12

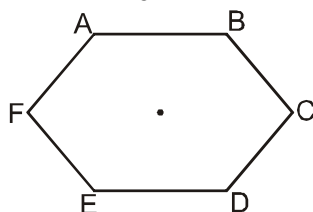
(4 marks 5 min.) [16, 20]

ANSWER KEY OF DPP NO. : A4

- | | | | | |
|---------------|--------------------------------------|--------------|----------------------------|--------------|
| 1. (A) (C)(D) | 2. (B)(C) (D) | 3. (A)(B)(C) | 4. (A) (B) (C) | 5. (A) |
| 6. (C) | 7. \hat{i} | 8. (C) | 9. $14\hat{i} + 48\hat{j}$ | 10. 2.25 m/s |
| 11. 30 m | 12. $D = V \times t_0 = a\omega t_0$ | | | |

1. A particle moves with constant speed v along a regular hexagon ABCDEF in the same order. Then the magnitude of the average velocity for its motion from A to :
- एक कण नियत चाल v से षष्ठभुज ABCDEF के अनुदिश समान क्रम में गति कर रहा है। इसकी गति में कण का औसत वेग A से :

- | | | | |
|----------------------------|---------------------------|------------------------------------|------------------|
| (A*) F is $\frac{v}{5}$ | (B) D is $\frac{v}{3}$ | (C*) C is $\frac{v\sqrt{3}}{2}$ | (D*) B is v . |
| (A*) F तक $\frac{v}{5}$ है | (B) D तक $\frac{v}{3}$ है | (C*) C तक $\frac{v\sqrt{3}}{2}$ है | (D*) B तक v है |

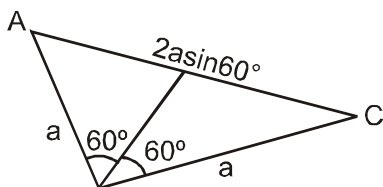
Sol.

 Let side length is a माना भुजा की लम्बाई a है।

From A to B A से B तक

$$\bar{v} = \frac{\text{displacement}}{\text{time}} = \frac{a}{a/v} = v \quad (\text{option D}) \quad (\text{विकल्प D})$$

From A to C A से C तक

$$\bar{v} = \frac{2a \sin 60^\circ}{(2a/v)} = \frac{2a \frac{\sqrt{3}}{2}}{2a/v} = \frac{\sqrt{3}}{2} v \quad (\text{option C}) \quad (\text{विकल्प C})$$



$$\bar{v} = \frac{2a}{(3a/v)} = \frac{2v}{3}$$

From A to D A से D तक

from A to F A से F तक

$$\bar{v} = \frac{a}{\left(\frac{5a}{v}\right)} = v/5 \text{ (option A) (विकल्प A)}$$

A ————— F

2. ✎ A particle is moving along x-axis such that its position is given by $x = 4 - 9t + \frac{t^3}{3}$ where t is time in seconds, x is in meters. Mark the correct statement(s) :
- (A) Direction of motion is not changing at any of the instants
 (B*) Direction of the motion is changing at $t = 3$ seconds
 (C*) For $0 < t < 3$ sec. the particle slowing down
 (D*) For $3 < t < 6$ sec. the particle is speeding up

एक कण x-अक्ष के अनुदिश इस प्रकार गतिशील है कि इसकी स्थिति $x = 4 - 9t + \frac{t^3}{3}$ द्वारा दी गई है जहां t सेकण्ड में

है, x मीटर में है। सही विकल्पों का चयन कीजिए।

- (A) गति की दिशा किसी भी क्षण परिवर्तित नहीं होती है।
 (B*) गति की दिशा $t = 3$ sec पर परिवर्तित होती है।
 (C*) $0 < t < 3$ sec के लिए, कण की चाल घटेगी
 (D*) $3 < t < 6$ sec के लिए, कण की चाल बढ़ेगी

Sol. $v = \frac{dx}{dt} = 0 - 9 + \frac{3t^2}{3}$

$$v = t^2 - 9$$

$$v = 0 \text{ है at } t = 3 \text{ पर}$$

$$\text{Also, तथा } a = 2t \text{ है}$$

The particle's velocity will be zero at $t = 3$ sec. where it changes its direction of motion. For $0 < t < 3$ sec. v is -ve and a is +ve so particle is slowing down.

कण की चाल $t = 3$ sec पर शून्य है। जहां इसकी गति की दिशा परिवर्तित होती है। $0 < t < 3$ sec के लिए v -ve है व a +ve है अतः कण की चाल घटेगी।

3. ✎ A stone is projected vertically upwards at $t = 0$ second. The net displacement of stone is zero in time interval between $t = 0$ second to $t = T$ seconds. Pick up the **CORRECT** statement.

$t = 0$ सेकण्ड पर एक पत्थर को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। $t = 0$ सेकण्ड से $t = T$ सेकण्ड के बीच के समयान्तराल में पत्थर का नेट विस्थापन शून्य है। सत्य कथन छांटिये –

(A*) From time $t = \frac{T}{4}$ second to $t = \frac{3T}{4}$ second, the average velocity is zero.

(B*) The change in velocity from time $t = 0$ to $t = \frac{T}{4}$ second is same as change in velocity from $t = \frac{T}{8}$ second to $t = \frac{3T}{8}$ second

(C*) The distance travelled from $t = 0$ to $t = \frac{T}{4}$ second is larger than distance travelled from $t = \frac{T}{4}$ second to $t = \frac{3T}{4}$ second

(D) The distance travelled from $t = \frac{T}{2}$ second to $t = \frac{3T}{4}$ second is half the distance travelled from $t = \frac{T}{2}$ second to $t = T$ second.

(A*) समय $t = \frac{T}{4}$ सेकण्ड से $t = \frac{3T}{4}$ सेकण्ड तक, औसत वेग शून्य है।

(B*) समय $t = 0$ से $t = \frac{T}{4}$ सेकण्ड तक वेग में परिवर्तन वही है जो समय $t = \frac{T}{8}$ सेकण्ड से $t = \frac{3T}{8}$ सेकण्ड तक वेग में परिवर्तन है।

(C*) समय $t = 0$ से $t = \frac{T}{4}$ सेकण्ड तक तय की गई दूरी समय $t = \frac{T}{4}$ सेकण्ड से $t = \frac{3T}{4}$ सेकण्ड तक तय की गई दूरी से अधिक है।

(D) समय $t = \frac{T}{2}$ सेकण्ड से $t = \frac{3T}{4}$ सेकण्ड तक तय की गई दूरी समय $t = \frac{T}{2}$ सेकण्ड से $t = T$ सेकण्ड तक तय की दूरी की आधी है।

Sol. (Tough) At $t = \frac{T}{4}$ and $t = \frac{3T}{4}$, the stone is at same height,

Hence average velocity in this time interval is zero.

Change in velocity in same time interval is same for a particle moving with constant acceleration.

Let H be maximum height attained by stone, then distance travelled from $t = 0$ to $t = \frac{T}{4}$ is $\frac{3}{4}H$ and from

$t = \frac{T}{4}$ to $t = \frac{3T}{4}$ distance travelled is $\frac{H}{2}$.

From $t = \frac{T}{2}$ to $t = T$ sec distance travelled is H and from $t = \frac{T}{2}$ to $t = \frac{3T}{4}$ distance travelled is $\frac{H}{4}$.

Sol. $t = \frac{T}{4}$ तथा $t = \frac{3T}{4}$ पर पत्थर समान ऊँचाई पर होगा

अतः इससमय अन्तराल के लिए औसत वेग शून्य है।

वेग में समय अन्तराल के लिए परिवर्तन समान है। एक कण के नियत त्वरण के साथ गति के लिए

माना कण द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई H है। तब $t = 0$ से $t = \frac{T}{4}$ तक तय दूरी $\frac{3}{4}H$ होगी। $t = \frac{T}{4}$ से $t = \frac{3T}{4}$ तक तय दूरी $\frac{H}{2}$ है।

$t = \frac{T}{2}$ से $t = T$ तक तय दूरी H है तथा $t = \frac{T}{2}$ से $t = \frac{3T}{4}$ तक तय दूरी $\frac{H}{4}$ है।

4. ✎ A particle of mass m moves along a curve $y = x^2$. When particle has x – co-ordinate as $\frac{1}{2}m$ and x-component of velocity as $4m/s$ then, at this instant :

m द्रव्यमान का कण वक्र $y = x^2$ के अनुदिश गतिशील है जब कण का x-निर्देशांक $\frac{1}{2}m$ तथा वेग x-घटक 4 मीटर/से. है तो –

(A*) the position coordinate of particle are $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})m$

कण के स्थिति निर्देशांक $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})m$ होंगे।

(B*) the velocity of particle will be along the line $4x - 4y - 1 = 0$.

कण का वेग रेखा $4x - 4y - 1 = 0$ के अनुदिश होगा।

(C*) the magnitude of velocity at that instant is $4\sqrt{2}$ m/s

इस स्थिति पर कण के वेग का परिमाण $4\sqrt{2}$ m/s होगा।

(D) the magnitude of angular momentum of particle about origin at that position is 0.

मूल बिन्दु के परितः इस स्थिति पर कण के कोणीय संवेग का परिमाण शून्य होगा।

Sol. On the curve वक्र पर

$$y = x^2 \quad \text{at } x = 1/2 \text{ पर}$$

$$y = \frac{1}{4}$$

Hence the coordinate $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

Differentiating : $y = x^2$

अतः निर्देशांक $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

अवकलन करने पर : $y = x^2$

$$v_y = 2xv_x$$

$$v_y = (4) = 4 \text{ m/s}$$

Which satisfies the line

जो रेखा को सन्तुष्ट करता है

$$4x - 4y - 1 = 0 \quad (\text{tangent to the curve}) \quad (\text{वक्र की स्पर्श रेखा})$$

& magnitude of velocity :

तथा वेग का परिमाण :

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

As the line $4x - 4y - 1$ does not pass through the origin, therefore (D) is not correct.

रेखा $4x - 4y - 1$ मूल बिन्दु से नहीं गुजरती इसलिए (D) सही नहीं है।

Comprehension # 1#

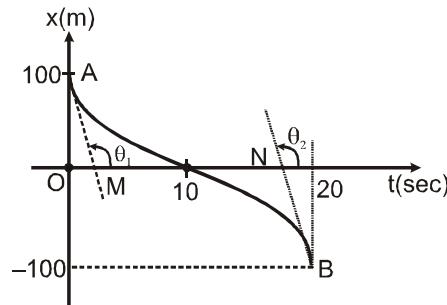
Read the following write up and answer the questions based on that.

The graph below gives the coordinate of a particle travelling along the X-axis as a function of time. AM is the tangent to the curve at the starting moment and BN is tangent at the end moment ($\theta_1 = \theta_2 = 120^\circ$)

अनुच्छेद # 1

निम्न अनुच्छेद को पढ़कर इस पर आधारित प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

x-अक्ष के अनुदिश गतिमान कण के निर्देशांक समय के फलन के रूप में आरेख द्वारा दर्शाया गया है। AM तथा BN क्रमशः प्रारम्भिक तथा अन्तिम क्षण पर आरेख पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं। ($\theta_1 = \theta_2 = 120^\circ$).



5. The average velocity during the first 20 seconds is
प्रथम 20 सैकण्ड के दौरान औसत वेग है -
(A*) - 10 m/s (B) 10 m/s (C) zero शून्य (D) 20 m/s
6. The average acceleration during the first 20 seconds is
प्रथम 20 सैकण्ड के दौरान औसत त्वरण है -
(A) - 1 m/s² (B) 1 m/s² (C*) zero शून्य (D) 2 m/s²
7. The direction (\hat{i} or $-\hat{i}$) of acceleration during the first 10 seconds is _____.
प्रथम 10 सैकण्ड के दौरान त्वरण की दिशा (\hat{i} अथवा $-\hat{i}$) _____ है।

Ans. \hat{i}

8. Time interval during which the motion is retarded.

समयान्तराल जिसमें गति मन्दित है

(A) 0 to 20sec.

(B) 10 to 20sec.

(C*) 0 to 10sec.

(D) None of these

(A) 0 से 20 सैकण्ड

(B) 10 से 20 सैकण्ड

(C*) 0 से 10 सैकण्ड

(D) इनमें से कोई नहीं

Sol. (1 to 4)

$$(1) \quad \langle \vec{v} \rangle = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{-100 - 100}{20} = -10 \text{ m/s}$$

$$(2) \quad (C) \quad \langle \vec{a} \rangle = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{\tan \theta_2 - \tan \theta_1}{20} = 0 \quad (\text{since चूंकि } \theta_2 = \theta_1)$$

(3) during first 10 sec, speed decreases प्रथम 10 सेकण्ड में चाल घटेगी।

∴ acceleration is opposite to the velocity

∴ त्वरण वेग के विपरीत दिशा में है

∴ acceleration is in \hat{i} त्वरण \hat{i} दिशा में है

(4) (C) during first 10 sec., the slope of x-t curve decreases in negative direction

∴ motion is retarded.

t = 0 to t = 10 s

प्रथम 10 सेकण्ड में x-t आरेख का ढाल ऋणात्मक दिशा में घटता है अतः गति अवमंदित है

t = 0 से t = 10 s

Ans. (1) -10m/s (2) 0 (3) \hat{i} (4) t = 0 to t = 10 s

9. A particle whose speed is 50 m/s moves along the line from A (2,1) to B (9, 25). Find its velocity vector in the form of $a\hat{i} + b\hat{j}$.

एक कण जिसकी चाल 50 m/s है एक सरल रेखा के अनुदिश A (2,1) से B (9, 25) तक गति करता है उसका वेग सदिश $a\hat{i} + b\hat{j}$ के रूप में ज्ञात करो।

Ans. $14\hat{i} + 48\hat{j}$

Sol. Position vector of point A = $2\hat{i} + \hat{j}$

बिन्दु A का स्थिति सदिश = $2\hat{i} + \hat{j}$

Position vector of point B = $9\hat{i} + 25\hat{j}$

बिन्दु B का स्थिति सदिश = $9\hat{i} + 25\hat{j}$

$$\therefore \quad \overline{AB} = (9\hat{i} + 25\hat{j}) - (2\hat{i} + \hat{j}) = 7\hat{i} + 24\hat{j}$$

Unit vector in the direction of \overline{AB}

\overline{AB} की दिशा में इकाई सदिश

$$\hat{AB} = \frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|} = \frac{7\hat{i} + 24\hat{j}}{25}$$

$$\therefore \quad \vec{v} = 50\hat{AB} = 14\hat{i} + 48\hat{j}$$

10. A particle moves in a straight line with an acceleration $a \text{ ms}^{-2}$ at time 't' seconds where $a = -\frac{1}{t^2}$.

When t = 1 the particle has a velocity of 3 ms^{-1} then find the velocity when t = 4

एक कण सरल रेखा में t समय पर $a \text{ ms}^{-2}$ के त्वरण से गतिमान है। जहाँ $a = -\frac{1}{t^2}$ है। t = 1 पर कण का वेग 3 ms^{-1}

है तो t = 4 पर कण का वेग होगा।

Ans. 2.25 m/s

$$\text{Sol. } a = \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{t^2} \Rightarrow \int_3^v dv = -\int_1^4 \frac{1}{t^2} dt$$

$$\Rightarrow v - 3 = \left[\frac{1}{t} \right]^4 = \frac{1}{4} - 1 \Rightarrow v = 3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = 2.25 \text{ m/s.}$$

11. The velocity of a particle is given by $\vec{v} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ in m/s for time interval $t = 0$ to $t = 10$ sec. Find the distance travelled by the particle in given time interval.

समयान्तराल $t = 0$ से $t = 10$ sec के लिए कण का वेग $\vec{v} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ m/s में दिया गया है। दिये गये समयान्तराल में कण द्वारा तय की गई दूरी होगी।

Sol. Speed of particle is कण की चाल है

$$|\vec{v}| = \sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (2)^2}$$

$$|\vec{v}| = 3 \text{ m/sec}$$

$$S = \int_0^{10} |\vec{v}| dt = \int_0^{10} 3 dt = \left[3t \right]_0^{10}$$

$$S = 30 \text{ m}$$

Ans. 30 m

12. A point moves in the x-y plane according to the law $x = a \sin \omega t$, $y = a(1 - \cos \omega t)$. Find the distance travelled by particle in first t_0 seconds.

एक बिन्दु x-y तल में $x = a \sin \omega t$ व $y = a(1 - \cos \omega t)$ के अनुसार गति करता है। प्रथम t_0 सैकण्ड में कण द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात करो।

Sol. $D = V \times t_0 = a\omega t_0$

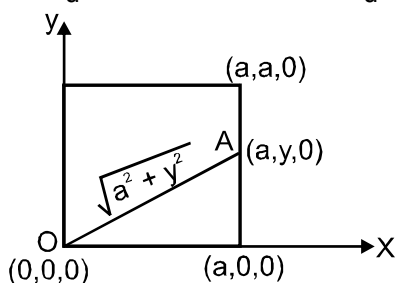
DPP No. : A5 (JEE-Advanced)
Total Marks : 47
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.5
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.6 to Q.8
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.9 to Q.11
Match the Following (no negative marking) Q.12
Max. Time : 37 min.
(3 marks, 2 min.) [15, 10]
(4 marks 2 min.) [12, 06]
(4 marks 5 min.) [12, 15]
(8 marks, 6 min.) [08, 06]
ANSWER KEY OF DPP NO. : A5

- | | | | | | |
|---------------|--|--------|--|--------|--------------|
| 1. (C) | 2. (A) | 3. (C) | 4. (A) | 5. (D) | 6. (B)(C)(D) |
| 7. (A)(B) (D) | 8. (A) (B) (C) (D) | 9. 15° | 10. $\sqrt{\frac{11}{2}}$ m, $\frac{3}{2}$ | | |
| 11. 2 | 12. (a) Q,R,S (b) P,Q,S (c) P, Q (d) Q, S, R | | | | |

1. An ant is at a corner of a cubical room of side 'a'. The ant can move with a constant speed u. The minimum time taken to reach the farthest corner of the cube is:

एक चींटी घनाकार कमरे (भुजा a) के एक कोने पर स्थित है वह नियत चाल u से गति कर सकती है। घन के सबसे दूर स्थित कोने पर जाने के लिए उसको न्यूनतम कितना समय लगेगा।

- (A) $\frac{3a}{u}$ (B) $\frac{\sqrt{3}a}{u}$ (C*) $\frac{\sqrt{5}a}{u}$ (D) $\frac{(\sqrt{2}+1)a}{u}$

Sol.


Let B = (a, a, a)

Dist. = OA + AB

$$T = \frac{\text{Dist}}{\text{Speed}} = \frac{OA + AB}{u}$$

$$T = \frac{1}{u} \left[\sqrt{a^2 + y^2} + \sqrt{(a-y)^2 + a^2} \right]$$

$$\frac{dT}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{2y}{2\sqrt{a^2 + y^2}} + \frac{2(a-y)(-1)}{2\sqrt{(a-y)^2 + a^2}} = 0$$

$$\frac{y^2}{a^2 + y^2} = \frac{a^2(a-y)^2}{(a-y)^2 + a^2}$$

$$y^2(a-y)^2 + a^2 y^2 = a^2(a^2 - y^2) + y^2(a-y)^2$$

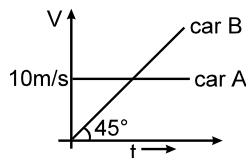
$$\Rightarrow y^2 = (a-y)^2$$

$$\Rightarrow y = a - y \Rightarrow y = a/2$$

$$T_{\min} = \frac{1}{u} \left[2\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} \right] = \frac{1}{u} \left[\sqrt{4a^2 + a^2} \right] = \frac{\sqrt{5}a}{u}$$

2. Initially car A is 10.5 m ahead of car B. Both start moving at time $t = 0$ in the same direction along a straight line. The velocity time graph of two cars is shown in figure. The time when the car B will catch the car A, will be

प्रारम्भ में कार A, कार B से 10.5 m आगे है। दोनों $t = 0$ पर एक सरल रेखा के अनुदिश गति प्रारम्भ करती है। दोनों कारों का वेग समय ग्राफ चित्र में दर्शाया गया है। वह समय जब कार B, कार A को पकड़ लेगी, होगा –



- (A*) $t = 21$ sec (B) $t = 2\sqrt{5}$ sec (C) 20 sec. (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Ans. (A)

Hint : $x_A = x_B$

$$10.5 + 10t = \frac{1}{2}at^2$$

$$a = \tan 45^\circ = 1$$

$$t^2 - 20t - 21 = 0$$

$$t = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 84}}{2}$$

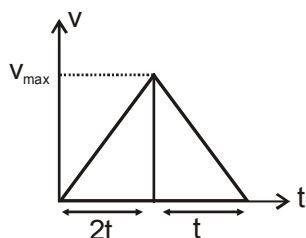
$$t = 21 \text{ sec.}$$

3. A car starts from rest & again comes to rest after travelling 200 m in a straight line. If its acceleration and deceleration are limited to 10 m/s^2 & 20 m/s^2 respectively then minimum time the car will take to travel the distance is -

एक कार विरामावस्था से प्रारम्भ होती है तथा सरल रेखा में 200 m दूरी तय करने के पश्चात यह पुनः विरामावस्था में आ जाती है। यदि इसका त्वरण तथा मंदन क्रमशः 10 m/s^2 तथा 20 m/s^2 तक सीमित है तो दूरी तय करने में कार द्वारा लगा न्यूनतम समय होगा—

- (A) 20 s (B) 10 s (C*) $2\sqrt{15}$ s (D) $\frac{20}{3}$ s

Sol.



$$\frac{V_{\max}}{2t} = 10$$

$$\therefore V_{\max} = 20t$$

Area of graph ग्राफ का क्षेत्रफल

$$\therefore \frac{1}{2} V_{\max} \times 3t = 200$$

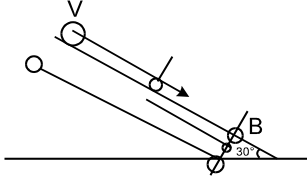
$$\Rightarrow \frac{3}{2} t \times 20t = 200$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{20}{3}}$$

$$\text{total time कुल समय} = 3t = 2\sqrt{15} \text{ sec}$$

4. Two particles at a distance 5m apart, are thrown towards each other on an inclined smooth plane with equal speeds 'v'. It is known that both particles move along the same straight line. Find the value of v if they collide at the point from where the lower particle is thrown. Inclined plane is inclined at an angle of 30° with the horizontal. [take $g = 10\text{m/s}^2$]
 दो कण जो 5m दूरी पर हैं, क्षैतिज से 30° झुके चिकने नततल पर समान वेग 'v' से एक दूसरे की तरफ प्रक्षेपित किये जाते हैं। यह ज्ञात है कि दोनों कण एक ही सरल रेखा के अनुदिश गतिमान हैं। यदि दोनों उस बिन्दु पर टकराते हैं। जहाँ से नीचे वाला कण प्रक्षेपित किया गया था। तो v का मान होगा – [take $g = 10\text{m/s}^2$]
 (A*) 2.5 m/sec (B) 5 m/sec (C) 7.5 m/sec (D) 10 m/sec

Hint :



Down the plane समतल के नीचे $5 = v \cdot t + \frac{1}{2} (g \sin \theta) t^2$ (1)

at the plane समतल पर $0 = v - g \sin \theta t^1 \Rightarrow t^1 = \frac{v}{g \sin \theta}$

$t = 2t^1 = \frac{2v}{g \sin \theta}$ [time taken by B back to initial position]

[B द्वारा पुनः प्रारम्भिक स्थिति पर पहुँचने में लिया गया समय]

$5 = \frac{2 \cdot v^2}{g \sin \theta} + \frac{1}{2} \frac{g \sin \theta \cdot 4v^2}{g^2 \sin^2 \theta}$

$10 g \sin \theta = 8v^2 \quad v = \sqrt{\frac{10 \times 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)}{8}} = \sqrt{\frac{100}{16}} = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ m/sec.}$

5. In ground to ground projection, if range 'R' is related to time of flight 'T' according to relation $R = \frac{15}{4} T^2$, then the angle of projection θ with the horizontal direction is : (Take $g = 10 \text{ m/s}^2$)
 जमीन से जमीन पर प्रक्षेपण के लिए परास 'R', उड़यन काल 'T' पर $R = \frac{15}{4} T^2$ के अनुसार निर्भर करती है, तो क्षैतिज दिशा से बनाया गया प्रक्षेपण कोण θ होगा। ($g = 10 \text{ m/s}^2$ लेवें)
 (A) 30° (B) 45° (C) 37° (D*) 53°

Ans.

Sol. $R = \frac{15}{4} T^2$

$\frac{2u^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{15}{4} \frac{4u^2 \sin^2 \theta}{g^2}$

$\frac{2g}{15} = \tan \theta$

$\tan \theta = \frac{4}{3}$

$\theta = 53^\circ$

Sol. $\frac{u^2 \times 2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{15}{2 \times 2} \times \frac{4u^2 \sin^2 \theta}{g}$

$$\cos \theta = \frac{15}{10 \times 2} \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{4}{3} \text{ Ans.}$$

6. The displacement 'x' of a particle varies with time according to the relation, $x = \frac{a}{b} (1 - e^{-bt})$, where a & b are positive constants. Then:

एक कण का विस्थापन 'x' समय के साथ सम्बन्ध $x = \frac{a}{b} (1 - e^{-bt})$, के अनुसार परिवर्तित होता है जहाँ a तथा b

धनात्मक नियतांक है तब :

(A) at $t = 1/b$, the displacement of the particle is a/b

(B*) the velocity and acceleration of the particle at $t = 0$ are a & $-ab$ respectively

(C*) the particle cannot reach a point whose distance is $> a/b$ from its starting position

(D*) the particle will never come back to its starting point.

(A) $t = 1/b$, पर कण का विस्थापन a/b है।

(B*) $t = 0$ पर कण का वेग तथा त्वरण क्रमशः a तथा $-ab$ है।

(C*) कण उस बिन्दु पर नहीं पहुँच सकता जिसकी प्रारम्भिक स्थिति से दूरी a/b से अधिक है।

(D*) कण उसके प्रारम्भिक बिन्दु पर वापिस कभी नहीं आयेगा

7. A particle moves along a straight line and its velocity depends on time 't' as $v = 4t - t^2$. Here v is in m/sec. and t is in second. Then for the first 5 seconds :

(A*) Magnitude of average velocity is $\frac{5}{3}$ m/s (B*) Average speed is $\frac{13}{5}$ m/s

(C) Average speed is $\frac{11}{5}$ m/s (D*) Average acceleration is -1 m/s^2

एक कण सरल रेखा के अनुदिश गतिशील है और इसका वेग समय 't' पर $v = 4t - t^2$ के अनुसार निर्भर करता है। यहाँ v m/s में है तथा t सेकण्ड में है। तब प्रथम 5 सेकण्ड के लिए

(A*) औसत वेग का परिमाण $\frac{5}{3}$ m/s है (B*) औसत चाल $\frac{13}{5}$ m/s है

(C) औसत चाल $\frac{11}{5}$ m/s है (D*) औसत त्वरण -1 m/s^2 है

Sol. Average velocity औसत वेग = $\frac{S}{\Delta t} = v_{\text{avg}}$

$$S = \int_0^5 v dt = \int_0^5 (4t - t^2) dt = \frac{25}{3} \text{ m}$$

$$v_{\text{avg}} = \frac{25/3 \text{ m}}{5 \text{ sec.}} = \frac{5}{3} \text{ m/sec}$$

$$\text{Average speed} = \frac{\text{distance covered}}{\text{time taken}} = \frac{\text{distance}}{\Delta t}$$

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{तय की गई दूरी}}{\text{लिया गया समय}} = \frac{\text{दूरी}}{\Delta t}$$

$$\text{Distance दूरी} = \int_0^4 v dt + \int_4^5 (-v) dt$$

$$= \frac{32}{3} + \frac{7}{3} = \frac{39}{3} \text{ m} = 13 \text{ m}$$

$$\text{Average speed औसत चाल} = \frac{13\text{m}}{5\text{sec}}$$

$$\text{Average acceleration औसत त्वरण } (a_{\text{avg}}) = \frac{V_f - V_i}{\Delta t}$$

$$V_f = 4 \times 5 - 5^2 = 20 - 25 = -5$$

$$V_i = 0$$

$$a_{\text{avg}} = \frac{-5 - 0}{5} = -1 \text{ m/s}^2$$

8. A particle is thrown with velocity 10 m/sec at an angle of 37° with vertical, then at the time of projection : ($g = 10\text{m/s}^2$)

एक कण को उर्ध्वाधर से 37° के कोण पर 10 m/sec के वेग से फेंका जाता है, तो प्रक्षेपण के समय पर : ($g = 10\text{m/s}^2$)

(A*) Acceleration of particle in line of velocity is 8m/s^2

(B*) Acceleration of particle perpendicular to line of velocity is 6m/s^2

(C*) Velocity of particle in line of acceleration is 8m/sec

(D*) Velocity of particle perpendicular to line of acceleration is 6m/sec .

(A*) वेग की रेखा में कण का त्वरण 8m/s^2 है

(B*) वेग की रेखा के लम्बवत् कण का त्वरण 6m/s^2 है

(C*) त्वरण की रेखा में कण का वेग 8m/sec हैं

(D*) त्वरण की रेखा के लम्बवत् कण का वेग 6m/sec है

9. Two balls are moving on the same smooth horizontal plane. Their velocity components along one edge of the square plane are $10\sqrt{3}$ & 20 m/s . Their velocity components along a perpendicular edge are 30 & 20 m/s . Find the angle between their directions of motion.

दो गेंदें एक ही चिकने क्षैतिज तल पर गति कर रही हैं। एक कोर के अनुदिश इनके वेगों के घटक 10 व 20 m/s हैं। जबकि दूसरी लम्बवत् कोर के अनुदिश इनके वेगों के घटक 30 व 20 m/s हैं। इनकी गति की दिशाओं के बीच कोण ज्ञात कीजिये।

Ans: 15°

Sol. , $\vec{v}_A = 10\sqrt{3} \hat{i} + 30\hat{j}$ $\vec{v}_B = 20\hat{i} + 20\hat{j}$

$$\cos\theta = \frac{\vec{v}_A \cdot \vec{v}_B}{|\vec{v}_A| |\vec{v}_B|} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \theta = 15^\circ$$

10. Two mosquitos move in space such that their x,y,z coordinate at any time are given as $(3t + 1, 4t, 2t^2 - 1)$, $(4t + 1, 3t + 3, 2t^2)$ all in meters. Find the minimum distance between these two and corresponding time.

दो मच्छर अन्तरिक्ष में इस प्रकार गति करते हैं कि किसी समय t पर उनके x, y, z निर्देशांक $(3t + 1, 4t, 2t^2 - 1)$ तथा $(4t + 1, 3t + 3, 2t^2)$ हैं। सभी मीटर में हैं। दोनों के मध्य न्यूनतम दूरी व सम्बन्धित समय ज्ञात कीजिए।

Ans. $\sqrt{\frac{11}{2}} \text{ m}, \frac{3}{2}$

Sol. Distance r between these two is

इन दोनों के मध्य दूरी r है

$$r^2 = t^2 + (t - 3)^2 + 1^2 = 2(t^2 - 3t + 5)$$

r^2 will be minimum or maximum when r is minimum or maximum as $r \geq 0$

r^2 न्यूनतम या अधिकतम होगा जब r न्यूनतम या अधिकतम है जैसाकि $r \geq 0$ है।

$r \geq 0$ so assume अतः माना $r^2 = c$

$$\frac{dc}{dt} = 2(2t - 3) = 0 \Rightarrow 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}$$

$$\frac{d^2c}{dt^2} = 2(2t) \text{ which is positive hence } r \text{ is minimum put } t = \frac{3}{2} \text{ to find } r_{\text{min}} = \sqrt{\frac{11}{2}} \text{ m.}$$

जो धनात्मक है अतः r न्यूनतम है, $t = \frac{3}{2}$ रखने पर $r_{\min} = \sqrt{\frac{11}{2}}$ m प्राप्त होता है।

11. Two particles A and B move in x-y plane such that both have constant acceleration $\vec{a}_A = -10\hat{j} \text{ m/s}^2$ and $\vec{a}_B = -5\hat{j} \text{ m/s}^2$ respectively. The velocities of particles at $t = 0$ are $\vec{u}_A = -5\hat{i} + 20\hat{j} \text{ m/s}$ and $\vec{u}_B = 2.5\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m/s}$. At time $t=0$, particle A is at origin and particle B is at point having coordinates (5 meters, 0). Find the instant of time in seconds at which angle between velocity of A and velocity of B is 180° .

दो कण A व B, x-y तल में इस प्रकार गति करते हैं कि उनके नियत त्वरण क्रमशः $\vec{a}_A = -10\hat{j} \text{ m/s}^2$ तथा $\vec{a}_B = -5\hat{j} \text{ m/s}^2$ है। $t = 0$ पर कण का वेग $\vec{u}_A = -5\hat{i} + 20\hat{j} \text{ m/s}$ तथा $\vec{u}_B = 2.5\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m/s}$ है। $t = 0$ पर एक कण A मूल बिन्दु पर है तथा कण B उस बिन्दु पर है जिसके निर्देशांक (5 meters, 0) है। वह समय (सैकण्ड में) ज्ञात कीजिये जब A तथा B के वेगों के मध्य कोण 180° होगा।

Ans. 2

Sol. At $t = 2$ sec. y component of velocity of A and B is zero and x-components are in opposite direction. $t = 2$ सै. पर A तथा B के वेग के y घटक शून्य है एवं वेग के x घटक परस्पर विपरीत दिशा में होंगे।

12. Match the following निम्न को सुमेलित कीजिए –

Column I

- (a) Instantaneous speed
(b) Instantaneous velocity
(c) Average velocity
(d) Average speed

स्तम्भ I

- (a) तात्क्षणिक चाल
(b) तात्क्षणिक वेग
(c) औसत वेग
(d) औसत चाल

Column II

- (P) is a vector quantity
(Q) Its magnitude can decrease with time
(R) Will remain constant for a particle moving uniformly in a circle
(S) Does not depend on the initial and final position only but depends on the motion in between

स्तम्भ II

- (P) यह सदिश राशि है।
(Q) इसका परिमाण समय के साथ बदलता है।
(R) एक समान रूप से वृत्त में घूमते हुए कण के लिए यह नियत रहेगी।
(S) केवल प्रारम्भिक तथा अन्तिम स्थिति पर निर्भर नहीं करता यद्यपि दोनों स्थितियों के मध्य गति पर निर्भर करता है।

Ans. (a) Q,R,S (b) P,Q,S (c) P, Q (d) Q, S, R

Sol. Instantaneous speed decreases with time as distance travelled can decrease with time. In a circular motion, velocity changes as direction of motion changes but speed remains constant for uniformly moving object. Whereas, average velocity changes. Instantaneous speed is different at different instants/positions, whereas average velocity depends only on initial and final position. Similarly average speed depends only on initial and final positions and its magnitude can decrease with time. It will also remain constant for a particle moving uniformly in a circle. क्षणिक चाल समय के साथ घटेगी। वृत्ताकार गति में, वेग परिवर्तित होता है परन्तु चाल अपरिवर्तित रहती है। अतः औसत वेग परिवर्तित होता है। क्षणिक चाल हर समय भिन्न होती है। जबकि औसत वेग प्रारम्भिक तथा अन्तिम स्थिति पर निर्भर करती है इसी प्रकार औसत चाल अन्तिम तथा प्रारम्भिक स्थिति पर निर्भर करती है। नियत वृत्ताकार पथ हेतु इसका मान नियत रहता है।

DPP No. : A6 (JEE–Main)
Total Marks : 61
Single choice Objective ('–1' negative marking) Q.1 to Q.19
One or more than one options correct type ('–1' negative marking) Q.20
Max. Time : 40 min.
(3 marks, 2 min.) [57, 38]
(4 marks 2 min.) [04, 02]
ANSWER KEY OF DPP NO. : A6

1. (C)	2. (B)	3. (C)	4. (D)	5. (A)	6. (B)	7. (A)
8. (A)	9. (B)	10. (D)	11. (C)	12. (B)	13. (C)	14. (A)
15. (C)	16. (B)	17. (B)	18. (A)	19. (A)	20. (A)(B)(D)	

1. The position x of a particle varies with time (t) as $x = at^2 - bt^3$. The acceleration will be equal to zero at time:

किसी कण की स्थिति समय t पर निम्न प्रकार से निर्भर करती है, $x = at^2 - bt^3$ । वह समय जब त्वरण शून्य होगा—

- (A) $\frac{2a}{3b}$ (B) $\frac{a}{b}$ (C*) $\frac{a}{3b}$ (D) zero शून्य

2. For a particle moving along a straight line, the displacement x depends on time t as $x = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta$. The ratio of its initial acceleration to its initial velocity depends:

एक कण सरल रेखा के अनुदिश गतिशील है इसका विस्थापन x समय t पर निम्न प्रकार से निर्भर करता है, $x = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta$. प्रारम्भिक त्वरण तथा प्रारम्भिक वेग का अनुपात ज्ञात कीजिए।

- (A) only on α & β (B*) only on β & γ (C) only on α & γ (D) only on α
 (A) केवल α तथा β पर (B*) केवल β तथा γ पर (C) केवल α तथा γ पर (D) केवल α पर

3. Mark the correct statement(s). (सही कथन को इंगित कीजिये)

(A) if speed of a body is varying, its velocity must be varying and it must have zero acceleration

(यदि एक वस्तु की चाल बदलती है तो उसका वेग निश्चित रूप से परिवर्तित होगा तथा उसका त्वरण शून्य होगा)

(B) if velocity of a body is varying, its speed must be varying

(यदि वस्तु का वेग परिवर्तित होता है तो उसकी चाल भी निश्चित रूप से परिवर्तित होगी)

(C*) a body moving with varying velocity may have constant speed

(वस्तु जो परिवर्तित वेग से गतिमान है, की चाल नियत रह सकती है)

(D) a body moving with varying speed may have constant velocity if its direction of motion remains constant.

(एक वस्तु जो परिवर्ती चाल से गतिमान है, का वेग नियत रह सकता है यदि उसकी दिशा नियत रहती है)

- Sol.** If speed of a particle changes, the velocity of the particle definitely changes and hence the acceleration of the particle is nonzero. Velocity of a particle change without change in speed. When speed of a particle varies, its velocity cannot be constant.

- हल** यदि एक कण की चाल बदलती है, तो कण का वेग निश्चित रूप से बदलता है तथा इसलिये कण का त्वरण अशून्य है। एक कण का वेग इसकी चाल बदले बिना भी बदल जाता है। जब एक कण की चाल बदलती है, तो इसका वेग नियत नहीं हो सकता है।

4. ✎ One car moving on a straight road covers one third of the distance with 20 km/h and the rest with 60 km/h. The average speed of the car is
सीधी सड़क पर गति करती हुई एक कार एक तिहाई दूरी को 20 km/h से तथा शेष को 60 km/h से तय करती है।
कार की औसत चाल होगी –

(A) 40 km/h (B) 80 km/h (C) $46\frac{2}{3}$ km/h (D*) 36 km/h

Sol. Let S be total distance covered.

$$\text{Average speed} = \frac{S}{\frac{S/3}{60} + \frac{2S/3}{60}} = 36 \text{ km/h}$$

हल माना कि कुल चली गई दूरी S है।

$$\text{औसत चाल} = \frac{S}{\frac{S/3}{60} + \frac{2S/3}{60}} = 36 \text{ km/h}$$

5. Which of the following is a correct relation ? निम्न में से कौनसा सम्बन्ध सही है—

(A*) Speed = |Velocity| (B) Average speed = |Average velocity|

(C) $\frac{d}{dt} \text{ speed} = \left| \frac{d}{dt} \text{ velocity} \right|$ (D) Distance = |Displacement|

(A*) चाल = |वेग|

(B) औसत चाल = |औसत वेग|

(C) $\frac{d}{dt} \text{ चाल} = \left| \frac{d}{dt} \text{ वेग} \right|$

(D) दूरी = |विस्थापन|

Sol. Speed is defined as magnitude of velocity.

परिभाषा से चाल वेग का परिमाण होता है।

6. The speed of a particle moving along a straight line becomes half after every next second (in every one second speed is constant). The initial speed is v_0 . The total distance travelled by the particle will be -
एक सीधी रेखा में गतिशील एक कण की चाल प्रत्येक अगले सैकण्ड के बाद आधी हो जाती है। प्रारम्भिक चाल v_0 है।
कण द्वारा तय की गई कुल दूरी होगी –

(A) v_0 (B*) $2v_0$ (C) ∞ (D) None इनमें से कोई नहीं

Sol. Distance दूरी = $v_0 \times 1 + \frac{v_0}{2} \times 1 + \frac{v_0}{4} \times 1 + \dots$

$$= v_0 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right) = 2v_0$$

7. Position of a particle at any instant is given by $x = 3t^2 + 1$, where x is in m and t in sec. Its average velocity in the time interval $t = 2$ sec to $t = 3$ sec will be :

किसी क्षण कण की स्थिति $x = 3t^2 + 1$, द्वारा दी जाती है। यहाँ x मीटर में तथा t सैकण्ड में है। $t = 2$ सैकण्ड से $t = 3$ सैकण्ड अन्तराल में इसका औसत वेग होगा :

(A*) 15 m/s

(B) 12 m/s

(C) 18 m/s

(D) 6 m/s

Sol. $t = 3$ sec.

$$x = 3 \times 3^2 + 1 = 28 \text{ m}$$

$t = 2$ sec.

$$x = 3 \times 2^2 + 1 = 13 \text{ m}$$

$$\text{Displacement विस्थापन} = 28 - 13 = 15 \text{ m}$$

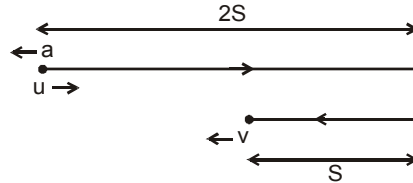
$$V_{\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15 \text{ m}}{1 \text{ sec}} = 15 \text{ m/sec.}$$

8. For a particle undergoing rectilinear motion with uniform acceleration, the magnitude of displacement is one third the distance covered in some time interval. The magnitude of final velocity is less than magnitude of initial velocity for this time interval. Then the ratio of initial speed to the final speed for this time interval is :

एकसमान त्वरण से सरल रेखीय गति करते हुये एक कण के लिए, कुछ समय अन्तराल में विस्थापन का परिमाण चली गई दूरी का एक तिहाई होता है। इस समय अन्तराल के लिए अंतिम वेग का परिमाण प्रारम्भिक वेग के परिमाण से कम होता है, तो इस समय अन्तराल के लिए प्रारम्भिक चाल तथा अंतिम चाल का अनुपात है –

- (A*) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) 3

Sol. Let u and v denote initial and final velocity, then the nature of motion is indicated in diagram माना u तथा v प्रारम्भिक व अंतिम वेग को बताते हैं तब गति की प्रकृति को चित्र में बताया है।



Hence initial and final speed are given by equation

अतः प्रारम्भिक तथा अंतिम चालों को निम्न समीकरणों द्वारा दी जायेगी

$$0^2 = u^2 - 2a \times 2S \quad \text{and और} \quad v^2 = 0^2 + 2as$$

$$\therefore v = \frac{u}{\sqrt{2}} \quad \text{or} \quad \frac{u}{v} = \sqrt{2} \quad \text{Ans.}$$

9. A particle is thrown upwards from ground. It experiences a constant air resistance force which can produce a retardation of 2 m/s^2 . The ratio of time of ascent to the time of descent is : [$g = 10 \text{ m/s}^2$]

एक कण को जमीन से ऊपर की ओर फेंका जाता है। यह हवा का नियत प्रतिरोधी बल महसूस करता है जो कि कण के वेग की दिशा के विपरीत 2 m/s^2 का मंदन उत्पन्न कर सकता है। जाने का समय और आने के समय का अनुपात होगा? [$g = 10 \text{ m/s}^2$]

- (A) 1 : 1 (B*) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

Sol. (B)

Let a be the retardation produced by resistive force, t_a and t_d be the time ascent and descent respectively.

If the particle rises upto a height h

माना कि प्रतिरोध बल के कारण उत्पन्न मंदन a है। ऊपर जाने व नीचे आने के समय का अनुपात क्रमशः t_a व t_d है। यदि कण h ऊँचाई तक जाता है।

$$\text{तब then } h = \frac{1}{2} (g + a) t_a^2 \quad \text{and तथा } h = \frac{1}{2} (g - a) t_d^2$$

$$\therefore \frac{t_a}{t_d} = \sqrt{\frac{g-a}{g+a}} = \sqrt{\frac{10-2}{10+2}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad \text{Ans.}$$

10. For a particle moving along x-axis, the acceleration a of the particle in terms of its x-coordinate x is given by $a = -9x$, where x is in meters and a is in m/s^2 . Take acceleration, velocity and displacement in positive x-direction as positive. The initial velocity of particle at $x = 0$ is $u = +6 \text{ m/s}$. The velocity of particle at $x = 2 \text{ m}$ will be :

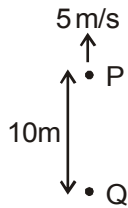
x -अक्ष के अनुदिश गतिमान कण का त्वरण उसके x -निर्देशांक के पदों में $a = -9x$ द्वारा दिया जाता है जहाँ x मीटर में और त्वरण a , m/s^2 में है। कण का $x = 0$ पर प्रारम्भिक वेग $u = +6 \text{ m/s}$ है। (धनात्मक x -दिशा में त्वरण, वेग तथा विस्थापन को धनात्मक लिया गया है।) $x = 2$ मीटर पर कण का वेग होगा।

- (A) $+6\sqrt{2} \text{ m/s}$ (B) $-6\sqrt{2} \text{ m/s}$ (C) 72 m/s (D*) 0

Sol. $v \frac{dv}{dx} = -9x \Rightarrow \int_6^v v dv = \int_0^2 -9x dx$

$$\Rightarrow \frac{v^2 - 6^2}{2} = -18 \quad \text{or} \quad v = 0$$

11. A ball is thrown vertically upwards with an initial velocity of 5 m/sec from point P as shown. Q is a point 10 m vertically below the point P. Then the speed of the ball at point Q will be : (take $g = 10 \text{ m/s}^2$ and neglect air resistance)
 चित्र में दर्शाये अनुसार एक गेंद को 5 m/sec के प्रारम्भिक वेग से बिन्दु P से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है। P से 10 मी. ऊर्ध्वाधर नीचे बिन्दु Q स्थित है। बिन्दु Q पर गेंद की चाल ज्ञात कीजिये ($g = 10 \text{ m/s}^2$ एवं वायु घर्षण को नगण्य मानिये)



- Sol. (A) 7.5 m/sec (B) 10 m/sec (C*) 15 m/sec (D) 17.5 m/sec
 $v^2 = u^2 + 2as$
 $v^2 = (5)^2 + 2 \times 10 \times 10$
 $v^2 = 25 + 200 \Rightarrow 225$
 $v = 15 \text{ m/sec}$

12. If the position vectors of the particles A and B change with time as $\vec{r}_A = t\hat{i} + t^2\hat{j}$ and $\vec{r}_B = (t^2 - 1)\hat{i} + t\hat{j}$ the path of A as observed by B will be :

यदि कण A तथा B का स्थिति सदिश समय के साथ $\vec{r}_A = t\hat{i} + t^2\hat{j}$ तथा $\vec{r}_B = (t^2 - 1)\hat{i} + t\hat{j}$ के अनुसार परिवर्तित होता है तब B द्वारा प्रेक्षित कण A का पथ होगा :

- (A) circle (B*) straight line (C) rectangular hyperbola (D) parabola
 (A) वृत्त (B*) सरल रेखा (C) आयतीय अतिपरवलय (D) परवलय

- Sol. $\vec{r}_{AB} = (t - t^2 + 1)\hat{i} + (t^2 - t)\hat{j}$
 Thus अतः, $x = t - t^2 + 1$
 and तथा $y = t^2 - t$
 $\therefore x = -y + 1 \Rightarrow x + y = 1$ straight line सरल रेखा

13. A particle moves along the parabolic path $y = ax^2$ in such a way that the y-component of the velocity remains constant, say c. The x and y coordinates are in meters. Then acceleration of the particle at $x = 1 \text{ m}$ is

एक कण परवलयिक पथ $y = ax^2$ के अनुदिश इस तरह गति करता है कि इसके वेग का y-घटक नियत (माना c) रहता है। x तथा y मीटर में है। कण का $x = 1$ मी. पर त्वरण है -

- (A) $ac\hat{k}$ (B) $2ac^2\hat{j}$ (C*) $-\frac{c^2}{4a^2}\hat{i}$ (D) $-\frac{c}{2a}\hat{i}$

- Sol. $y = ax^2$
 $\frac{dy}{dt} = c = 2ax \frac{dx}{dt}$
 $\frac{d^2y}{dt^2} = 0 = 2a \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + 2ax \frac{d^2x}{dt^2}$
 $\frac{d^2x}{dt^2} = - \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \frac{1}{x} = - \left(\frac{c}{2ax} \right)^2 \frac{1}{x}$
 $= - \frac{c^2}{4a^2x^3} = - \frac{c^2}{4a^2}$

14. A projectile has same range R for two angles of projection. If t_1 & t_2 be the time of flight for the two cases then :

दो प्रक्षेप्य कोणों के लिए परास R समान है। अगर t_1 तथा t_2 दोनों स्थितियों में उड़यन काल है तो :

(A*) $R = \frac{gt_1 t_2}{2}$ (B) $R = \frac{g(t_1 + t_2)^2}{2}$ (C) $R = g\sqrt{t_1 t_2}$ (D) $R = 2g \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$

Sol. For same ranges, the angles of projection should be complementary.

समान परासों के लिये, प्रक्षेप्य कोण पूरक होना चाहिए।

माना Let ; $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$.

$$T = \frac{2u \sin \theta}{g} \quad \text{and} \quad R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

For $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$

$$R = \frac{u^2}{g} \quad \text{and} \quad T = \frac{\sqrt{2}u}{g} \Rightarrow T_1 = T_2 = \frac{\sqrt{2}u}{g}$$

Substituting प्रतिस्थापित करने पर ; $\frac{gt_1 t_2}{2} = \frac{g \left(\frac{\sqrt{2}u}{g} \right) \left(\frac{\sqrt{2}u}{g} \right)}{2} = \frac{u^2}{g} = R$. Hence (A) is correct.

अतः (A) सही है

15. Two particles are thrown horizontally in opposite directions from the same point from a height 'h' simultaneously with velocities 4 ms^{-1} and 3 ms^{-1} . The time when their velocities are perpendicular is approximately

'h' ऊँचाई पर स्थित किसी बिन्दु से दो कण क्षैतिज रूप से एक-दूसरे के विपरीत दिशा में क्रमशः 4 ms^{-1} व 3 ms^{-1} के वेग से फेंके जाते हैं। वह समय ज्ञात कीजिए जब उनके वेग एक-दूसरे के लम्बवत् हो जाते हैं।

(A) 0.15 s (B) 0.25 s (C*) 0.35 s (D) 0.45 s

Sol. $\vec{V}_1 = -4 \hat{i} - gt \hat{j}$

$\vec{V}_2 = 3 \hat{i} - gt \hat{j}$

$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0 \Rightarrow -12 + 10t^2 = 0 \Rightarrow t = \sqrt{1.2} = 0.35 \text{ sec.}$

16. At a given instant two particles have position vectors $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ meter and $(2\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k})$ meter respectively. If the velocity of the first particle be $0.4\hat{i} \text{ m/s}$, then velocity of the second particle in m/sec. If they collide after 10 seconds is :

(A) $6 \left[\hat{i} - \hat{j} + \frac{\hat{k}}{3} \right]$ (B*) $0.6 \left[\hat{i} - \hat{j} + \frac{\hat{k}}{3} \right]$ (C) $6 \left[\hat{i} + \hat{j} + \frac{\hat{k}}{3} \right]$ (D) $0.6 \left[\hat{i} + \hat{j} - \frac{\hat{k}}{3} \right]$

दिये गये क्षण पर दो कणों के स्थिति सदिश क्रमशः $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ मीटर तथा $(2\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k})$ मीटर है। यदि प्रथम कण का वेग $0.4\hat{i} \text{ m/s}$, हो तो दूसरे कण का वेग मी./सै. में होगा यदि दोनों कण 10 sec पश्चात् टकराते हैं।

(A) $6 \left[\hat{i} - \hat{j} + \frac{\hat{k}}{3} \right]$ (B*) $0.6 \left[\hat{i} - \hat{j} + \frac{\hat{k}}{3} \right]$ (C) $6 \left[\hat{i} + \hat{j} + \frac{\hat{k}}{3} \right]$ (D) $0.6 \left[\hat{i} + \hat{j} - \frac{\hat{k}}{3} \right]$

Sol. $\vec{V}_{AB} t = \vec{r}_{BA}$

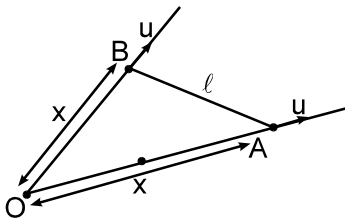
$(\vec{V}_A - \vec{V}_B)10 = [-2\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}]$

$4\hat{i} - 10\vec{V}_B = -2\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$

$\vec{V}_B = 0.6 \left[\hat{i} - \hat{j} + \frac{\hat{k}}{3} \right]$

17. Two stones are projected simultaneously from a tower at different angles of projection with same speed 'u'. The distance between two stones is increasing at constant rate 'u'. Then the angle between the initial velocity vectors of the two stones is :
- दो पत्थर एक ईमारत से एक समान चाल 'u' परन्तु अलग-अलग कोण से एक साथ फेंके जाते हैं। दोनों पत्थरों के बीच की दूरी नियत 'u' दर से बदल रही है तो दोनों पत्थरों के प्रारम्भिक वेग सदिश के बीच कोण होगा।
- (A) 30° (B*) 60° (C) 45° (D) 90°

Sol.



(B) To an observer who starts falling freely under gravity from rest at the instant stones are projected, the motion of stone A and B is seen as

एक प्रेक्षक के लिए जो विराम से गुरुत्व के अन्दर स्वतन्त्रतापूर्वक गिरना प्रारम्भ करता है फेंके गये पत्थरों के क्षण पर, A तथा B पत्थरों की गति इस प्रकार दिखाई देती है। is seen as

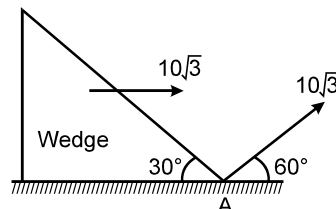
$$\frac{dx}{dt} = u \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{d\ell}{dt} = u \quad \dots\dots(2)$$

$$\therefore x = \ell \text{ and } \angle BOA = 60^\circ$$

18. A particle is projected at angle 60° with speed $10\sqrt{3}$, from the point 'A' as shown in the fig. At the same time the wedge is made to move with speed $10\sqrt{3}$ towards right as shown in the figure. Then the time after which particle will strike with wedge is ($g = 10 \text{ m/sec}^2$) :

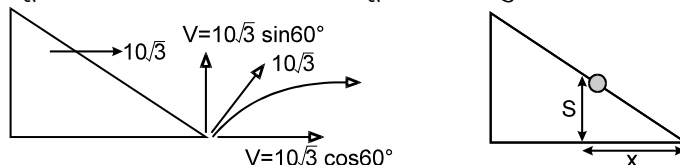
चित्र में दर्शाये अनुसार बिन्दु 'A' से कण को 60° के कोण पर $10\sqrt{3}$ की चाल से प्रक्षेपित करते हैं। इसी समय चित्रानुसार गुटका $10\sqrt{3}$ चाल से दायीं तरफ चलाया जाता है। तब वह समय जिसके पश्चात् कण गुटके से टकराता है—



- (A*) 2 sec (B) $2\sqrt{3}$ sec (C) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ sec (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. Suppose particle strikes wedge at height 'S' after time t. $S = 15t - \frac{1}{2} 10 t^2 = 15t - 5 t^2$. During this time distance travelled by particle in horizontal direction = $5\sqrt{3} t$. Also wedge has travelled extra distance

मान लो कण वेज पर 'S' ऊँचाई पर t समय के बाद टकराता है. $S = 15t - \frac{1}{2} 10 t^2 = 15t - 5 t^2$. इस समय के दौरान क्षैतिज दिशा में कण द्वारा तय की गई दूरी = $5\sqrt{3} t$. वेज भी अतिरिक्त दूरी तय कर चुका है।



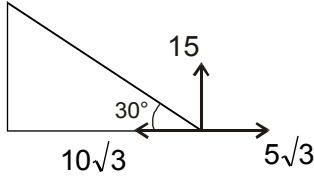
$$x = \frac{S}{\tan 30^\circ} = \frac{15t - 5t^2}{1/\sqrt{3}}$$

Total distance travelled by wedge in time $t = 10 \sqrt{3} t = 5 \sqrt{3} t + \sqrt{3} (15 - 5t^2)$

t समय में वेज द्वारा तय की गई दूरी $t = 10 t = 5 t + (15 - 5t^2)$

$\Rightarrow t = 2 \text{ sec.}$

Alternate Sol.



(by Relative Motion) (सापेक्ष गति द्वारा)

$$T = \frac{2u \sin 30^\circ}{g \cos 30^\circ} = \frac{2 \times 10 \sqrt{3}}{10} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \text{ sec.}$$

$\Rightarrow t = 2 \text{ sec.}$

19. The dependence of variable y on variable x is defined by the equation $y = \frac{\sqrt{x}}{2}$. Then the area occupied by this curve and the x -axis in between $x = 1$ to $x = 4$ will be :

चर x पर, चर y की निर्भरता समीकरण $y = \frac{\sqrt{x}}{2}$ द्वारा परिभाषित की जाती है तब $x = 1$ और $x = 4$ के बीच x अक्ष और वक्र द्वारा घिरा हुआ क्षेत्रफल होगा।

- (A) $\frac{5}{3}$ units (B) 2 units (C*) $\frac{7}{3}$ units (D) 4 units

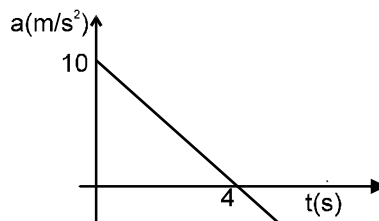
Sol. Area under the curve (वक्र से घिरा हुआ क्षेत्रफल) $\Rightarrow \int_1^4 y \, dx \Rightarrow \int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{2} \, dx$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_1^4 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} [(4)^{3/2} - (1)^{3/2}]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} [(2)^3 - (1)^{3/2}] \Rightarrow \frac{1}{3} [8 - 1] = \frac{7}{3} \text{ units}$$

20. The acceleration time graph of a particle moving along a straight line is as shown in the figure, then choose correct options :

सरल रेखा में गति करते हुए कण का त्वरण समय-ग्राफ दिखाया गया है। कण किस समय पर अपना वेग प्रारम्भिक वेग के बराबर प्राप्त कर लेगा।



(A*) Time at which change in velocity of particle becomes zero is 8 second
8 सेकण्ड के पश्चात् कण का वेग शून्य हो जाएगा।

(B*) Particle crosses its starting position once
कण एक बार इसके प्रारम्भिक बिन्दू से गुजरेगा।

(C) Average velocity of particle becomes zero in 8 second
8 सेकण्ड में कण का औसत वेग शून्य होगा।

(D*) Average acceleration of particle is zero in initial 8 seconds
प्रारम्भिक 8 सेकण्ड में कण का औसत त्वरण शून्य होगा।

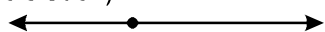
DPP No. : A7 (JEE-ADVANCED)
Total Marks : 41
Max. Time : 37 min.
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.1 to Q.3 (4 marks 2 min.) [12, 06]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.4 to Q.6 (3 marks 2 min.) [09, 06]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.7 to Q.11 (4 marks 5 min.) [20, 25]
ANSWER KEY OF DPP NO. : A7

1. (A) (B) (D)	2. (A) (B) (D)	3. (A)(B)(C)(D)	4. (A)	5. (C)
6. (C)	7. 6	8. 20	9. 3	10. 20
			11. 12	

1. Mark the correct statements for a particle going on a straight line (x–position coordinate, v–velocity, a–acceleration) :
- (A*) If v and a have opposite sign, the object is slowing down.
 (B*) If x and v have opposite sign, the particle is moving towards the origin.
 (C) If v is zero at an instant, then a should also be zero at that instant.
 (D*) If v is zero for a time interval, then a is zero at every instant within the time interval.
- एक कण सीधी रेखा में गति कर रहा है। इस कण के लिए सही कथन पहचानिये—(x–स्थिति निर्देशांक, v–वेग, a–त्वरण है) :
- (A) अगर v और a विपरीत चिन्ह के हैं, तो कण की चाल कम हो रही है।
 (B) अगर x और v विपरीत चिन्ह के हैं, तो कण मूल बिन्दु की ओर जा रहा है।
 (C) अगर किसी क्षण v शून्य है, तो उस क्षण पर a भी शून्य होगा।
 (D) अगर किसी समयान्तराल में v शून्य है, तो उस समयान्तराल में किसी भी क्षण a भी शून्य होगा।

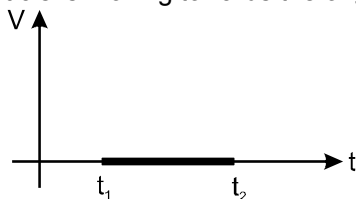
Sol. (A,B,D)

a (acceleration) Velocity (v)



If the velocity (u) and acceleration (a) have opposite directions, then velocity (v) will decrease, therefore the object is slowing down.

If the position (x) and velocity (u) have opposite sign the position (x) reduces to become zero. hence the particle is moving towards the origin.



If $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ speed will increase.

If velocity $V = 0$, $t_1 < t < t_2$

Hence; acceleration $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0$; $t_1 < t < t_2$

Therefore if the velocity is zero for a time interval, the acceleration is zero at any instant within the time interval.

(D) is correct

$$[\text{acc, } a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = u + at]$$

Now, $v = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow a = -u/t \Rightarrow$ acceleration may not be zero when vel. 'V' = 0, 'c' is incorrect.

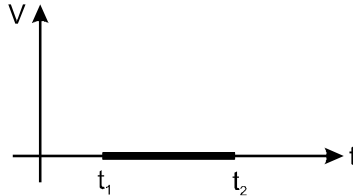


यदि वेग (u) तथा त्वरण (a) विपरित दिशाओं में है तो अन्तिम वेग (v) घटेगा अतः कण धीमा हो जायेगा।

यदि स्थिति (x) तथा वेग (v) विपरित दिशाओं में है तो स्थिति घटकर शून्य हो जायेगी अतः कण मूल बिन्दु की ओर गति कर रहा है।

यदि $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ तो चाल बढ़ेगी .

यदि वेग $V = 0$, $t_1 < t < t_2$



अतः त्वरण $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0$; $t_1 < t < t_2$

इसलिए यदि किसी समय अन्तराल में वेग शून्य है तो उस समय अन्तराल में किसी भी क्षण पर त्वरण शून्य है।

(D) is correct

$[a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = u + at]$

अब , $v = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow a = -u/t \Rightarrow$ त्वरण शून्य नहीं भी हो सकता है। यदि वेग 'V' = 0, 'c' गलत है।

2. A particle is projected from a point on the ground with an initial velocity of $u = 50 \text{ m/s}$ at an angle of 53° with the horizontal ($\tan 53^\circ = 4/3$, $g = 10 \text{ m/s}^2 = \text{acceleration due to gravity}$).
 एक कण को जमीन से प्रक्षेपित किया जाता है तथा उसका प्रारम्भिक वेग $u = 50 \text{ m/s}$ तथा क्षैतिज के साथ प्रक्षेपण कोण 53° है। ($\tan 53^\circ = 4/3$, $g = 10 \text{ m/s}^2 = \text{गुरुत्व के कारण त्वरण}$)
 (A*) The velocity of the particle will make angle 45° with the horizontal after time 1 s.
 (B*) The velocity of the particle will make angle 45° with the horizontal after time 7 s.
 (C) The average velocity between the point of projection and the highest point on its path is horizontal.
 (D*) The average velocity between two points on same height will be horizontal.
 (A*) 1 सेकण्ड के बाद कण का वेग क्षैतिज दिशा के साथ 45° का कोण बनायेगा।
 (B*) 7 सेकण्ड के बाद कण का वेग क्षैतिज दिशा के साथ 45° का कोण बनायेगा।
 (C) जब कण अपनी अधिकतम ऊँचाई पर होता है तो उस उच्चतम बिन्दु तथा प्रक्षेपण बिन्दु के मध्य औसत वेग क्षैतिज होगा।
 (D*) दो बिन्दु जो कि समान ऊँचाई पर है, उनके मध्य औसत वेग क्षैतिज होगा।

Sol. When particle makes angle 45° with the horizontal.

जब कण क्षैतिज के साथ 45° का कोण बनाता है।

$v_y = \pm v_x$

$u \sin 53^\circ - gt = \pm u \cos 53^\circ$

$\Rightarrow t = \frac{u}{g} \left(\frac{4}{5} \mp \frac{3}{5} \right)$

$\therefore t = \frac{u}{5g} = 1 \text{ s}$ and तथा $t = \frac{7u}{5g} = 7 \text{ s}$

3. A projectile of mass 1 kg is projected with a velocity of $\sqrt{20} \text{ m/s}$ such that it strikes on the same level as the point of projection at a distance of $\sqrt{3} \text{ m}$. Which of the following options are correct ?
 (A*) The maximum height reached by the projectile can be 0.25 m.
 (B*) The minimum velocity during its motion can be $\sqrt{15} \text{ m/s}$.
 (C*) The time taken for the flight can be $\sqrt{\frac{3}{5}} \text{ s}$.
 (D*) Maximum angle of projection can be 60° .

1 kg द्रव्यमान का एक प्रक्षेप्य $\sqrt{20}$ m/s के वेग से इस प्रकार प्रक्षेपित किया जाता है, कि यह प्रक्षेपण बिन्दु से $\sqrt{3}$ m दूरी पर समान क्षैतिज स्तर पर टकराता है। निम्न में से कौनसे विकल्प सही है ?

(A*) प्रक्षेप्य द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई 0.25 m हो सकती है।

(B*) गति के दौरान न्यूनतम वेग $\sqrt{15}$ m/s हो सकता है।

(C*) उड़ान के दौरान लिया गया समय $\sqrt{\frac{3}{5}}$ सैकण्ड हो सकता है।

(D*) अधिकतम प्रक्षेपण कोण 60° हो सकता है।

Sol.

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\sqrt{3} = 20 \cdot \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{10}$$

$$\sin \theta \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow 16 \sin^4 \theta - 16 \sin^2 \theta + 3 = 0$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3}{16}}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^\circ; 30^\circ$$

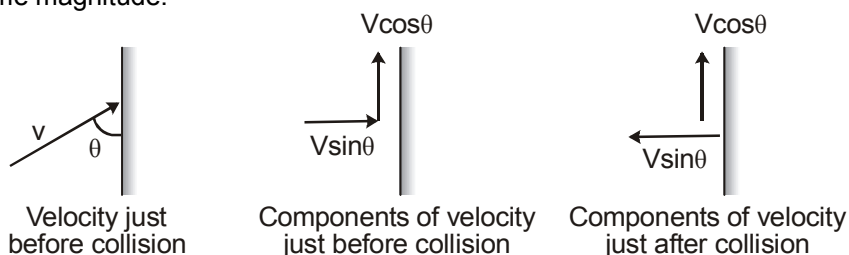
$$H_{\max} = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} = 0.75 \text{ m} \text{ \& } 0.25 \text{ m}$$

$$V_{\min} = \sqrt{5} \text{ m/s}, \sqrt{15} \text{ m/s}$$

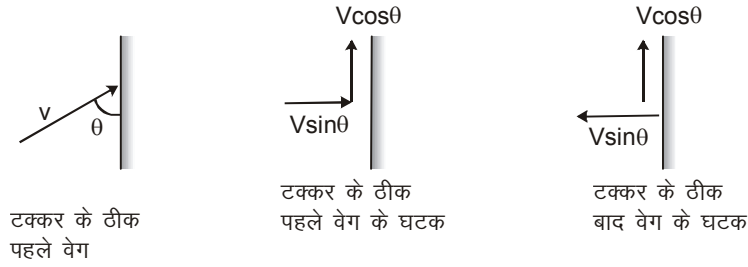
$$T = \frac{2u \sin \theta}{g} = \sqrt{\frac{3}{5}}; \sqrt{\frac{1}{5}}$$

Comprehension # 1 अनुच्छेद

We know how by neglecting the air resistance, the problems of projectile motion can be easily solved and analysed. Now we consider the case of the collision of a ball with a wall. In this case the problem of collision can be simplified by considering the case of elastic collision only. When a ball collides with a wall we can divide its velocity into two components, one perpendicular to the wall and other parallel to the wall. If the collision is elastic then the perpendicular component of velocity of the ball gets reversed with the same magnitude.

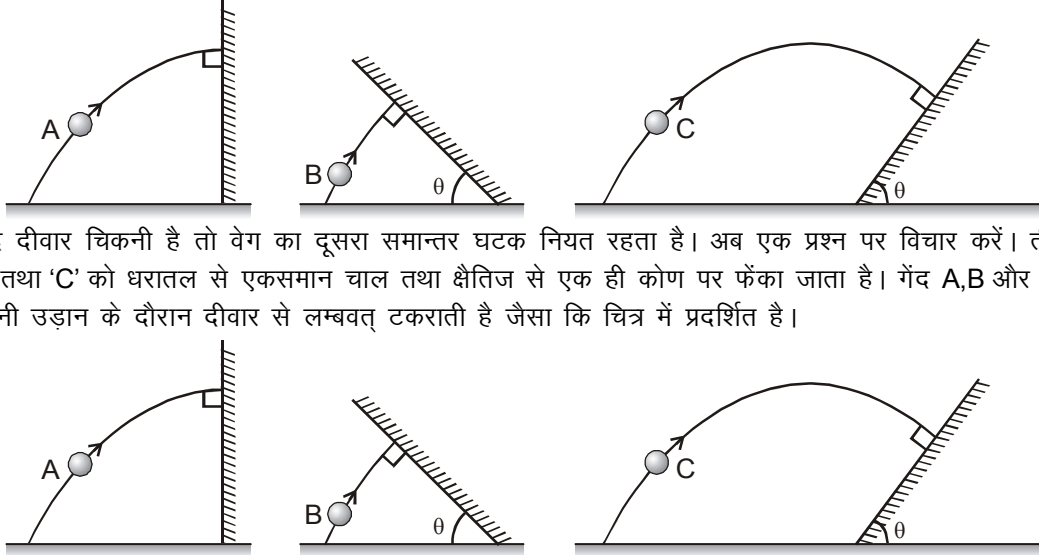


हम जानते हैं कि हवा का प्रतिरोध नगण्य मानने पर प्रक्षेप्य गति के प्रश्न बड़ी आसानी से हल और विश्लेषित हो जाते हैं। अब हम किसी गेंद की दीवार से टक्कर के बारे में सोचते हैं। इस स्थिति में दीवार से गेंद की टक्कर केवल प्रत्यास्थ टक्कर होने पर ही प्रश्न आसानी से हल हो सकते हैं। जब एक गेंद दीवार से टकराती है तो इसके वेग को दो घटकों में बांटा जा सकता है। एक दीवार के लम्बवत् और दूसरा दीवार के समान्तर। यदि टक्कर प्रत्यास्थ है तो वेग का लम्बवत् घटक उसी परिमाण के साथ उल्टा हो जाता है।



The other parallel component of velocity will remain constant if given wall is smooth.

Now let us take a problem. Three balls 'A' and 'B' & 'C' are projected from ground with same speed at same angle with the horizontal. The balls A,B and C collide with the wall during their flight in air and all three collide perpendicularly with the wall as shown in figure.



यदि दीवार चिकनी है तो वेग का दूसरा समान्तर घटक नियत रहता है। अब एक प्रश्न पर विचार करें। तीन गेंदों 'A' व 'B' तथा 'C' को धरातल से एकसमान चाल तथा क्षैतिज से एक ही कोण पर फेंका जाता है। गेंद A,B और C तीनों हवा में अपनी उड़ान के दौरान दीवार से लम्बवत् टकराती है जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है।

4. Which of the following relation about the maximum height H of the three balls from the ground during their motion in air is correct :

गति के दौरान तीनों गेंदों की हवा में पृथ्वी से अधिकतम ऊँचाई H के लिए सही सम्बन्ध है :

(A*) $H_A = H_C > H_B$ (B) $H_A > H_B = H_C$ (C) $H_A > H_C > H_B$ (D) $H_A = H_B = H_C$

Sol. $H_A = H_C > H_B$

Obviously A just reaches its maximum height and C has crossed its maximum height which is equal to A as u and θ are same. But B is unable to reach its max. height.

Sol. $H_A = H_C > H_B$

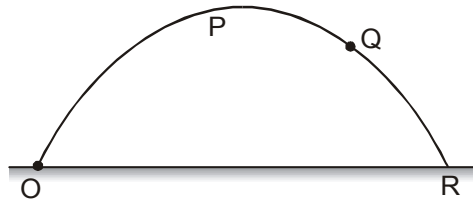
A अधिकतम ऊँचाई पर पहुँचता है तथा C अधिकतम ऊँचाई को पार कर चुका होता है, जो कि A के बराबर है क्योंकि u और θ समान है। परन्तु B अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने के योग्य नहीं है।

5. If the time taken by the ball A to fall back on ground is 4 seconds and that by ball B is 2 seconds. Then the time taken by the ball C to reach the inclined plane after projection will be :

यदि गेंद A के लिए पुनः जमीन पर आने में लिया गया समय 4 सेकण्ड है तथा गेंद B के लिए 2 सेकण्ड है तो गेंद C द्वारा प्रक्षेपण के पश्चात् नततल तक पहुँचने में लिया गया समय होगा –

(A) 6 sec. (B) 4 sec. (C*) 3 sec. (D) 5 sec.

Sol. Time of flight of A is 4 seconds which is same as the time of flight if wall was not there.
Time taken by B to reach the inclined roof is 1 sec.
A का उड़डयन काल 4 से. है जो कि उस उड़डयन काल के बराबर यदि दीवार वहाँ नहीं होती।
नत तल की छत तक पहुँचने में B द्वारा लिया गया समय 1 से. है।



$$T_{OR} = 4$$

$$T_{QR} = 1$$

$$\therefore T_{OQ} = T_{OR} - T_{QR} = 3 \text{ seconds. सेकण्ड}$$

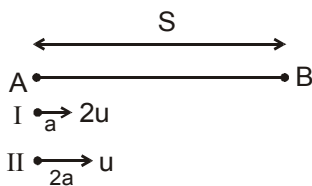
- 6.** In previous question the maximum height attained by ball 'A' from the ground is :
पिछले प्रश्न में गेंद 'A' द्वारा पृथ्वी तल से प्राप्त अधिकतम ऊँचाई होगी :
(A) 10 m (B) 15 m (C*) 20 m (D) Insufficient information सूचना अपर्याप्त

Sol. from above ऊपर से $T_A = \frac{2u \sin \theta}{g} = 4$
 $\therefore u \sin \theta = 20 \text{ m/s} \Rightarrow$ vertical component is 20 m/s. 20 m/s ऊर्ध्व घटक है
for maximum height अधिकतम ऊँचाई हेतु
 $v^2 = u^2 + 2as \Rightarrow 0^2 = 20^2 - 2 \times 10 \times s$
 $s = 20 \text{ m.}$

- 7.** Two objects moving along the same straight line are leaving point A with an acceleration a, 2a & velocity 2u, u respectively at time t = 0. The distance moved by the object with respect to point A when one object overtakes the other is $\frac{\alpha u^2}{a}$. Here α is an integer. Find α :
दो कण जो एक ही सीधी रेखा के अनुदिश बिन्दु A से t = 0 समय पर क्रमशः त्वरण a, 2a तथा वेग 2u, u से गुजरते हैं। एक कण के द्वारा दूसरे कण को पीछे छोड़ने तक A के सापेक्ष एक कण द्वारा तय की गई दूरी $\frac{\alpha u^2}{a}$ है। यहाँ α एक पूर्णांक है। α ज्ञात करो

Ans. 6

Sol.



Suppose at point B (displacement S) II particle overtakes particle I
माना बिन्दु B पर (विस्थापन S) II कण, I कण से आगे निकल जाता है

$$\text{For I particle } S = (2u)t + \frac{1}{2}at^2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{I कण के लिए } S = (2u)t + \frac{1}{2}at^2 \dots\dots\dots (1)$$

For II particle
II कण के लिए

$$S = ut + \frac{1}{2}(2a)t^2 \dots\dots\dots (2)$$

$$\therefore 2ut + \frac{1}{2}at^2 = ut + \frac{1}{2}(2a)t^2$$

$$ut = \frac{1}{2} a t^2$$

$$t = \frac{2u}{a}$$

Putting this value in equation (1) we get

इस मान को समीकरण (1) में रखने पर हम प्राप्त करते हैं

$$S = 2u \times \frac{2u}{a} + \frac{1}{2} \times a \times \left(\frac{2u}{a}\right)^2$$

$$= \frac{4u^2}{a} + \frac{2u^2}{a} = \frac{6u^2}{a}$$

- 8.** A police jeep is chasing a culprit going on a motor bike. The motor bike crosses a turn at a speed of 72 km/h. The jeep follows it at a speed of 108 km/h, crossing the turn 10 seconds later than bike (keeping constant speed). After crossing the turn, jeep accelerates with constant acceleration 2 m/s^2 . Assuming bike travels at constant speed, after travelling a distance $20\alpha \text{ m}$ from the turn, the jeep catches the bike. Where α is an integer. Find α .

एक पुलिस जीप, एक मोटरसाइकिल सवार चोर का पीछा कर रही है। मोटरसाइकिल चालक मोड़ को 72 किमी./घण्टा की रफ्तार से पार करता है। जीप 108 किमी./घण्टा चाल से, मोड़ से मोटरसाइकिल के निकलने के 10 सैकण्ड बाद गुजरती है (चाल नियत रखते हुए)। मोड़ से गुजरने के बाद जीप 2 m/s^2 के नियत त्वरण से त्वरित होती है, यह मानते हुए कि मोटरसाइकिल नियत चाल से गति करती है, तो मोड़ से $20\alpha \text{ m}$ दूरी पर तय करने के पश्चात जीप मोटरसाइकिल को पकड़ लेती है। जहाँ α एक पूर्णांक है। α ज्ञात करो।

Ans : 20

Sol.



$$200 = 10(t) + \frac{1}{2}(2)t^2$$

$$t^2 + 10t - 200 = 0$$

$$t = 10 \text{ seconds सैकण्ड}$$

$$\text{Distance दूरी} = 200 + 200 = 400 \text{ m} \quad \text{Ans.}$$

- 9.** A person standing on the top of a cliff 30 m high has to throw a packet to his friend standing on the ground 40 m horizontally away. If he throws the packet directly aiming at the friend with a speed of $\frac{125}{3} \text{ m/s}$. Packet falls at a distance $\frac{20}{\alpha} \text{ m}$ from the friend. Here α is an integer. Find α .

[Use $g = 10 \text{ m/s}^2$].

एक व्यक्ति 30 m ऊँची पहाड़ी पर खड़ा है। यह अपने मित्र की ओर एक पैकेट फेंकता है, इसका मित्र धरातल पर खड़ा है तथा इसकी अपने मित्र से क्षैतिज दूरी 40 m है। यह सीधे अपने मित्र की ओर निर्दिष्ट करके एक पैकेट को $\frac{125}{3}$

m/s की चाल से फेंकता है तो पैकेट उसके मित्र से $\frac{20}{\alpha}$ दूरी पर गिरता है यहां α एक पूर्णांक हो तो α ज्ञात करो ?

$$[g = 10 \text{ m/s}^2].$$

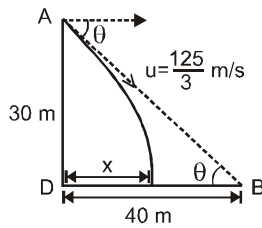
Ans.

3

Sol. In $\triangle ABD$ में, $\tan \theta = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

Let time taken be 't' in x-direction

माना x-दिशा में लिया गया समय 't' है



$$x = u_x t$$

$$x = u \cos \theta t$$

$$x = \frac{125}{3} \times \frac{4}{5} t \Rightarrow x = \frac{100}{3} t \dots \dots \dots (1)$$

In y-direction y-दिशा में

$$y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$30 = u \sin \theta t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$30 = \frac{125}{3} \times \frac{3}{5} t + 5t^2$$

$$t^2 + 5t - 6 = 0$$

$$(t + 6)(t - 1) = 0$$

$$t = 1 \text{ sec.} \dots \dots \dots (2)$$

from (1) and (2) (1) व (2) से

$$x = \frac{100}{3}$$

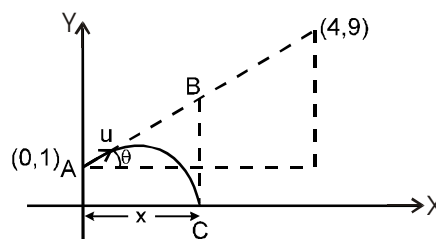
\therefore packet is short by a distance of पैकट इतनी दूरी पहले गिरेगा $40 - \frac{100}{3} = \frac{20}{3} \text{ m}$ **Ans.**

- 10.** A particle is projected from a point (0, 1) on Y-axis (assume + Y direction vertically upwards) aiming towards a point (4, 9). It falls on ground on x axis in 1 sec. If the speed of projection is $\sqrt{\beta}$ m/s, where β is an integer. Find β . Taking $g = 10 \text{ m/s}^2$ and all coordinate in metres.
एक कण को Y-अक्ष पर स्थित बिन्दु (0, 1) से (+Y दिशा को ऊर्ध्व ऊपर की ओर मानते हुए) बिन्दु (4, 9) की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। यह जमीन पर 1 sec. पश्चात् x-अक्ष पर गिरता है। यदि प्रक्षेपण चाल $\sqrt{\beta} \text{ m/s}$ है। जहां β एक पूर्णांक हो तो β ज्ञात करो। माना $g = 10 \text{ m/s}^2$, तथा सभी निर्देशांक मीटर में है।

Ans. 20

Sol. $\tan \theta = \frac{9-1}{4-0} = 2,$

$$y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$



now अब, $-1 = u \sin \theta (1) - \frac{1}{2} g (1)^2$

$$u \sin \theta = 4 \text{ तथा } \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow u = 2\sqrt{5}$$

11. If at an instant the velocity of a projectile be 60 m/s and its inclination to the horizontal be 30° , at what time interval (in sec) after that instant will the particle be moving at right angles to its former direction. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
 यदि परवल्यिक पथ के किसी बिन्दु पर कण का वेग 60 m/s व क्षैतिज से झुकाव 30° हो तो उस क्षण के बाद वह समय (सैकण्ड में) ज्ञात कीजिए जब कण अपनी प्रारम्भिक दिशा के लम्बवत् गति कर रहा हो। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Ans. 12

Sol. At $t = 0$ पर $u_x = u \cos \theta$ and $u_y = u \sin \theta$

$$\vec{u} = u \cos \theta \hat{i} + u \sin \theta \hat{j}$$

Let after time 't' the velocity of projectile be v if its initial velocity is u
 माना 't' समय पश्चात् प्रक्षेप्य का वेग यदि v उसका प्रारम्भिक वेग u है तो

At time t अतः समय t पर

$$V_x = u \cos \theta, \quad V_y = u \sin \theta - gt$$

$$\vec{V} = u \cos \theta \hat{i} + (u \sin \theta - gt) \hat{j}$$

$$u \perp v$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

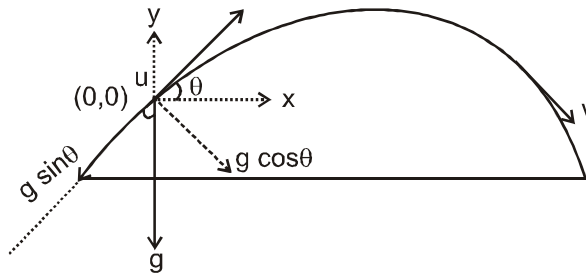
$$(u \cos \theta \hat{i} + (u \sin \theta - gt) \hat{j}) (u \cos \theta \hat{i} + u \sin \theta \hat{j})$$

$$u^2 \cos^2 \theta + (u \sin \theta)^2 - gt u \sin \theta = 0$$

$$u^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = gt u \sin \theta$$

$$\frac{u}{g \sin \theta} = t$$

वैकल्पिक हल :



Now Let \vec{u} be \perp v after time t, then component of velocity along u becomes zero.

component of \vec{g} along $\vec{u} = -g \sin \theta$

अब माना \vec{u} और v, t समय पश्चात् लम्बवत् हो जाते हैं तो वेग का घटक, u के अनुदिश शून्य हो जाता है

\vec{g} का घटक \vec{u} के अनुदिश

$$= -g \sin \theta$$

$$\therefore 0 = u - g \sin \theta t$$

$$t = u / g \sin \theta$$

DPP No. : A8 (JEE-ADVANCED)
Total Marks : 52
Max. Time : 46 min.
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.1 to Q.5
(4 marks 2 min.)
[20, 10]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.6 to Q.11
(4 marks 5 min.)
[24, 30]
Match the Following (no negative marking) Q.12
(8 marks, 6 min.)
[08, 06]
ANSWER KEY OF DPP NO. : A8

- | | | | |
|--------------------|----------------|---------------------------|--------------------------------|
| 1. (A)(B)(C) (D) | 2. (A) (C) (D) | 3. (A)(B) (C) | 4. (A)(C) (D) |
| 5. (A) (B) (C) (D) | 6. 15 | 7. $\frac{5}{\sqrt{2}}$ m | 8. 3 |
| 9. 5 | 10. 26 | 11. 41 | 12. (A) q, (B) q, (C) q, (D) q |

1. A man standing on the edge of the terrace of a high rise building throws a stone vertically up with a speed of 20 m/s. Two seconds later an identical stone is thrown vertically downwards with the same speed of 20 m/s. Then :

एक आदमी ऊँची इमारत की छत से एक पत्थर ऊपर की तरफ 20 m/s की चाल से फेंकता है। 2 सैकण्ड पश्चात् समान दूसरा पत्थर नीचे की तरफ समान चाल 20 m/s से फेंका जाता है तो—

- (A*) the relative velocity between the two stones remain constant till one hits the ground
 किसी एक पत्थर के जमीन पर पहुँचने के पहले दोनों पत्थरों के मध्य सापेक्ष वेग नियत होगा।
- (B*) both will have the same kinetic energy when they hit the ground
 जमीन पर टकराने समय दोनों की गतिज ऊर्जा समान होगी।
- (C*) the time interval between their hitting the ground is 2 seconds
 दोनों के जमीन से टकराने के मध्य समयान्तराल 2 सैकण्ड होगा।
- (D*) if the collisions on the ground are perfectly elastic both will rise to the same height above the ground.
 यदि जमीन से टक्कर पूर्ण प्रत्यास्थ हो तो दोनों गेंदे समान ऊँचाई तक वापस पहुँचेंगे।

Sol. Relative Initial velocities प्रारम्भिक सापेक्ष वेग

$$u_r = 20 - (0) = 20 \text{ m/s}$$

Relative acceleration सापेक्ष त्वरण

$$a_r = 0$$

Relative velocity between them after time t समय बाद उनके मध्य सापेक्ष वेग

$$v_r = u_r + a_r \cdot t$$

$$= 20 \text{ m/s}$$

$$= \text{constant नियतांक}$$

⇒ (A) is correct (A) सही है।

⇒ Since they are thrown from same height
 क्योंकि ये समान ऊँचाई से फेंके गये हैं

⇒ Speed is same after reaching ground
 अतः धरातल पर पहुँचने पर चाल समान होगी

⇒ Same KE when they hit the ground समान KE से वे धरातल से टकरायेंगे।

⇒ (B) is correct (B) सही है।

The time taken by the first stone to come to same height from where it was thrown.

जहाँ से पहले पत्थर को फेंका जाता है, वहाँ से समान ऊँचाई को तय करने में पहले पत्थर द्वारा लगा समय

$$\frac{2u}{g} = \frac{2 \times 20}{10}$$

∴ Time interval between two stone when both are at A and going downwards = $4 - 2 = 2$ s.

Since, relative velocity is Constant between them. So time interval between their hitting the ground = 2 s.

∴ दो पत्थर जब A पर हैं और नीचे आ रहे हैं, तब उनके मध्य समयान्तराल = $4 - 2 = 2$ s.

अतः इन दोनों के मध्य सापेक्ष वेग नियत है। अतः धरातल से टकराते समय, उनका समयान्तराल = 2s.

⇒ (C) is correct C सही है

Option (D) is obvious from conservation of energy.

विकल्प (D) ऊर्जा संरक्षण से सही है।

2. A ball is thrown vertically upward (relative to the train) in a compartment of a moving train. (train is moving horizontally)

एक चलती हुई रेल के कम्पार्टमेंट में एक गेंद (रेल के सापेक्ष) ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकी गई है। (रेल क्षैतिज दिशा में गतिमान है।)

(A*) The ball will maintain the same horizontal velocity as that of the person (or the compartment) at the time of throwing.

गेंद का क्षैतिज वेग बनये रखेगी जो गेंद को फेंकते समय व्यक्ति अथवा कम्पार्टमेंट के क्षैतिज वेग के तुल्य होगा।

(B) If the train is accelerating then the horizontal velocity of the ball will be different from that of the train velocity, at the time of throwing.

यदि ट्रेन त्वरित है तो गेंद का क्षैतिज वेग फेंकते समय ट्रेन के क्षैतिज वेग से भिन्न होगा।

(C*) If the ball appears to be moving backward to the person sitting in the compartment it means that speed of the train is increasing.

यदि ट्रेन में बैठे व्यक्ति को गेंद पीछे जाती हुई दिखाई दे तो ट्रेन की चाल बढ़ रही है।

(D*) If the ball appears to be moving ahead of the person sitting in the compartment it means the train's motion is retarding.

यदि ट्रेन में बैठे व्यक्ति को गेंद आगे जाती हुई प्रतीत हो तो ट्रेन की गति अवमंदित है।

- Sol. (A,C,D) At the time of throwing the ball, it inherits velocity of platform at that moment .

⇒ (A) is correct

And, the horizontal velocity of the ball is constant.

Since, no acceleration in horizontal direction for ball.

⇒ (C, D) are correct

- Sol. (A,C,D) गेंद को फेंकते समय, गेंद के पास प्लेटफार्म का वेग भी होता है।

⇒ (A) सही है।

और, गेंद की क्षैतिज चाल नियत है, अतः क्षैतिज दिशा में गेंद का कोई त्वरण नहीं है।

⇒ (C, D) सही है।

3. A person is standing on a truck moving with a constant velocity of 15 m/s on a horizontal road. The man throws a ball in such a way that it returns to his hand after the truck has moved 60 m. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

क्षैतिज सड़क पर 15 m/s के नियत वेग से गतिशील ट्रक पर एक व्यक्ति खड़ा है। यह व्यक्ति इस प्रकार एक गेंद फेंकता है ताकि गेंद के वापस व्यक्ति के हाथ में लौटने तक ट्रक 60 m दूरी तय करता है, ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(A*) The speed of the ball as seen from the truck is 20 m/s

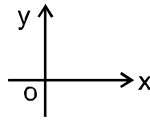
(B*) The direction of initial velocity of ball is upward as seen from the truck

(C*) The initial speed of the ball as seen from the ground is 25 m/s

(D) None of these

- (A*) ट्रक के सापेक्ष गेंद की प्रारम्भिक चाल 20 m/s है।
 (B*) ट्रक के सापेक्ष गेंद के प्रारम्भिक वेग की दिशा ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर है।
 (C*) जमीन के सापेक्ष गेंद की प्रारम्भिक चाल 25 m/s है।
 (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $u_T = 15 \text{ m/s}$ (velocity of truck)



Range = 60 m

Range = distance travelled by truck $u_T \times T$

$$60 = 15 \times T \Rightarrow T = 4\text{s} = \text{Time of flight (of ball)}$$

$$T = \frac{2u_y}{g} \quad \text{where } u_y = \text{Vertical component of ball's vel. \{wrt ground\}}$$

$$\therefore \frac{T \times g}{2} = u_y \quad \text{i.e., } u_y = \frac{4 \times 10}{2} = 20 \text{ m/s}$$

Now vel. of truck = u_x = horizontal component of ball's vel. (wrt ground)

$$\Rightarrow u_x = 15 \text{ m/s (wrt ground)}$$

This is because both cover same horizontal distance in same time with constant velocity along horizontal.

Now, velocity, of ball wrt truck = V_{BT} Then $V_{BTx} = V_{Bx} - V_{Tx}$

i.e., velocity ball wrt truck (along x axis) = velocity of ball (wrt earth, along x axis) – velocity of truck (along x axis)

$$\therefore V_{BTx} = 15 - 15 = 0$$

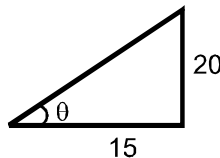
$$\text{Similarly, } V_{BTy} = V_{By} - V_{Ty} = 20 - 0$$

$$V_{BTy} = 20 \text{ m/s.}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{BT} = \vec{V}_{BTx} + \vec{V}_{BTy} = 0 + 20 \text{ m/s } \hat{j}$$

$$\Rightarrow \text{velocity of ball wrt truck} = 20 \text{ m/s upwards}$$

$$\text{velocity of ball, } \vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y \quad \vec{V} = 15\hat{i} + 20\hat{j}$$

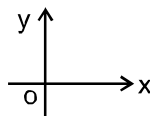


$$\tan \theta = \frac{4}{3} \quad \theta = 53^\circ$$

$$\therefore \text{speed} = |\vec{V}| = \sqrt{15^2 + 20^2} = 5\sqrt{3^2 + 4^2} = 25 \text{ m/s}$$

i.e., vel. of ball (wrt ground) = 25 m/s at an angle of 53° with the horizontal (as shown)

Sol. $u_T = 15 \text{ m/s}$ (ट्रक का वेग) परास = 60 m



परास = ट्रक द्वारा चली गई दूरी = $u_T \times T$

$$\Rightarrow 60 = 15 \times T \Rightarrow T = 4\text{s} = (\text{बॉल का}) \text{ उड़डयन काल}$$

$$T = \frac{2u_y}{g} \quad \text{जहाँ } u_y = (\text{जमीन के सापेक्ष}) \text{ बॉल के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक}$$

$$\therefore \frac{T \times g}{2} = u_y \Rightarrow \text{i.e. } u_y = \frac{4 \times 10}{2} = 20 \text{ m/s}$$

अब ट्रक का वेग = u_x = (जमीन के सापेक्ष) बॉल के वेग का क्षैतिज घटक

$$\Rightarrow u_x = 15 \text{ m/s (जमीन के सापेक्ष)}$$

यह इसलिए है क्योंकि दोनों नियत वेग से क्षैतिज दिशा में समान समय में समान क्षैतिज दूरी तय करती है।

अब, ट्रक के सापेक्ष बॉल का वेग = V_{BT} तो $V_{BTx} = V_{Bx} - V_{Tx}$

अर्थात्, (x-अक्ष के अनुदिश) ट्रक के सापेक्ष बॉल का वेग = (पृथ्वी के सापेक्ष x-अक्ष के अनुदिश) बॉल का वेग - ट्रक का वेग (x-अक्ष के अनुदिश)

$$\therefore V_{BTx} = 15 - 15 = 0$$

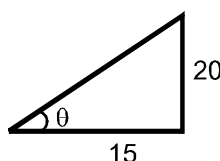
$$\text{इसी प्रकार, } V_{BTy} = V_{By} - V_{Ty} = 20 - 0$$

$$V_{BTy} = 20 \text{ m/s.}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{BT} = \vec{V}_{BTx} + \vec{V}_{BTy} = 0 + 20 \text{ m/s } \hat{j}$$

\Rightarrow ट्रक के सापेक्ष बॉल का वेग = 20 m/s ऊपर की ओर

$$\text{बॉल का वेग, } \vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y \quad \vec{V} = 15\hat{i} + 20\hat{j}$$



$$\tan\theta = \frac{4}{3}$$

$$\theta = 53^\circ$$

$$\therefore \text{चाल} = |\vec{V}| = \sqrt{15^2 + 20^2} = 5\sqrt{3^2 + 4^2} = 25 \text{ m/s}$$

(जमीन के सापेक्ष बॉल का वेग) = 25 m/s क्षैतिज के साथ 53° के कोण पर (चित्रानुसार)

4. Two boats A and B having same speed relative to river are moving in a river. Boat A moves normal to the river current as observed by an observer moving with velocity of river current. Boat B moves normal to the river as observed by the observer on the ground. Choose the **incorrect** options.

दो नावें A तथा B जिनकी नदी के सापेक्ष चाल समान है, नदी में गति कर रही हैं। नाव A, नदी की धारा के लम्बवत् गति करती हुई, एक प्रेक्षक के द्वारा, जो नदी की धारा के वेग से गति कर रहा है, प्रेक्षित होती है। नाव B, जमीन पर स्थित एक प्रेक्षक के द्वारा नदी की धारा के लम्बवत् गति करती हुई प्रेक्षित होती है। गलत कथन/कथनों का चयन कीजिए—

(A*) To a ground observer boat B moves faster than A

(B) To a ground observer boat A moves faster than B

(C*) To the given moving observer boat B moves faster than A

(D*) To the given moving observer boat A moves faster than B

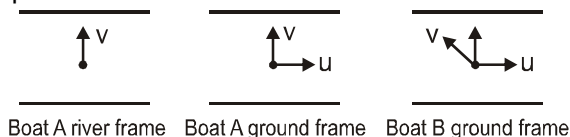
(A*) जमीन पर स्थित प्रेक्षक के लिए नाव B, नाव A से तेज चलती हुई प्रेक्षित होगी।

(B) जमीन पर स्थित प्रेक्षक के लिए नाव A, नाव B से तेज चलती हुई प्रेक्षित होगी।

(C*) दिये गये गति करते हुये प्रेक्षक के लिए नाव B, नाव A से तेज चलती हुई प्रेक्षित होगी।

(D*) दिये गये गति करते हुये प्रेक्षक के लिए नाव A, नाव B से तेज चलती हुई प्रेक्षित होगी।

Sol. Speed of river is u and speed of boat relative to water is v .

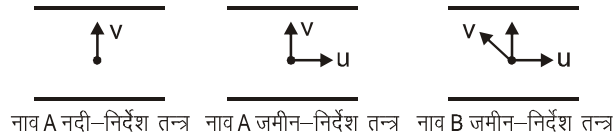


$$\text{Speed of boat A observed from ground} = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$\text{speed of boat B observed from ground} = \sqrt{v^2 - u^2}$$

From river frame, speed of boat A and B will be same.

हल: नदी की चाल u है तथा जल के सापेक्ष नाव की चाल v है।



जमीन से प्रेक्षित नाव A की चाल $= \sqrt{u^2 + v^2}$

जमीन से प्रेक्षित नाव B की चाल $= \sqrt{v^2 - u^2}$

नदी के निर्देश तन्त्र में, नाव A तथा B की चाल समान होगी।

5. An open elevator is ascending with zero acceleration and speed 10 m/s. A ball is thrown vertically up by a boy (boy is in elevator) when he is at a height 10 m from the ground, the velocity of projection is 30 m/s with respect to elevator. Choose correct option(s) assuming height of the boy very small : ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

एक खुली लिफ्ट शून्य त्वरण तथा 10 m/s चाल के साथ ऊपर की तरफ गतिशील है। जब लिफ्ट जमीन से 10 m ऊँचाई पर है तब लड़का (लड़का लिफ्ट के अन्दर है) एक गेंद ऊपर की तरफ फेंकता है। लिफ्ट के सापेक्ष गेंद का प्रक्षेपण वेग 30 m/s है। सही विकल्प/ विकल्पों को छोटें, माना लड़के की ऊँचाई बहुत कम है। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- (A*) Maximum height attained by the ball from ground is 90 m.
 (B*) Maximum height attained by the ball with respect to lift from the point of projection is 45 m.
 (C*) Time taken by the ball to meet the elevator again is 6 sec
 (D*) The speed of the ball when it comes back to the boy is 20 m/s with respect to ground.
 (A*) जमीन के सापेक्ष गेंद द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई 90 m है।
 (B*) लिफ्ट के सापेक्ष गेंद द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई 45 m (प्रक्षेपण बिन्दु से) है।
 (C*) गेंद द्वारा दुबारा लिफ्ट से टकराने में लगा समय 6 sec है।
 (D*) जमीन के सापेक्ष जब गेंद वापस लड़के के पास पहुँचती है तब गेंद की चाल 20 m/s है।

Sol. (A) Absolute velocity of ball = 40 m/s (upwards)

$$h_{\max} = h_i = f_f = 10 + \frac{(40)^2}{2 \times 10}$$

$$h = 90 \text{ m}$$

(B) Maximum height from lift $= \frac{(30)^2}{2 \times 10} = 45 \text{ m}$

(C) The ball unless meet the elevator again when displacement of ball = displacement of lift

$$40t - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 10 \times t \Rightarrow t = 6 \text{ s.}$$

(D) with respect to elevator $V_{\text{ball}} = 30 \text{ m/s}$ downward $\therefore V_{\text{ball}}$ with respect to ground $= 30 - 10 = 20 \text{ m/s}$

Sol. (A) गेंद का वास्तविक वेग = 40 m/s (ऊपर की ओर)

$$h_{\max} = h_i = f_f = 10 + \frac{(40)^2}{2 \times 10} \quad h = 90 \text{ m}$$

(B) लिफ्ट से अधिकतम ऊँचाई $= \frac{(30)^2}{2 \times 10} = 45 \text{ m}$

(C) गेंद दुबारा लिफ्ट से टकरायेगी जब गेंद का विस्थापन = लिफ्ट का विस्थापन

$$40t - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 10 \times t$$

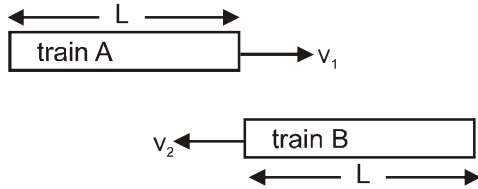
$$\Rightarrow t = 6 \text{ s.}$$

(D) लिफ्ट के सापेक्ष गेंद की गति = 30 m/s नीचे की ओर धरती के सापेक्ष गति $= 30 - 10 = 20 \text{ m/s}$

6. Two identical trains take 3 sec to pass one another when going in the opposite direction but only 2.5 sec if the speed of one is increased by 50 %. Find the time (in sec) one would take to pass the other when going in the same direction at their original speed.

विपरीत दिशा में चलती हुई समरूप रेलगाड़ियाँ एक दूसरे को पार करने में 3 सैकण्ड का समय लेती हैं। परन्तु एक रेलगाड़ी की चाल को 50% बढ़ाने पर वे 2.5 सैकण्ड का समय लेती हैं। तो समान दिशा में प्रारम्भिक चाल से चलती हुई रेलगाड़ियों को एक दूसरे को पार करने में लिया गया समय सैकण्ड में ज्ञात कीजिए :

Ans. 15
Sol.



$$t_1 = 3 = \frac{2L}{v_1 + v_2} \Rightarrow v_1 + v_2 = \frac{2L}{3} \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$t_2 = 2.5 = \frac{2L}{1.5v_1 + v_2} \quad 1.5v_1 + v_2 = \frac{4L}{5} \quad \dots\dots\dots(ii)$$

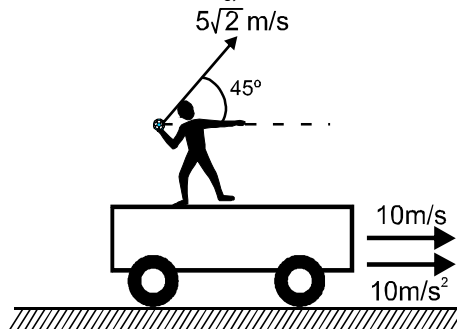
by (i) and (ii) (i) व (ii) से

$$v_1 = \frac{4L}{15} ; v_2 = \frac{2L}{5}$$

$$\text{Now अब, } t_3 = \frac{2L}{|v_1 - v_2|} = \frac{2L}{2L/15} = 15 \text{ sec.}$$

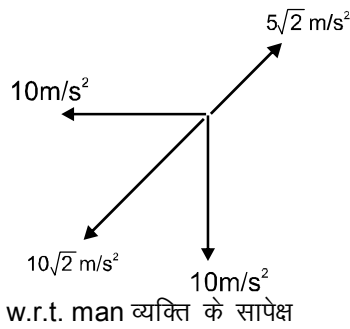
7. A man standing on a truck which moves with a constant horizontal acceleration $a (= 10 \text{ m/s}^2)$ when speed of the truck is 10 m/s . The man throws a ball with velocity $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ with respect to truck. In the direction shown in the diagram. Find the distance travelled of ball in meters in one second as observed by the man. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

एक व्यक्ति ट्रक पर खड़ा है। यह ट्रक नियत क्षैतिज त्वरण $a (= 10 \text{ m/s}^2)$ से गति करता है जब ट्रक की चाल 10 m/s है। व्यक्ति ट्रक के सापेक्ष एक गेंद को $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ के वेग से फेंकता है। दिशा चित्र में प्रदर्शित है। व्यक्ति द्वारा प्रेक्षित गेंद का व्यक्ति के सापेक्ष एक सैकण्ड में कितने मीटर की दूरी तय करेगा। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



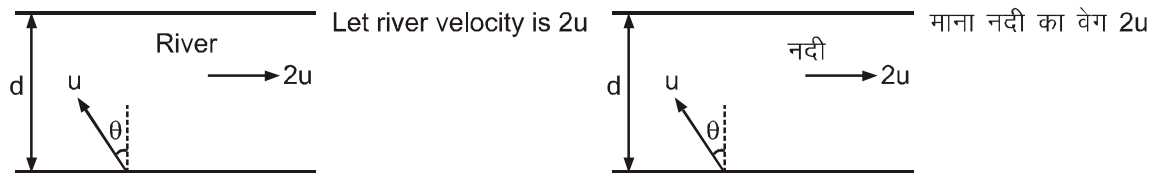
Ans. $\frac{5}{\sqrt{2}} \text{ m}$

Sol.



8. A boat moves relative to water with a velocity half of the river flow velocity. If the angle from the direction of flow at which the boat must move relative to stream direction to minimize drift is $\frac{2\pi}{n}$, then find n.
 एक नाव जल के सापेक्ष नदी के वेग के आधे वेग से गतिशील है, तो न्यूनतम अपवहन (drift) के लिए नाव को बहाव की दिशा से $\frac{2\pi}{n}$ कोण पर तैरना चाहिए, तब n ज्ञात कीजिए ?

Ans. 3
 Sol.



time to cross river नदी को पार करने में लगा समय $t = \frac{d}{u \cos \theta}$

$$\text{Drift बहाव } x = (2u - u \sin \theta)t = (2u - u \sin \theta) \frac{d}{u \cos \theta}$$

$$\text{Drift बहाव } x = (2 \sec \theta - \tan \theta)d$$

$$\frac{dx}{d\theta} = (2 \sec \theta \tan \theta - \sec^2 \theta)d = 0 \quad \Rightarrow \quad 2 \tan \theta = \sec \theta$$

$$\theta = 30^\circ \text{ with the river flow current} \quad \text{नदी की धारा के साथ}$$

angle with stream नदी की धारा के साथ कोण $30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$.

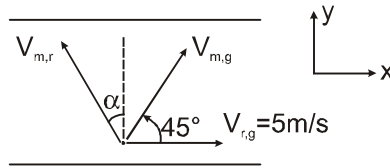
9. A swimmer crosses the river along the line making an angle of 45° with the direction of flow. Velocity of the river water is 5 m/s. Swimmer takes 6 seconds to cross the river of width 60 m. If the velocity of the swimmer with respect to water is $5\sqrt{n}$ m/s, then find n.
 एक तैराक प्रवाह की दिशा से 45° का कोण बनाने वाली रेखा के अनुदिश नदी को पार करता है। नदी के जल का वेग 5 m/s है। तैराक 60 m चौड़ी नदी को पार करने में 6 सैकण्ड लेता है। यदि जल के सापेक्ष तैराक का वेग $5\sqrt{n}$ m/s है तो n ज्ञात करें

Ans. 5

Sol. $\vec{V}_{m,g} = \vec{V}_{m,r} + \vec{V}_{r,g}$

As resulting velocity $\vec{V}_{m,g}$ is at 45° with river flow

जैसे कि परिणामी वेग नदी के बहाव से 45° पर है।



i.e. अर्थात् $V_{r,g} - V_{m,r} \sin \alpha = V_{m,g} \cos 45^\circ$ (1)

and तथा $\frac{60m}{V_{mr} \cos \alpha} = 6 \text{ sec.}$ (2)

Solving (1) & (2)

(1) व (2) को हल करने पर

$$V_{m,r} = 5\sqrt{5} \text{ m/s}$$

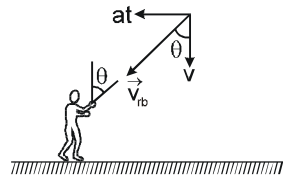
- 10. ✎** During a rainy day, rain is falling vertically with a velocity 2m/s . A boy at rest starts his motion with a constant acceleration of 2m/s^2 along a straight road. If the rate at which the angle of the axis of umbrella with vertical should be changed is $\frac{1}{n}$ at $t = 5\text{s}$ so that the rain falls parallel to the axis of the umbrella, then find n .

बारिश के दिनों में बारिश 2m/s की चाल से ऊर्ध्वाधर नीचे की तरफ गिर रही है। एक लड़का जो कि विराम में है, एक नियत त्वरण 2m/s^2 से सीधी सड़क पर चलना प्रारम्भ करता है। ऊर्ध्वाधर के साथ छाते के अक्ष द्वारा बनाया गया कोण $t = 5$ सेकण्ड पर $\frac{1}{n}$ दर से परिवर्तित होना चाहिए जिससे बारिश हमेशा छाते की अक्ष के समान्तर ही हो तब n ज्ञात कीजिए।

Ans. 26

Sol. At any time t , rain will appear to the boy as shown in picture.

$$\tan \theta = \frac{at}{v}$$



\vec{V}_{rb} = velocity of rain wrt. boy

Boy should hold his umbrella at an angle θ from the vertical

$$\therefore \tan \theta = \frac{at}{v} \quad \sec^2 \theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{a}{v}$$

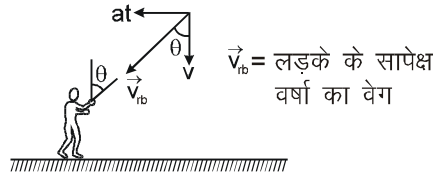
$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{a}{v \sec^2 \theta} = \frac{a}{v[1 + \tan^2 \theta]} = \frac{a}{v \left[1 + \frac{a^2 t^2}{v^2} \right]} = \frac{av}{v^2 + a^2 t^2} = \frac{2 \times 2}{4 + 4t^2} = \frac{1}{1 + t^2}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{1 + t^2} \quad \text{Ans.} \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{1 + t^2}$$

Sol. किसी समय t पर लड़के को बारिश की चाल चित्र में दर्शाये अनुसार प्रतीक होगी।

$$\tan\theta = \frac{at}{v}$$

लड़के को छाता दर्शाये अनुसार ऊर्ध्व से θ कोण पर पकड़ना चाहिए।



$$\therefore \tan\theta = \frac{at}{v} \quad \sec^2\theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{a}{v}$$

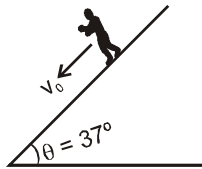
$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{a}{v \sec^2\theta} = \frac{a}{v[1 + \tan^2\theta]} = \frac{a}{v \left[1 + \frac{a^2 t^2}{v^2} \right]} = \frac{av}{v^2 + a^2 t^2} = \frac{2 \times 2}{4 + 4t^2} = \frac{1}{1 + t^2}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{1 + t^2} \quad \text{Ans.} \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{1 + t^2}$$

$$\text{अब, } t = 5 \text{ sec पर } \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{26}$$

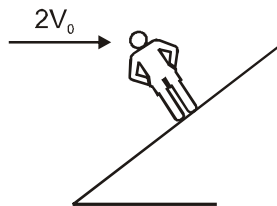
- 11.#** A man is moving downward on an inclined plane ($\theta = 37^\circ$) with constant velocity v_0 and rain drops appear to him moving in horizontal direction with velocity $2v_0$ towards him. If man increases his velocity to $2v_0$, the velocity of rain drops as observed by man is $\sqrt{\frac{n}{5}} v_0$, then find n .

एक आदमी एक नत तल ($\theta = 37^\circ$) पर v_0 वेग से नीचे की ओर गति कर रहा है तथा उसे वर्षा की बूंदें क्षैतिज दिशा में उसकी ओर $2v_0$ वेग से गति करती हुई प्रतीत होती है। यदि आदमी अपने वेग को $2v_0$ तक बढ़ाता है, तो आदमी द्वारा प्रेक्षित वर्षा की बूंदों का वेग $\sqrt{\frac{n}{5}} v_0$ है, तब n ज्ञात कीजिए -



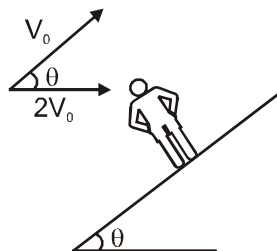
Ans. 41

Sol. Velocity of rain with respect to man initially as shown आदमी के सापेक्ष प्रारम्भ में वर्षा का वेग चित्रानुसार है।



Velocity relative to man when it increase its speed to $2V_0$

जब इसकी चाल $2V_0$ तक बढ़ती है तो आदमी के सापेक्ष वेग



So resultant velocity of rain with respect to man = $\sqrt{(2V_0)^2 + (V_0)^2 + 4V_0^2 \cos 37^\circ} = \sqrt{\frac{41}{5}} V_0$

इसलिये आदमी के सापेक्ष वर्षा का परिणामी वेग

12. Match the following :

A ball is thrown vertically upward in the air by a passenger (relative to himself) from a train that is moving as given in column I ($V_{\text{ball}} \ll V_{\text{escape}}$). Correctly match the situation as described in the column I, with the paths given in column II.

निम्न को सुमेलित कीजिए :

एक गतिशील ट्रेन (जैसा कि कॉलम I में दी गई है) में एक यात्री द्वारा (स्वयं के सापेक्ष) एक गेंद ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर हवा में फेंकी जाती है ($v_{\text{गेंद}} \ll v_{\text{प्लायन}}$)। कॉलम I में दी गई स्थिति को कॉलम II में दिये गये पथ से सुमेलित कीजिए

Column कॉलम I

Column कॉलम II

- | | |
|--|-------------------|
| (A) Train moving with constant acceleration on a slope then path of the ball as seen by the passenger. | (p) Straight line |
| (B) Train moving with constant acceleration on a slope then path of the ball as seen by a stationary observer outside. | (q) Parabolic |
| (C) Train moving with constant acceleration on horizontal ground then path of the ball as seen by the passenger. | (r) Elliptical |
| (D) Train moving with constant acceleration on horizontal ground then path of the ball as seen by a stationary observer outside. | (s) Hyperbolic |
| | (t) Circular |
| (A) ट्रेन नियत त्वरण से ढलान पर गतिशील है तो यात्री द्वारा देखा गया गेंद का पथ है। | (p) सरल रेखा |
| (B) ट्रेन नियत त्वरण से ढलान पर गतिशील है तो बाहर खड़े स्थिर प्रेक्षक द्वारा देखा गया गेंद का पथ है। | (q) परवल्यिक |
| (C) ट्रेन, भूमि पर नियत त्वरण से गतिशील है तो यात्री द्वारा देखा गया गेंद का पथ है | (r) दीर्घवृत्तीय |
| (D) ट्रेन, भूमि पर नियत त्वरण से गतिशील है तो बाहर खड़े स्थिर प्रेक्षक द्वारा देखा गया गेंद का पथ है। | (s) अतिपरवल्यिक |
| | (t) वृत्तीय |

Ans. (A) q, (B) q, (C) q, (D) q

Sol. In all cases, angle between velocity and net force (in the frame of observer) is in between 0° and 180° (excluding both values, in that path is straight line).

सभी स्थितियों में, वेग और कुल बल (प्रेक्षक के निर्देश फ्रेम में) के मध्य कोण 0° और 180° के मध्य है, अतः पथ परवल्यिक होगा

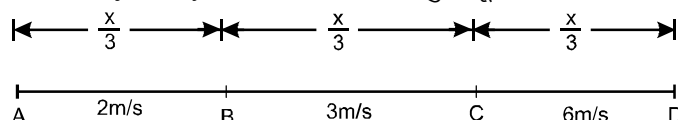
DPP No. : A9 (JEE-MAIN)
Total Marks : 60
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.20
Max. Time : 40 min.
(3 marks, 2 min.)
[60, 40]
ANSWER KEY OF DPP NO. : A9

- | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (A) | 2. (B) | 3. (B) | 4. (B) | 5. (B) | 6. (C) | 7. (A) |
| 8. (C) | 9. (B) | 10. (C) | 11. (D) | 12. (C) | 13. (C) | 14. (B) |
| 15. (B) | 16. (C) | 17. (C) | 18. (A) | 19. (B) | 20. (A) | |

1. A body covers first $\frac{1}{3}$ part of its journey with a velocity of 2 m/s, next $\frac{1}{3}$ part with a velocity of 3 m/s and rest of the journey with a velocity 6m/s. The average velocity of the body will be
- एक वस्तु यात्रा का पहला $\frac{1}{3}$ भाग 2 मी./सै. वेग से, अगला $\frac{1}{3}$ भाग 3 मी./सै. के वेग से तथा शेष यात्रा 6 मी/सै से तय करती है। वस्तु का औसत वेग क्या होगा ?

- (A*) 3 m/s (B) $\frac{11}{3}$ m/s (C) $\frac{8}{3}$ m/s (D) $\frac{4}{3}$ m/s

Sol. Let x be the length of whole journey . माना यात्रा की कुल दूरी x है।



$$\text{Average velocity} = \frac{\text{Total displacement}}{\text{Total time taken}}$$

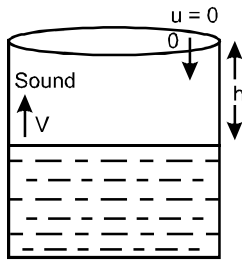
$$\text{औसत वेग} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{लिया गया कुल समय}}$$

$$= \frac{X}{\frac{x/3}{2} + \frac{x/3}{3} + \frac{x/3}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}} = \frac{18}{3+2+1} = 3 \text{ m/s (A) Ans}$$

2. A stone is dropped into a well in which the level of water is h below the top of the well. If v is velocity of sound, the time T after dropping the stone at which the splash is heard is given by
- एक पत्थर को कुएं में कुएं के ऊपरी बिन्दु से छोड़ा जाता है। कुएं में पानी का स्तर कुएं के शीर्ष से h गहराई पर है अगर v ध्वनि का वेग तथा T वह समय है जो पत्थर को छोड़ने के बाद से जब ध्वनि सुनी जाती है के मध्य का समयान्तराल है तो, T का मान होगा :

- (A) $T = 2h/v$ (B*) $T = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v}$ (C) $T = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{2v}$ (D) $T = \sqrt{\frac{h}{2g}} + \frac{2h}{v}$

Sol.



Suppose, t_1 = time taken by stone to reach the level of water

माना t_1 = पत्थर द्वारा जल स्तर तक आने में लगा समय

t_2 = time taken by sound to reach the top of well

t_2 = ध्वनि द्वारा कुएं के शीर्ष तक पहुंचने में लगा समय

so इसलिए, $T = t_1 + t_2$

For t_1 के लिए : $u = 0$

$$h = ut + \frac{1}{2}gt^2 \quad h = 0 + \frac{1}{2}gt_1^2 \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

For t_2 : As the velocity of sound is constant

t_2 के लिए : क्योंकि ध्वनि का वेग नियत है।

$$h = Vt_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{h}{V}$$

Therefore इसलिए, $T = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{V}$ **"B" Ans**

Aliter : वैकल्पिक विधि T = Time taken by stone from top to level water (T_1) + Time taken by sound from level water to top of the well (T_2)

T = पत्थर द्वारा ऊपर से पानी की सतह तक पहुंचने में लगा समय (T_1) + ध्वनि द्वारा पानी की सतह से कुएं में ऊपरी सिरे तक पहुंचने में लगा समय (T_2)

for downward journey of stone :

पत्थर की नीचे की ओर गति के लिए

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad h = 0 + \frac{1}{2}gT_1^2 \quad \Rightarrow \quad T_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

for upward journey of sound, Time ध्वनि की ऊपर की ओर गति के लिए समय $(T_2) = \frac{h}{V} \therefore T = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{V}$

Hence option (B) correct.

अतः (B) सही है।

3. Two particles held at different heights a and b above the ground are allowed to fall from rest. The ratio of their velocities on reaching the ground is :

जमीन से अलग-अलग a तथा b ऊँचाई पर स्थित दो कणों को स्वतन्त्र रूप से विराम से गिराने पर जमीन पर उनके वेगों का अनुपात होगा:

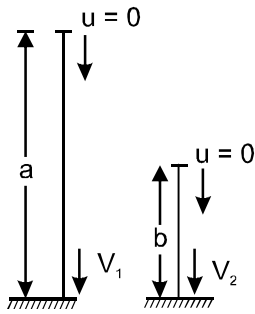
(A) $a : b$

(B*) $\sqrt{a} : \sqrt{b}$

(C) $a^2 : b^2$

(D) $a^3 : b^3$

Sol.



From the equation, समीकरण से

$$V^2 = u^2 + 2gh$$

$$V_1^2 = 0 + 2ga$$

$$V_1^2 = 2ga \quad \dots(i)$$

$$V_2^2 = 2gb \quad \dots(ii)$$

From the equations (i) and (ii) समीकरण (i) व (ii) से प्राप्त होगा

$$\text{we get } \frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{2ga}{2gb} = \frac{a}{b} \quad \text{i.e., } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{(B) Ans}$$

∴ option (B) is correct (B) विकल्प सही है।

4. A body starts from the origin and moves along the X-axis such that the velocity at any instant is given by $(4t^3 - 2t)$, where t is in second and velocity is in m/s. What is acceleration of the particle, when it is at distance 2m from the origin.

एक वस्तु मूल बिन्दु से प्रारम्भ होकर X-अक्ष के अनुदिश इस प्रकार गति करती है कि किसी समय उसका वेग $(4t^3 - 2t)$ के द्वारा दिया जाता है, जहाँ t सैकण्ड में तथा वेग मी०/सै० में है। जब कण मूल बिन्दु से 2 मीटर की दूरी पर है तब कण का त्वरण होगा—

- (A) 28 m/s^2 (B*) 22 m/s^2 (C) 12 m/s^2 (D) 10 m/s^2

Sol. Velocity of body at any instant is given by पिण्ड का किसी भी क्षण वेग

$$V = (4t^3 - 2t) \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dV}{dt} = (12t^2 - 2) \text{ m/s}^2$$

$$x = \int V dt \quad x = \int (4t^3 - 2t) dt$$

$$x = t^4 - t^2 + C$$

As body starts from origin ; $t = 0, x = 0$ चूँकि पिण्ड मूल बिन्दु से गति प्रारम्भ करता है।

$$\Rightarrow 0 = 0 - 0 + C \quad \Rightarrow C = 0 \quad X = t^4 - t^2$$

When जब $X = 2 \text{ m}$,

$$t^4 - t^2 = 2; \quad \text{or या } t^4 - t^2 - 2 = 0$$

$$\text{or या, } t^4 - 2t^2 + t^2 - 2 = 0; \quad \text{or या, } t^2(t^2 - 2) + 1(t^2 - 2) = 0; \quad \text{or या, } (t^2 - 2)(t^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 2 = 0 \quad \text{or या } t^2 + 1 \neq 0 \quad \Rightarrow t = \sqrt{2} \text{ sec.}$$

Hence, acceleration at $t = \sqrt{2} \text{ sec}$ पर त्वरण

$$a \Big|_{t=\sqrt{2}} = 12(\sqrt{2})^2 - 2 = 24 - 2 = 22 \text{ m/s}^2 \quad \text{"B" Ans}$$

Aliter : वैकल्पिक विधि $V = 4t^3 - 2t$ (1)

$$\frac{dx}{dt} = 4t^3 - 2t$$

$$\int_0^2 dx = \int_0^2 (4t^3 - 2t) dt$$

$$[x]_0^2 = [t^4 - t^2]_0^2$$

$$2 = t^4 - t^2$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{2} \text{ seconds.}$$

From (1) समीकरण (1) से $V = 4t^3 - 2t$

$$a = 12t^2 - 2$$

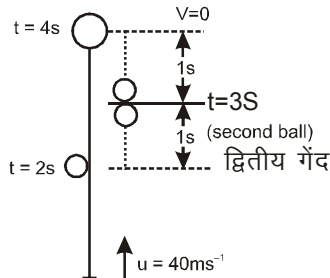
$$\text{At } t = \sqrt{2} \text{ s}$$

$$a = 22 \text{ m/s}^2$$

5. Two balls of equal masses are thrown upward, along the same vertical line at an interval of 2 seconds, with the same initial velocity of 40 m/s. Then these collide at a height of (Take $g = 10 \text{ m/s}^2$)
समान द्रव्यमान की दो गेंदों को समान ऊर्ध्वाधर रेखा में 2 सैकण्ड के अन्तराल में एक समान प्रारम्भिक वेग 40 मी./सै. से ऊपर की ओर फेंका जाता है तो ये किस ऊँचाई पर टकराएंगी। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(A) 120 m (B*) 75 m (C) 200 m (D) 45 m

Sol.



$$u = 40 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2$$

Let t be time taken by the first ball to reach the highest point.

माना प्रथम गेंद द्वारा उच्चतम बिन्दु तक पहुँचने में लिया गया समय t है

$$V = u - gt \quad 0 = 40 - 10t \quad t = 4 \text{ s}$$

From figure second ball will collide with first ball after 3 second, therefore the height of collision point = height gained by the second ball in 3 sec

अतः टकराने वाले बिन्दु की ऊँचाई

= द्वितीय गेंद द्वारा 3 sec में प्राप्त ऊँचाई

$$= 40(3) - \frac{1}{2}(10)(3)^2$$

$$= 120 - 45$$

$$= 75 \text{ m} \quad \text{"B" Ans}$$

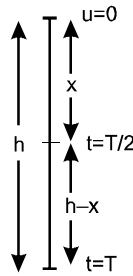
6. A body is released from the top of a tower of height h metre. It takes T seconds to reach the ground. Where is the ball at the time $T/2$ seconds ?

(A) at $h/4$ metre from the ground (B) at $h/2$ metre from the ground
(C*) at $3h/4$ metre from the ground (D) depends upon the mass of the ball

एक वस्तु को h मीटर ऊँचाई के टॉवर से छोड़ा जाता है। यह जमीन तक पहुँचने में T सैकण्ड लेती है। यह $T/2$ समय पर कहाँ पर होगी?

(A) जमीन से $h/4$ मीटर पर। (B) जमीन से $h/2$ मीटर पर।
(C*) जमीन से $3h/4$ मीटर पर। (D) वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर करेगा।

Sol. $u = 0, t = T ; h = ut + \frac{1}{2}gt^2 ; h = \frac{1}{2}gT^2$
 $h = \frac{1}{2}gT^2 \quad \dots(i)$



Let x be the distance covered by the body in $t = T/2$
 माना पिण्ड द्वारा समय $t = T/2$ में तय की गई दूरी = x

$$x = 0 + \frac{1}{2}g(T/2)^2$$

$$x = \frac{1}{8}gT^2 \quad \dots(ii)$$

From equations (i) and (ii) समीकरण (i) व (ii) से

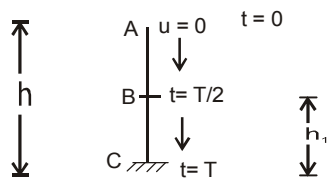
$$\frac{h}{x} = \frac{1/2 gT^2}{1/8 gT^2} \quad \frac{h}{x} = \frac{4}{1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{h}{4}$$

Therefore height of that point from ground

अतः उस बिन्दु की जमीन से ऊँचाई

$$= h - x = h - \frac{h}{4} = \frac{3h}{4} \quad \text{"C" Ans}$$

Aliter : वैकल्पिक विधि



Let at $t = \frac{T}{2}$ body is at point B.

माना $t = \frac{T}{2}$ पर वस्तु बिन्दु B पर है।

For AC AC के लिए

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$-h = -\frac{1}{2}gT^2$$

$$h = g\frac{T^2}{2} \quad \dots(1)$$

For AB AB के लिए

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$-(h - h_1) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{T}{2}\right)^2$$

$$h - h_1 = g\frac{T^2}{2 \times 4} \quad \dots(2)$$

From (1) and (2), we have

समीकरण (1) व (2), से हम प्राप्त करते हैं

$$h - h_1 = \frac{h}{4}$$

$$h - \frac{h}{4} = h_1 \quad \text{or या} \quad h_1 = \frac{3h}{4} \text{ from the ground धरातल से}$$

7. A ball is thrown upward at an angle of 30° with the horizontal and lands on the top edge of a building that is 20 m away. The top edge is 5m above the throwing point. The initial speed of the ball in metre/second is (take $g = 10 \text{ m/s}^2$) :

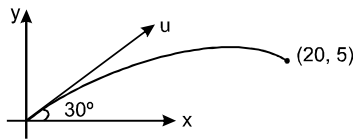
एक गेंद को जमीन से क्षैतिज से 30° कोण पर फेंका जाता है जो प्रक्षेपण बिन्दु से 20 m दूर स्थित इमारत की उच्चतम सतह पर गिरती है। उच्चतम सतह प्रक्षेपण बिन्दु से 5m ऊँची है। तो गेंद की प्रारम्भिक चाल m/s में होगी ($g = 10 \text{ m/s}^2$) :

$$(A^*) u = 40 \sqrt{\frac{(4 + \sqrt{3})}{13\sqrt{3}}} \text{ m/s}$$

$$(B) u = 40 \sqrt{\frac{4 - \sqrt{3}}{13\sqrt{3}}} \text{ m/s}$$

$$(C) u = 40 \sqrt{\frac{4 + \sqrt{3}}{13}} \text{ m/s}$$

$$(D) u = 40 \frac{40}{\sqrt{\sqrt{3}} (4 + \sqrt{3})} \text{ m/s}$$



Sol.

$$y = x \tan \theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2 \cos^2 \theta}$$

$$5 = 20 \tan 30^\circ - \frac{1}{2} \times \frac{10 \times 20^2}{u^2 \cos^2 30^\circ}$$

$$\Rightarrow u^2 = \frac{1600}{\sqrt{3}(4 - \sqrt{3})} = \frac{1600}{13\sqrt{3}} (4 + \sqrt{3}) \Rightarrow u = 40 \sqrt{\frac{(4 + \sqrt{3})}{13\sqrt{3}}} \text{ m/s}$$

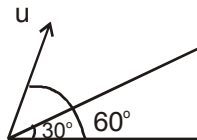
8. On an inclined plane of inclination 30° , a ball is thrown at an angle of 60° with the horizontal from the foot of the incline with a velocity of $10\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$. If $g = 10 \text{ ms}^{-2}$, then the time in which ball will hit the inclined plane is -

30° उन्नयन कोण वाले एक नततल के आधार से क्षैतिज से 60° के कोण पर एक गेंद को $10\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$ के वेग से फेंकते हैं। यदि $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ है तो कितने समय बाद गेंद वापस नत तल से टकराएगी।

- (A) 1 sec. (B) 6 sec. (C*) 2 sec. (D) 4 sec.

Sol. $u = 10\text{m/s}$

Time of flight on the incline plane नत तल पर उड़डयन काल



$$T = \frac{2u \sin \alpha}{g \cos \beta}$$

given दिया है $\alpha = 30^\circ$ & $\beta = 30^\circ$ & $u = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$

$$T = \frac{2 \times 10\sqrt{3} \sin 30^\circ}{10 \cos 30^\circ}$$

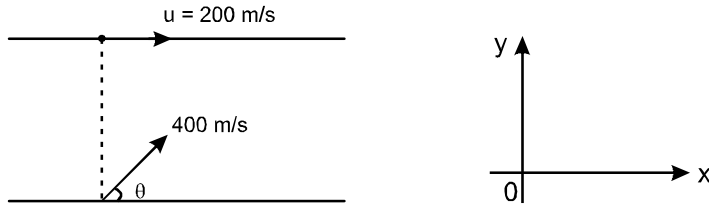
so अतः $T = 2 \text{ sec}$.

9. ✎ A plane flying horizontally at a height of 1500 m with a velocity of 200 ms^{-1} passes directly overhead an anti-aircraft gun. Then the angle with the horizontal at which the gun should be fired for the shell with a muzzle velocity of 400 m s^{-1} to hit the plane, is -
 (A) 90° (B*) 60° (C) 30° (D) 45°

एक हवाई जहाज, एक तोप के ऊपर से 1500 m की ऊँचाई पर क्षैतिज दिशा में 200 ms^{-1} के वेग से गुजरता है। तोप के गोले का नाल वेग 400 m s^{-1} है, तो तोप का क्षैतिज से बनाया गया कोण क्या होगा जिससे की वह हवाई जहाज को भेद सके?

- (A) 90° (B*) 60° (C) 30° (D) 45°

Sol.



To hit टकराने के लिए, $400 \cos \theta = 200$

{ \because Both travel equal distances along horizontal, from their start and coordinates of x axis are same}

{ \because दर्शाई गई स्थिति से दोनों क्षैतिज में समान दूरियाँ तय करेंगे अतः दोनों के x निर्देशांक समान है।}

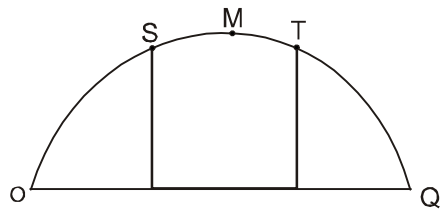
$\Rightarrow \theta = 60^\circ$ Ans.

10. ✎ A projectile is thrown with velocity v making an angle θ with the horizontal. It just crosses the top of two poles, each of height h , after 1 second and 3 second respectively. The time of flight of the projectile is
 (A) 1 s (B) 3 s (C*) 4 s (D) 7.8 s.

एक प्रक्षेप्य को क्षैतिज से θ कोण पर v वेग से फेंका जाता है। यह समान ऊँचाई h के दो खम्बों के शीर्ष के ठीक पास से क्रमशः समय 1 सेकण्ड तथा 3 सेकण्ड पश्चात् गुजरता है। तो प्रक्षेप्य का उड़डयन काल है -

- (A) 1 s (B) 3 s (C*) 4 s (D) 7.8 s

Sol.



$$t_{(OS)} = 1 \text{ sec}$$

$$t_{(OT)} = 3$$

or या $t_{(ST)} = \frac{1}{2} t_{(OT)} - t_{(OS)} = 3 - 1 = 2 \text{ sec}$

$$\therefore t_{(SM)} = t_{(ST)} = 1 \text{ sec.}$$

$$\therefore t_{(OM)} = t_{(OS)} + t_{(SM)} = 1 + 1 = 2 \text{ sec.}$$

$$\therefore \text{Time of flight उड़डयन काल} = 2 \times 2 = 4 \text{ sec. Ans. "C"}$$

11. A body has an initial velocity of 3 ms^{-1} and has a constant acceleration of 1 ms^{-2} normal to the direction of the initial velocity. Then its velocity, 4 second after the start is
 (A) 7 ms^{-1} along the direction of initial velocity
 (B) 7 ms^{-1} along the normal to the direction of the initial velocity
 (C) 7 ms^{-1} mid-way between the two directions

(D*) 5 ms^{-1} at an angle of $\tan^{-1} \frac{4}{3}$ with the direction of the initial velocity

एक गेंद का प्रारम्भिक वेग 3 ms^{-1} तथा प्रारम्भिक वेग की दिशा के लम्बवत् नियत त्वरण 1 ms^{-2} है। तो प्रारम्भ होने के 4 sec पश्चात् वेग होगा -

- (A) प्रारम्भिक वेग की दिशा में 7 ms^{-1} (B) प्रारम्भिक वेग की दिशा से लम्बवत् 7 ms^{-1}
 (C) दोनों दिशाओं के मध्य में 7 ms^{-1} (D*) प्रारम्भिक वेग की दिशा से $\tan^{-1} \frac{4}{3}$ के कोण पर 5 ms^{-1}

Sol. $u = 3\hat{i} \text{ m/s}$ $a = 1\hat{j} \text{ m/s}^2$

a is \perp u (a , u के लम्बवत् है)

so V after 4 sec तो 4 से. बाद वेग

$$V = u + at$$

$$V = 3\hat{i} + 1\hat{j} \times 4$$

$$V = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\bar{V}_R = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$\bar{V}_R = 5 \text{ m/s} \quad \text{and और} \quad \tan \theta = \frac{4}{3}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) \text{ with the direction of the initial velocity. प्रारम्भिक वेग की दिशा के साथ}$$

- 12.** A particle at a height 'h' from the ground is projected with an angle 30° from the horizontal, it strikes the ground making angle 45° with horizontal. It is again projected from the same point at height h with the same speed but with an angle of 60° with horizontal. Find the angle it makes with the horizontal when it strikes the ground :

जमीन से h ऊँचाई ऊपर से एक कण को क्षैतिज से 30° पर प्रक्षेपित किया जाता है। यह जमीन पर क्षैतिज से 45° कोण बनाते हुए टकराता है। इसको पुनः उसी ऊँचाई से समान चाल परन्तु क्षैतिज से 60° कोण पर प्रक्षेपित किया जाये तो जमीन से टकराते समय क्षैतिज से बनाया गया कोण क्या होगा? –

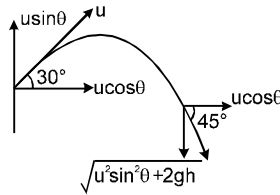
- (A) $\tan^{-1}(4)$ (B) $\tan^{-1}(5)$ (C*) $\tan^{-1}(\sqrt{5})$ (D) $\tan^{-1}(\sqrt{3})$

Sol. using $v = \sqrt{u^2 + 2gh}$ के प्रयोग से

$$v = \sqrt{u^2 \sin^2 \theta + 2gh} \text{ (vertical comp. when striking) ऊर्ध्वाधर घटक, जब जमीन से टकराता है}$$

Now अब $\tan 45^\circ = 1$

$$u \cos \theta = \sqrt{u^2 \sin^2 \theta + 2gh}$$



$$u^2 \cos^2 \theta = u^2 \sin^2 \theta + 2gh \quad \dots\dots(1)$$

$$u^2 \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right) = 2gh$$

$$u^2 = 4gh$$

$$u = 2\sqrt{gh}$$

$$\tan \theta = \frac{v_T}{v_H} = \frac{\sqrt{4gh \cdot \frac{3}{4} + 2gh}}{2\sqrt{gh} \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{5gh}}{\sqrt{gh}} = \sqrt{5}$$

- 13.** A stone is thrown upwards from a tower with a velocity 50 ms^{-1} . Another stone is simultaneously thrown downwards from the same location with a velocity 50 ms^{-1} . When the first stone is at the highest point, the relative velocity of the second stone with respect to the first stone is (assume that second stone has not yet reached the ground) :

एक पत्थर को एक मीनार से ऊपर की तरफ 50 ms^{-1} के वेग से फेंकते हैं। इसी समय दूसरे पत्थर को समान ऊँचाई से नीचे की तरफ 50 ms^{-1} के वेग से फेंकते हैं। जब पहला पत्थर उच्चतम बिन्दु पर होता है तब दूसरे पत्थर का पहले पत्थर के सापेक्ष वेग क्या होगा (यह मानते हुए कि दूसरा पत्थर धरातल पर अभी तक नहीं पहुँचा है) :

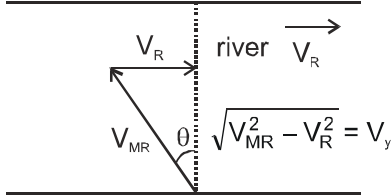
- (A) Zero शून्य (B) 50 ms^{-1} (C*) 100 ms^{-1} (D) 150 ms^{-1}

Sol. $u_1 = 50 - gT$ $u_2 = -50 - gT$ $v_r = u_1 - u_2 = 100 \text{ m/sec}$

14. A boat, which has a speed of 5 km/h in still water, crosses a river of width 1 km along the shortest possible path in 15 minutes. The velocity of the river water in km/h is -
 एक नाव की शांत जल में चाल 5 km/h है तथा 1 km चौड़ी नदी को न्यूनतम पथ के अनुदिश 15 मिनट में पार करती है तो नदी के जल प्रवाह का वेग km/h में है -

(A) 1 (B*) 3 (C) 4 (D) $\sqrt{41}$

Sol. 15 min = 1/4 hr.



$$t = \frac{d}{V_y} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{\sqrt{V_{MR}^2 - V_R^2}} = \frac{1}{4} = \frac{1}{\sqrt{5^2 - V_R^2}} \Rightarrow V_R = 3 \text{ km/h}$$

15. A particle is thrown up inside a stationary lift of sufficient height. The time of flight is T. Now it is thrown again with same initial speed v_0 with respect to lift. At the time of second throw, lift is moving up with speed v_0 and uniform acceleration g upward (the acceleration due to gravity). The new time of flight is—
 पर्याप्त ऊँचाई की स्थिर लिफ्ट के अन्दर कण को ऊपर फेंका जाता है। उड़यनकाल T है। अब इसे लिफ्ट के सापेक्ष पुनः समान प्रारम्भिक चाल v_0 से फेंका जाता है। द्वितीय बार फेंकते समय लिफ्ट नियत त्वरण g से ऊपर की ओर v_0 चाल से गतिमान है। (g गुरुत्व का त्वरण है) नया उड़यनकाल है -

(A) $\frac{T}{4}$ (B*) $\frac{T}{2}$ (C) T (D) 2T

Sol. With respect to lift initial speed = v_0 लिफ्ट के सापेक्ष प्रारम्भिक चाल = v_0
 acceleration = $-2g$ त्वरण = $-2g$
 displacement = 0 विस्थापन = 0

$$\therefore S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 = v_0 T' - \frac{1}{2} \times 2g \times T'^2$$

$$\therefore T' = \frac{v_0}{g} = \frac{1}{2} \times \frac{2v_0}{g} = \frac{1}{2} T$$

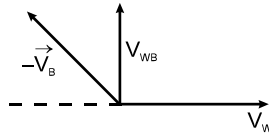
16. A flag on a bus is fluttering in north direction & wind is blowing in east direction. Then which of the following will be true -

(A) bus is moving in south direction.
 (B) bus is moving in north east direction.
 (C*) bus may be moving in any direction between south & east.
 (D) bus may be moving in any direction between south & west.

एक झण्डा एक बस पर उत्तर दिशा में लहरा रहा है व हवा पूर्व दिशा में बह रही है। निम्न में से कौनसा सत्य है -

(A) बस दक्षिण दिशा में जा रही है।
 (B) बस उत्तर पूर्व दिशा में जा रही है।
 (C*) बस दक्षिण व पूर्व दिशा के बीच की किसी दिशा में जा रही हो सकती है।
 (D) बस दक्षिण व पश्चिम के बीच की किसी दिशा में जा रही हो सकती है।

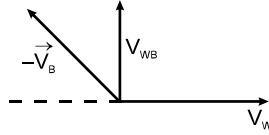
Hint : Flag will flutter in the direction of wind with respect to bus.



and $\vec{V}_{WB} = \vec{V}_W - \vec{V}_B = \vec{V}_W + (-\vec{V}_B)$ (Addition of two vector always lies between them)

$(-\vec{V}_B)$ must lie in any direction between north & west. So bus will be moving in any direction between south east. **(C)**

Hint : झण्डा, हवा की बस के सापेक्ष दिशा में लहरायेगा।



और $\vec{V}_{WB} = \vec{V}_W - \vec{V}_B = \vec{V}_W + (-\vec{V}_B)$

(दो सदिशों का योगफल हमेशा उनके मध्य स्थित होता है।)

$(-\vec{V}_B)$ की दिशा उत्तर व पश्चिम के मध्य किसी दिशा में होनी ही चाहिए। अतः बस दक्षिण पूर्व के मध्य किसी दिशा में गति करेगी।

17. A train is standing on a platform, a man inside a compartment of a train drops a stone. At the same instant train starts to move with constant acceleration. The path of the particle as seen by the person who drops the stone is :

एक ट्रेन प्लेटफार्म पर खड़ी है। एक डिब्बे के अन्दर एक व्यक्ति पत्थर गिराता है, इसी क्षण रेलगाड़ी नियत त्वरण से गति प्रारम्भ करती है। वह व्यक्ति जो पत्थर गिराता है, के सापेक्ष पत्थर का पथ होगा :

- (A) parabola
- (B) straight line for sometime & parabola for the remaining time
- (C*) straight line
- (D) variable path that cannot be defined

- (A) परवलय
- (B) कुछ समय के लिए सरल रेखीय तथा बचे हुए समय में परवलय
- (C*) सरल रेखा
- (D) अनिश्चित पथ, जिसको परिभाषित नहीं किया जा सकता

Sol. Relative to the person in the train, acceleration of the stone is 'g' downward, a (acceleration of train) backwards.

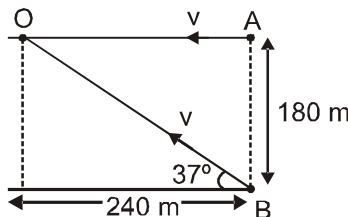
ट्रेन में खड़े व्यक्ति के सापेक्ष पत्थर का त्वरण नीचे की ओर 'g' है तथा 'a' पीछे की ओर (ट्रेन के त्वरण से)

According to him उसके अनुसार : $x = \frac{1}{2} at^2$, $Y = \frac{1}{2} gt^2$

$\Rightarrow \frac{X}{Y} = \frac{a}{g} \Rightarrow Y = \frac{g}{a} x \Rightarrow$ straight line. सरल रेखीय

18. Two persons P and Q start from points A and B respectively as shown in figure. P and Q have speed $v = 12$ m/s in shown directions towards point O. when the distance between P and Q is 120m, then Q increases its speed to 15 m/s. Then find out who will reach the point O first.

दो व्यक्ति P तथा Q दर्शायें अनुसार क्रमशः बिन्दु A तथा B से नियत चाल $v = 12$ m/s से यात्रा प्रारम्भ करते हैं तथा बिन्दु O की ओर बढ़ते हैं। जब P व Q के बीच 120 m की दूरी होती है तो Q अपनी चाल बढ़ाकर 15 m/s कर लेता है। बताइये बिन्दु O तक पहले कौन पहुँचेगा।



(A*) P

(B) Q

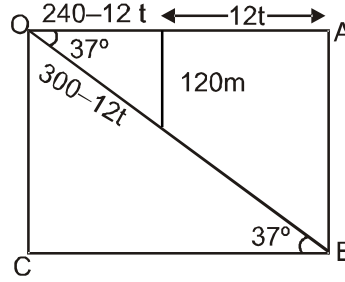
(C) both P and Q reaches simultaneously

(D) Data is insufficient

दोनों P व Q एक साथ पहुँचते हैं

जानकारी अपर्याप्त है।

Sol. Position of P and Q when they are at distance 120 m at time t after motion start
P तथा Q की स्थिति जब वे गति प्रारम्भ करने के t समय बाद 120 m की दूरी पर है।



Velocity of Q along y-direction is initially $12\cos 37^\circ$.

Later on it increases it to $15\cos 37^\circ = 12 \text{ m/s}$

Earlier Q was travelling with less velocity along y direction. So, it will reach point O later.

So P reaches first at point O

y-दिशा के अनुदिश Q की प्रारम्भिक चाल $12\cos 37^\circ$

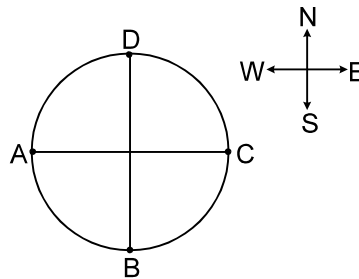
बाद में यह बढ़कर $15\cos 37^\circ = 12 \text{ m/s}$ हो जाती है।

प्रारम्भ में Q, y-दिशा में इससे कम वेग से चल रहा था, अतः यह बिन्दु O पर बाद में पहुँचेगा

इसलिये P बिन्दु O पर पहले पहुँचता है।

19. Two aeroplanes fly from their respective positions 'A' and 'B' starting at the same time and reach the point 'C' simultaneously when wind was not blowing. On a windy day they head towards 'C' but both reach the point 'D' simultaneously in the same time which they took to reach 'C'. Then the wind is blowing in

दो वायुयान अपनी क्रमशः 'A' तथा 'B' स्थितियों से शुरू होकर समान समय में बिन्दु 'C' तक पहुँचते हैं, जबकि हवा नहीं बह रही है। हवा बहने वाले दिन वे 'C' की तरफ जाते हुए बिन्दु 'D' पर एक साथ एक समय में पहुँचते हैं जो कि 'C' की तरफ जाते हुए लगा था। तब हवा के बहने की दिशा है –



(A) North-East direction

उत्तर-पूर्व दिशा

(B*) North-West direction

उत्तर-पश्चिम दिशा

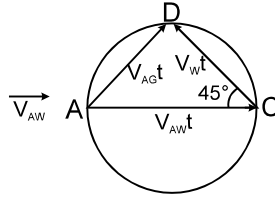
(C) Direction making an angle $0 < \theta < 90$ with North towards East.

उत्तर से θ कोण बनाते हुए ($0 < \theta < 90$) पूर्व दिशा में

(D) North direction

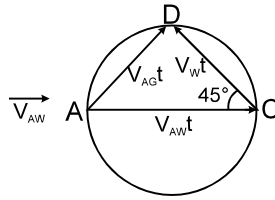
उत्तर दिशा में

- Sol.** In absence of wind A reaches to C and in presence of wind it reaches to D in same time so wind must deflect from C to D so wind blow in the direction of CD



$$\begin{aligned}\vec{V}_{AG} &= \vec{V}_{AW} + \vec{V}_{WG} \\ \Rightarrow \vec{V}_{AG} t &= \vec{V}_{AW} t + \vec{V}_{WG} t \\ AC &= \vec{V}_{AW} t \\ CD &= \vec{V}_{WG} t\end{aligned}$$

- (B)** वायु की अनुपस्थिति में A पहुँचता है C पर और वायु चलने पर यह समान समय में D पर पहुँचता है। अतः वायु C से D की ओर विक्षेपित करती है अतः वायु CD दिशा में चलनी चाहिए।



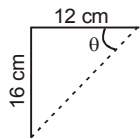
$$\begin{aligned}\vec{V}_{AG} &= \vec{V}_{AW} + \vec{V}_{WG} \Rightarrow \vec{V}_{AG} t = \vec{V}_{AW} t + \vec{V}_{WG} t \\ AC &= \vec{V}_{AW} t \\ CD &= \vec{V}_{WG} t\end{aligned}$$

- 20.** A man who is wearing a hat of extended length of 12 cm is running in rain falling vertically downwards with speed 10 m/s. The maximum speed with which man can run, so that rain drops do not fall on his face (the length of his face below the extended part of the hat is 16 cm) will be:

एक व्यक्ति जो 12 cm उभरी हुई लम्बाई की एक टोपी पहने हुए बरसात में दौड़ता है। जो कि 10 m/s के वेग से ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिरती है। आदमी के दौड़ने की अधिकतम चाल, ताकि बरसात की बूंदें उसके चेहरे पर नहीं गिरे (उसके चेहरे के उभरे हुए भाग के नीचे की लम्बाई 16 cm है) होगी –

- (A*) $\frac{15}{2}$ m/s (B) $\frac{40}{3}$ m/s (C) 10 m/s (D) zero

- Sol.** $V_{R/G(x)} = 0$, $V_{R/G(y)} = 10$ m/s
Let, velocity of man = v
माना कि आदमी का वेग = v



$$\tan \theta = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

then, $v_{R/man} = v$ (opposite to man)

For the required condition :

तब, $v_{R/man} = v$ (आदमी के विपरीत)

दी गई स्थिति के लिए :

$$\tan \theta = \frac{V_{R/M(y)}}{V_{R/M(x)}} = \frac{10}{v} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow v = \frac{10 \times 3}{4} = 7.5 \text{ Ans.}$$

DPP No. : A10 (JEE-Advanced)
Total Marks : 36
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1
Comprehension ('-1' negative marking) Q.2 to Q.4
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.5 to Q.10
Max. Time : 38 min.
(3 marks, 2 min.) [03, 02]
(3 marks 2 min.) [09, 06]
(4 marks 5 min.) [24, 30]
ANSWER KEY OF DPP NO. : A10

- | | | | |
|---------|--|----------------------|----------------------------|
| 1. (C) | 2. $(-10\hat{i} - 10\hat{k})$ rain appears to come 45° with . | 3. (B) | 4. (D) |
| 5. 52 m | 6. 30° | 7. $\frac{125}{4}$ m | 8. $y = -\frac{b}{a^2}x^2$ |
| 9. 70 | 10. 25 | | |

1. The displacement of a particle moving in a straight line is given by $x = 16t - 2t^2$ (where, x is in metres and t is in second). Find the distance travelled by the particle in 8 seconds [starting from $t = 0$] is :
 सरल रेखा में गतिशील एक कण का विस्थापन $x = 16t - 2t^2$ द्वारा दिया जाता है (जहाँ x मीटर में तथा t सेकण्ड में है)।
 8 सेकण्ड में [$t = 0$ से प्रारम्भ करते हुये] कण द्वारा तय की गई दूरी होगी :

- (A) 24 m (B) 40 m (C*) 64 m (D) 80 m

Sol. $x = 16t - 2t^2$
 $\therefore v = 16 - 4t = 0$ or $t = 4$ sec (break point घुमाव बिन्दु)

 \therefore Distance दूरी = $\left[16t - 2t^2\right]_0^4 + \left|16t - 2t^2\right|_4^8 = [64 - 32] + [(128 - 128) - (32)] = 32 + 32 = 64$ m

COMPREHENSION

Rain is falling with a velocity $(-4\hat{i} + 8\hat{j} - 10\hat{k})$. A person is moving with a velocity of $(6\hat{i} + 8\hat{j})$ on the ground. x -axis and y -axis lies in horizontal plane and z -axis is vertically upward.

बारिश $(-4\hat{i} + 8\hat{j} - 10\hat{k})$ के वेग से गिर रही है। एक आदमी $(6\hat{i} + 8\hat{j})$ वेग से जमीन पर चल रहा है। x -अक्ष तथा y -अक्ष क्षैतिज तल में तथा z -अक्ष ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर है।

2. Find the velocity of rain with respect to man and the direction from which the rain appears to be coming.

आदमी के सापेक्ष बारिश का वेग ज्ञात करो तथा वह दिशा भी ज्ञात करो जिससे बारिश आती हुई प्रतीत हो रही है।

Sol. $V_{rm} = V_r - V_m = (-10\hat{i} - 10\hat{k})$
Ans. $(-10\hat{i} - 10\hat{k})$ rain appears to come 45° with .

3. The speed with which the rain drops hit the person is :

वह चाल ज्ञात करो जिससे बारिश की बूंदें आदमी से टकराती है :

- (A) 10 m/s (B*) $10\sqrt{2}$ m/s (C) $\sqrt{180}$ m/s (D) $\sqrt{360}$ m/s

Sol. $V_{rm} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$ m/sec.

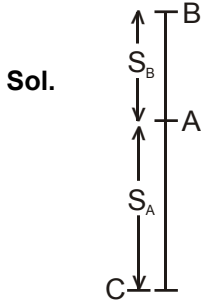

4. The velocity of man w.r.t. rain is : आदमी का बारिश के सापेक्ष वेग ज्ञात करो :
 (A) $-6\hat{i} - 8\hat{j}$ (B) $4\hat{i} - 8\hat{j} + 10\hat{k}$ (C) $10\hat{i} - 10\hat{j}$ (D*) $10\hat{i} + 10\hat{k}$

Sol. $V_{mR} = -V_{RM} = 10\hat{i} + 10\hat{k}$

5. A balloon is ascending vertically with an acceleration of 0.4 m/s^{-2} . Two stones are dropped from it at an interval of 2 sec. Find the distance between them 1.5 sec. after the second stone is released.
 ($g = 10 \text{ m/sec}^2$)

एक गुब्बारा ऊपर की ओर 0.4 m/s^{-2} के त्वरण से गतिशील है। इससे दो पत्थरों को 2 सैकण्ड के अन्तराल में गिराया जाता है। द्वितीय पत्थर को छोड़ने के 1.5 सेकण्ड पश्चात् उनके मध्य दूरी ज्ञात कीजिए, ($g = 10 \text{ m/sec}^2$)

[Ans.: 52 m]



At position A balloon drops first particle

स्थिति A पर गुब्बारा पहला कण गिराता है

So, $u_A = 0$, $a_A = -g$, $t = 3.5 \text{ sec.}$

$$S_A = \left(\frac{1}{2}gt^2 \right) \dots\dots\dots(i)$$

Balloon is going upward from A to B in 2 sec. so distance travelled by balloon in 2 second.

गुब्बारा A से B ऊपर की ओर 2 sec. में जा रहा है इसलिए 2 में गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी

$$\left(S_B = \frac{1}{2}a_B t^2 \right) \dots\dots\dots(ii)$$

$$a_B = 0.4 \text{ m/s}^2, \quad t = 2 \text{ sec.}$$

$$S_1 = BC = (S_B + S_A) \dots\dots\dots(iii)$$

Distance travelled by second stone which is dropped from balloon at B

दूसरे पत्थर द्वारा तय दूरी जो B पर गुब्बारे से गिरा है।

$$u_2 = u_B = a_B t = 0.4 \times 2 = 0.8 \text{ m/s } t = 1.5 \text{ sec.}$$

$$\left(S_2 = u_2 t - \frac{1}{2}gt^2 \right) \dots\dots\dots(iv)$$

Distance between two stone दोनों पत्थरों के बीच दूरी

$$\Delta S = S_1 - S_2.$$

6. A projectile is thrown at an angle 30° from the horizontal ground with velocity 10 m/s . Find angle between displacement vector and velocity vector at time $t = 1 \text{ sec.}$

एक कण को जमीन से क्षैतिज से 30° कोण पर 10 m/s वेग से प्रक्षेपित किया जाता है तो विस्थापन सदिश तथा वेग सदिश के बीच $t = 1$ सैकण्ड के बाद कोण होगा।

Sol. For direction of motion गति की दिशा के लिये

$$\tan \theta_1 = \frac{10 \sin 30 - 10 \times 1}{10 \cos 30^\circ} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

For displacement विस्थापन के लिए

$$\tan \theta_2 = \frac{10 \sin 30 - 10 \times \frac{1}{2} \times 1}{10 \cos \theta} = 0$$

$$\theta_1 = -30^\circ, \theta_2 = 0$$

$$\text{कोण Angle} = |\theta_1 - \theta_2| = 30^\circ$$

Ans 30°

7. A particle is projected from the ground level. It just passes through upper ends of vertical poles A, B, C of height 20 m, 30 m & 20 m respectively. The time taken by the particle to travel from B to C is double of the time taken from A to B. Find the maximum height attained by the particle from the ground level.
 एक कण को जमीन से प्रक्षेपित किया जाता है। यह ऊर्ध्व खम्बे A, B, C जिनकी ऊँचाई क्रमशः 20 m, 30 m तथा 20 m है, के ऊपरी सिरों को ठीक छूता हुआ निकलता है। B से C तक जाने में लिया गया समय, A से B तक जाने में लिए गए समय का दुगुना है। कण द्वारा जमीन से प्राप्त अधिकतम ऊँचाई का मान ज्ञात करें—

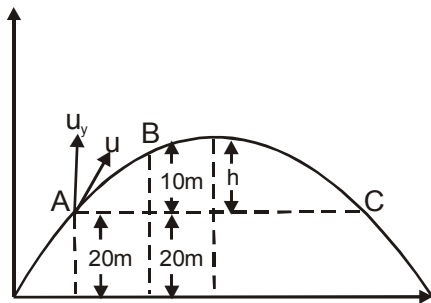
[Ans.: $\frac{125}{4}$ m]

Sol.

$t_{AB} = t$

$t_{BC} = 2t$

So, for ABC part, ABC भाग के लिये,



Time of flight उड़ान काल,

$$t_{AC} = 3t = \frac{2u_y}{g}$$

$$\Rightarrow u_y = \frac{3}{2}gt$$

$$\text{Also, } 10 = u_y t - \frac{1}{2}gt^2 = gt^2$$

$$\Rightarrow t = 1\text{ s} \quad \therefore u_y = 15 \text{ m/s}$$

$$\therefore h = \frac{u_y^2}{2g} - \frac{225}{20} = \frac{45}{4} \text{ m.}$$

$$\therefore \text{Maximum height attained अधिकतम प्राप्त ऊँचाई} = 20 + \frac{45}{4} = \frac{125}{4} \text{ m.}$$

8. A radius vector of point A relative to the origin varies with time t as $\vec{r} = at\hat{i} - bt^2\hat{j}$ where a and b are constants. Find the equation of point's trajectory.

बिन्दु A का मूल बिन्दु के सापेक्ष त्रिज्यीय सदिश समय के साथ $\vec{r} = at\hat{i} - bt^2\hat{j}$ की तरह परिवर्तित होता है जहाँ a और b नियतांक हैं तो बिन्दु के पथ का समीकरण होगा।

Ans. $y = -\frac{b}{a^2}x^2$

Sol.

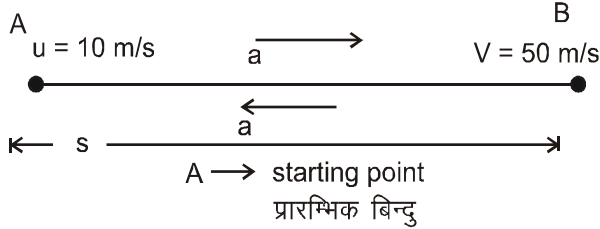
$$\vec{r} = at\hat{i} - bt^2\hat{j}$$

$$x = at \quad y = -bt^2$$

$$t = \left(\frac{x}{a}\right) \Rightarrow y = -b\left(\frac{x}{a}\right)^2 \Rightarrow y = -\frac{b}{a^2}x^2$$

9. A body starts with an initial velocity of 10 m/s and moves along a straight line with a constant acceleration. When the velocity of the particle becomes 50 m/s the acceleration is reversed in direction without changing magnitude. Find the speed of the particle in m/s when it reaches the starting point
 10 मी./से. के प्रारम्भिक वेग से सरल रेखा में गतिमान कण नियत त्वरण से गति करता है। जब कण का वेग 50 मी./से. होता है तो त्वरण के परिमाण में परिवर्तन किये बिना ही इसके त्वरण की दिशा विपरीत हो जाती है। कण के पुनः अपने प्रारम्भिक बिन्दु पर पहुँचने पर कण की चाल m/s में ज्ञात करो।

Ans. 70
Sol.



For AB AB के लिये

$$V^2 = u^2 + 2as$$

$$2400 = 2as \quad \text{or या} \quad as = 1200 \quad (1)$$

Now, for BA अतः BA के लिए

$$V_A^2 = (50)^2 + 2(-a)(-s)$$

$$V_A^2 = 2500 + 2 \times 1200$$

$$V_A = \sqrt{4900}$$

$$V_A = 70 \text{ m/s}$$

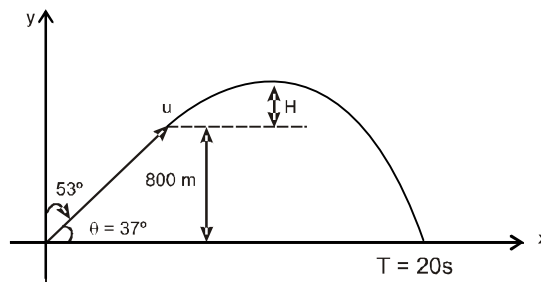
∴ velocity of particle when it reaches the starting point is 70 m/s.

∴ जब कण पुनः प्रारम्भिक बिन्दु पर पहुँचता है, तब कण का वेग 70 m/s. होगा।

10. A Bomber flying upward at an angle of 53° with the vertical releases a bomb at an altitude of 800 m. The bomb strikes the ground 20 sec after its release. Velocity of the bomber at the time of release of the bomb is V m/s. Find $\frac{V}{4}$. [Given $\sin 53^\circ = 0.8$; $g = 10 \text{ ms}^{-2}$]

800 m की ऊँचाई पर एक बमवाहक विमान ऊर्ध्वाधर से 53° के कोण पर ऊपर की ओर उड़ रहा है। यह एक बम छोड़ता है तथा छोड़ने के 20 s पश्चात् यह जमीन से टकराता है। बम छोड़ते समय बम वाहक विमान का वेग V m/s हो तो $\frac{V}{4}$ का मान ज्ञात करो। [दिया है। $\sin 53^\circ = 0.8$; $g = 10 \text{ ms}^{-2}$]

Ans. 25
Sol.



$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$800 = (-u \cos 53^\circ) T + \left(\frac{10}{2}\right) T^2 \Rightarrow u = 100 \text{ m/s}$$

DPP No. : A11 (JEE-Advanced)

Total Marks : 35

Max. Time : 26 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.2

(3 marks, 2 min.) [06, 04]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.3 to Q.5

(4 marks 2 min.) [12, 06]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.6 to Q.8

(3 marks 2 min.) [09, 06]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.9 to Q.10

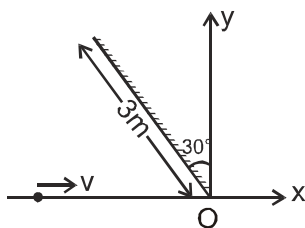
(4 marks 5 min.) [08, 10]

ANSWER KEY OF DPP NO. : A11

- | | | | | |
|--------|--------|----------------|--|---------------------------|
| 1. (A) | 2. (C) | 3. (A) (C) (D) | 4. (A) (B) | 5. (A)(C) |
| 6. (B) | 7. (B) | 8. (C) | 9. $160^\circ\text{CW}, 200^\circ\text{ACW}$ | 10. $\pi/144\text{ cm}^2$ |

1. A plane mirror is placed with its plane at an angle 30° with the y-axis. Plane of the mirror is perpendicular to the xy-plane and the length of the mirror is 3 m. An insect moves along x-axis starting from a distant point, with speed 2 cm/s. The duration of the time for which the insect can see its own image in the mirror is :

एक समतल दर्पण के तल को y-अक्ष से 30° के कोण पर बनाते हुए रखा जाता है। दर्पण का तल, xy-तल के लम्बवत् है तथा दर्पण की लम्बाई 3 मी. है। दूर स्थित किसी बिन्दु से एक कीड़ा x-अक्ष के अनुदिश 2 सेमी./से. की चाल से गतिमान है। वह समयान्तराल क्या होगा जिस दौरान कीड़ा अपना प्रतिबिम्ब दर्पण में देख सकता है।



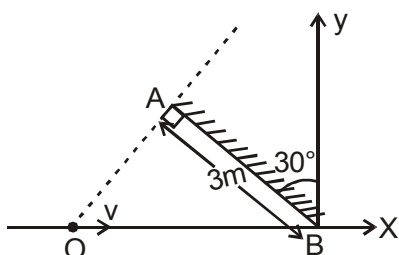
(A*) 300 s

(B) 200 s

(C) 150 s

(D) 100 s

Sol.



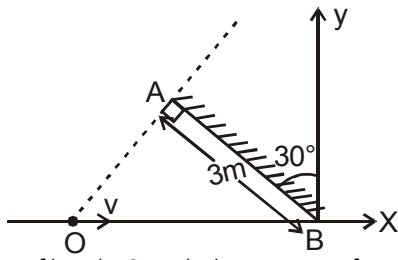
In the figure shown the line 'OA' is normal to the mirror passing through the end point A. By ray diagram it can be shown that when the insect is to the left of 'O' all its reflected rays will be towards right of 'O' so it cannot see its image because rays are not reaching it. when the insect is to the right of 'O' its reflected rays will be on both sides of the insect that means the insect will be in the field of view of its image. So it can see its image.

So it will be able to see its image till it reaches the point 'B' of the mirror from point 'O'.

$$\therefore 2 \times t = \left(\frac{3}{\cos 60^\circ} \right) \times 100$$

$$\Rightarrow t = 300 \text{ seconds}$$

Sol.



दर्शाये गये चित्र में रेखा 'OA' दर्पण के लम्बवत् है तथा सीमान्त बिन्दु A से गुजरती है। रेखाचित्र से यह दर्शाया जा सकता है कि जब कीड़ा 'O' के बांयी ओर है तो परावर्तित किरणें 'O' के दांयी ओर होगी इसलिए यह अपने प्रतिबिम्ब को नहीं देख सकता क्योंकि किरणें इस तक नहीं पहुंच रही है। जब कीड़ा 'O' के दांयी ओर है तो इसकी परावर्तित किरणें कीड़े के दोनों ओर है। इसका अभिप्राय है कि कीड़ा इसके प्रतिबिम्ब के दृश्य क्षेत्र में होगा। इसलिए यह अपना प्रतिबिम्ब देख सकता है। यह अपना प्रतिबिम्ब तब तक देख सकेगा। जब तक यह बिन्दु O से दर्पण के बिन्दु B तक पहुंचेगा।

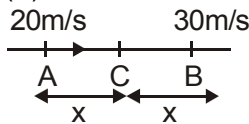
$$\therefore 2 \times t = \left(\frac{3}{\cos 60^\circ} \right) \times 100$$

$$\Rightarrow t = 300 \text{ seconds}$$

2. A body travelling with uniform acceleration crosses two points A and B with velocities 20 m s^{-1} and 30 m s^{-1} respectively. The speed of the body at the mid-point of A and B is

नियत त्वरण से गति कर रही एक वस्तु दो बिन्दुओं A व B को क्रमशः 20 m s^{-1} व 30 m s^{-1} के वेग से पार करती है। A व B के मध्य बिन्दु पर वस्तु की चाल होगी -

- (A) 24 m s^{-1} (B) 25 m s^{-1} (C*) 25.5 m s^{-1} (D) $10\sqrt{6} \text{ m s}^{-1}$



Sol.

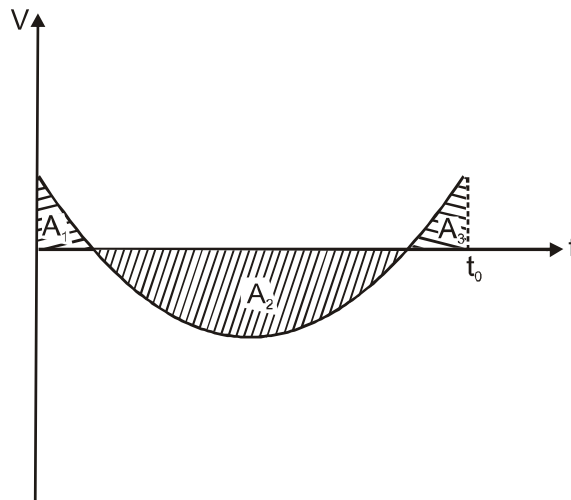
$$a = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2 \times 2x} = \frac{900 - 400}{4x} = \frac{125}{x}$$

$$\therefore V_C = \sqrt{V_B^2 + 2ax}$$

$$= \sqrt{400 + 2 \times \frac{125}{x} \times x} = \sqrt{650} = 25.5 \text{ m/s.}$$

3. The velocity time graph of a particle at the origin at time $t = 0$ and moving in a straight line along the x-axis is shown. If A_1 , A_2 , and A_3 are the shaded areas and $A_2 > 3A_1$ and $A_3 < 2A_1$, then :

x अक्ष के अनुदिश गतिमान कण जो $t = 0$ मूल बिन्दु पर है के लिए वेग समय ग्राफ निम्न चित्र में दर्शाया गया है। यदि A_1 , A_2 , तथा A_3 छायांकित भाग क्षेत्रफल है, तथा $A_2 > 3A_1$ एवं $A_3 < 2A_1$, तब -



- (A*) For $0 < t < t_0$, the particle crosses the origin only once.
केवल $0 < t < t_0$ के लिए कण केवल एक बार मूल बिन्दु को पार कर सकता है।
- (B) For $0 < t < t_0$, the particle crosses the origin twice.
 $0 < t < t_0$ के लिए कण मूल बिन्दु को दो बार पार करेगा।
- (C*) The particle motion is non-uniform.
कण की गति एक समान नहीं होगी।
- (D*) Acceleration of particle becomes zero only once during $0 < t < t_0$
समय $0 < t < t_0$ के मध्य कण का त्वरण केवल एक बार शून्य होगा।

Sol. since चूँकि $A_1 + A_3 < 3A_1 < A_2$
Hence particle crosses origin only once.
मूल बिन्दु केवल एक बार पार करेगा।

Slope $\frac{dv}{dt} = a = 0$ only once.

प्रवणता $\frac{dv}{dt} = a = 0$ केवल एक बार शून्य होगी।

4. At what angle should a body be projected with a velocity 24 ms^{-1} just to pass over the obstacle 14 m high at a distance of 24 m . [Take $g = 10 \text{ ms}^{-2}$]
 24 m की दूरी पर स्थित 14 m ऊँचे अवरोधक को ठीक पार करने के लिए एक वस्तु को 24 ms^{-1} के वेग से कितने कोण पर फेंकना चाहिये। [$g = 10 \text{ ms}^{-2}$]

- (A*) $\tan \theta = 3.8$ (B*) $\tan \theta = 1$ (C) $\tan \theta = 3.2$ (D) $\tan \theta = 2$

Sol. $x = 24 = u \cos \theta \cdot t$

$$\Rightarrow t = \frac{24}{24 \cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta}$$

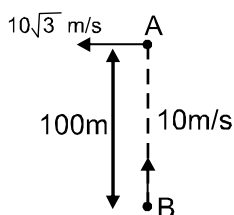
$$y = 14 = u \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow 14 = \frac{u \sin \theta}{\cos \theta} - \frac{5}{\cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow 14 = u \tan \theta - 5 \sec^2 \theta$$

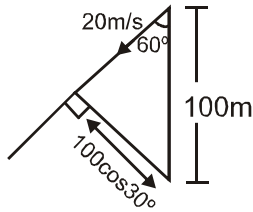
$$\Rightarrow 5 \tan^2 \theta - 24 \tan \theta + 19 = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan \theta = 1, 3.8.$$

5. Consider two cars moving perpendicular to each other as shown. Initially distance between them is 100 m . Velocity of A is $10\sqrt{3} \text{ m/s}$ and velocity of B is 10 m/s . Then :
चित्रानुसार दो कार, एक दूसरे के लम्बवत् गतिशील हैं। प्रारम्भ में दोनों के मध्य दूरी 100 m है। यदि A का वेग $10\sqrt{3} \text{ m/s}$ तथा B का वेग 10 m/s है। तब



- (A*) magnitude of velocity of A w.r.t. B is 20 m/s
(B) minimum distance between them is 50 m
(C*) minimum distance between them is $50\sqrt{3} \text{ m}$
(D) at $t = 2 \text{ sec}$. they will be nearest to each other
(A*) A का B के सापेक्ष वेग 20 m/s होगा।
(B) दोनों के मध्य न्यूनतम दूरी 50 m होगी।
(C*) दोनों के मध्य न्यूनतम दूरी $50\sqrt{3} \text{ m}$ होगी।
(D) $t = 2 \text{ sec}$. पर वे दोनों एक दूसरे के अधिकतम पास होंगे।

Sol. w.r.t.



COMPREHENSION

A stone is projected from level ground with speed u and at an angle θ with horizontal. Some how the acceleration due to gravity (g) becomes double (that is $2g$) immediately after the stone reaches the maximum height and remains same thereafter. Assume direction of acceleration due to gravity always vertically downwards.

एक पत्थर जमीन से u चाल तथा क्षैतिज से θ कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। किसी कारण वश गुरुत्वीय त्वरण (g) पत्थर के अधिकतम ऊँचाई पर पहुँचने के ठीक बाद दुगुना (जो कि $2g$ है) हो जाता है तथा उसके बाद समान रहता है। गुरुत्वीय त्वरण की दिशा हमेशा ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर मानिये।

6. The total time of flight of particle is :

कण के उड़डयन का कुल समय है -

(A) $\frac{3u \sin \theta}{2g}$ (B*) $\frac{u \sin \theta}{g} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (C) $\frac{2u \sin \theta}{g}$ (D) $\frac{u \sin \theta}{g} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

7. The horizontal range of particle is

कण की क्षैतिज परास है -

(A) $\frac{3u^2 \sin 2\theta}{4g}$ (B*) $\frac{u^2 \sin 2\theta}{2g} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (C) $\frac{u^2}{g} \sin 2\theta$ (D) $\frac{u^2 \sin 2\theta}{2g} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

8. The angle ϕ which the velocity vector of stone makes with horizontal just before hitting the ground is given by :

कोण ϕ जो धरातल पर टकराने से पहले पत्थर का वेग सदिश क्षैतिज के साथ बनाता है, होगा-

(A) $\tan \phi = 2 \tan \theta$ (B) $\tan \phi = 2 \cot \theta$ (C*) $\tan \phi = \sqrt{2} \tan \theta$ (D) $\tan \phi = \sqrt{2} \cot \theta$

Sol. 6 to 8

The time taken to reach maximum height and maximum height are

$$t = \frac{u \sin \theta}{g} \quad \text{and} \quad H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

For remaining half, the time of flight is

$$t' = \sqrt{\frac{2H}{2g}} = \sqrt{\frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g^2}} = \frac{t}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{Total time of flight is } t + t' = t \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$T = \frac{u \sin \theta}{g} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\text{Also horizontal range is } = u \cos \theta \times T = \frac{u^2 \sin 2\theta}{2g} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Let u_y and v_y be initial and final vertical components of velocity.

$$\therefore u_y^2 = 2gH \quad \text{and} \quad v_y^2 = 4gH$$

$$\therefore v_y = \sqrt{2} u_y$$

Angle (ϕ) final velocity makes with horizontal is

$$\tan \phi = \frac{v_y}{u_x} = \sqrt{2} \frac{u_y}{u_x} = \sqrt{2} \tan \theta$$

हल: अधिकतम ऊँचाई पर पहुँचने में लगा समय तथा अधिकतम ऊँचाई

$$t = \frac{u \sin \theta}{g} \quad \text{and} \quad H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

शेष आधे भाग के लिए, उड़डयन काल है -

$$t' = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{u^2 \sin^2 \theta}{g^2}} = \frac{t}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{कुल उड़डयन काल } t + t' = t \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$T = \frac{u \sin \theta}{g} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\text{अतः क्षैतिज परास} = u \cos \theta \times T = \frac{u^2 \sin 2\theta}{2g} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

माना u_y तथा v_y प्रारम्भिक तथा अन्तिम वेग के क्रमशः ऊर्ध्वाधर घटक है।

$$\therefore u_y^2 = 2gH \quad \text{and} \quad v_y^2 = 4gH$$

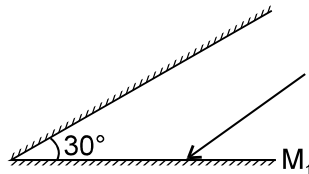
$$\therefore v_y = \sqrt{2} u_y$$

क्षैतिज के साथ अन्तिम वेग सदिश (ϕ) कोण बनाता है।

$$\tan \phi = \frac{v_y}{u_x} = \sqrt{2} \frac{u_y}{u_x} = \sqrt{2} \tan \theta$$

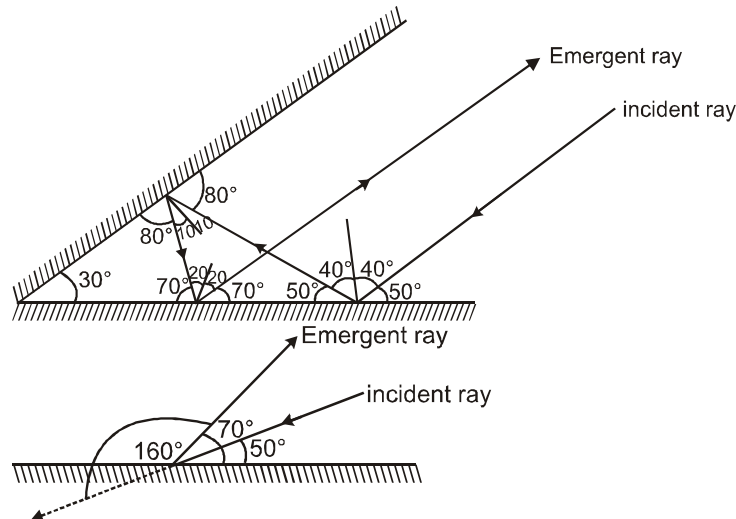
9. Two plane mirrors are inclined to each other at 30° . A ray is incident on M_1 at angle of incidence 40° . Find deviation produced in it by three successive reflections due to mirrors.

दो समतल दर्पण परस्पर 30° झुकाव पर हैं। एक किरण M_1 पर 40° पर आपतित होती है। दर्पणों से तीन क्रमागत परावर्तनों के बाद किरण का विचलन कोण क्या होगा।



[Ans. 160° CW, 200° ACW]

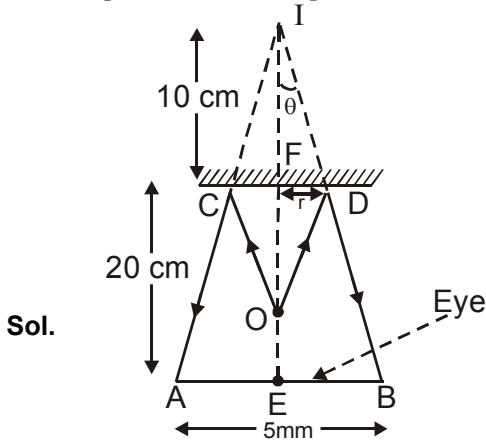
Sol.



So δ = 160° clockwise घड़ी की दिशा में
 = $(360^\circ - 160^\circ)$ Anticlockwise घड़ी की विपरीत दिशा में
 = 200° Anticlockwise घड़ी की विपरीत दिशा में

10. A point object is 10 cm away from a plane mirror while the eye of an observer (pupil diameter 5.0 mm) is 20 cm away. Assuming both the eye and point to be on the same line perpendicular to the mirror, the area of the mirror used in observing the reflection of the point is _____.
 एक बिन्दु बिम्ब एक समतल दर्पण से 10 cm दूरी पर है जबकि एक प्रेक्षक की आँख (पुतली या नेत्र तारे का व्यास 5.0 mm) 20 cm दूरी पर है। यदि यह मान लिया जाए कि बिन्दु बिम्ब एवं आँख दोनों ही दर्पण के लम्बवत्, समान रेखा पर है। बिन्दु बिम्ब को प्रेक्षित करने के लिए दर्पण द्वारा प्रयुक्त क्षेत्रफल _____ होगा।

[Ans. $\pi/144 \text{ cm}^2$]



Triangle IEB
 & IFD are similar
 त्रिभुज IEB
 तथा IFD समान हैं

$$\text{So अतः, } \tan \theta = \frac{r}{10} = \frac{(5/2) \times 10^{-1}}{30}$$

$$r = 10 \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{300} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

$$\text{Area क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \frac{\pi}{144} \text{ cm}^2 .$$

DPP No. : A12 (JEE-Advanced)

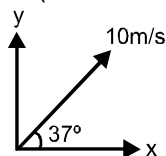
Total Marks : 36	Max. Time : 32 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1	(3 marks 2 min.) [03, 02]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.2 to Q.3	(4 marks 2 min.) [08, 04]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.4 to Q.6	(3 marks 2 min.) [09, 06]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.7 to Q.10	(4 marks 5 min.) [16, 20]

ANSWER KEY OF DPP NO. : A12

1. (C) 2. (A) (B) 3. (A) (C) (D) 4. (A) 5. (B) 6. (A)
 7. $t = \frac{2}{3}$ or 2, s = 2.5 8. 8 m/s 9. $v_1 = 1.1$ m/s and $v_2 = 0.5$ m/s.
 10. $5/8 = 0.625$ cm

1. A stone is projected with a velocity of 10 m/s at angle of 37° with horizontal. Its average velocity till it reaches the highest position is : (Assume horizontal direction as x-axis and vertical upward direction as +y-axis)

एक पत्थर को क्षैतिज से 37° कोण पर 10 m/s वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। उच्चतम स्थिति तक पहुँचने में इसका औसत वेग क्या होगा: (क्षैतिज दिशा को x-अक्ष तथा ऊर्ध्वाधर ऊपर की दिशा को +y-अक्ष मानें)



- (A) $4\hat{i} + 3\hat{j}$ (B) $8\hat{i} + 6\hat{j}$ (C*) $8\hat{i} + 3\hat{j}$ (D) $8\hat{i}$

Sol. $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{V}_1 + \vec{V}_2}{2} = \frac{(10\cos 37^\circ \hat{i} + 10\sin 37^\circ \hat{j}) + (10\cos 37^\circ \hat{i})}{2} \Rightarrow \langle \vec{v} \rangle = 8\hat{i} + 3\hat{j}$

2. The displacement of a body from a reference point is given by, $\sqrt{x} = 2t - 3$, where 'x' is in metres and it is non negative number, t in seconds. This shows that the body :

किसी वस्तु का विस्थापन किसी बिन्दु के सापेक्ष $\sqrt{x} = 2t - 3$, है जहाँ 'x' मीटर में तथा यह अऋणात्मक संख्या है और t सेकण्ड में है। यह बताता है कि वस्तु :

- (A*) rest at $t = 3/2$ (B*) is accelerated
 (C) is decelerated (D) is in uniform motion
 (A*) $t = 3/2$ पर विराम में है। (B*) त्वरित है।
 (C) मंदित है। (D) एक समान रूप से गति कर रही है।

Sol. $\sqrt{x} = (2t - 3)$ for B option B विकल्प के लिये
 $x = (2t - 3)^2$ accelerated for $t > 3/2$ के लिये त्वरित है
 $\frac{dx}{dt} = 2(2t - 3)(2) = 4(2t - 3)$
 $V = 4(2t - 3) = 0$
 rest at $t = 2/3$ पर विराम पर है
 $a = 8$ m/s.

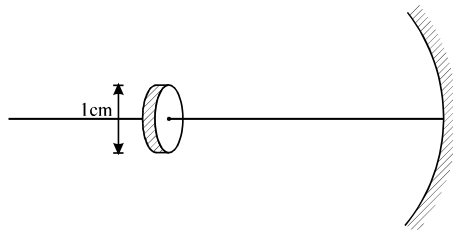
3. A person, standing on the roof of a 40 m high tower, throws a ball vertically upwards with speed 10 m/s. Two seconds later, he throws another ball again in vertical direction. (use $g = 10 \text{ m/s}^2$) Both the balls hit the ground simultaneously.
- 40 m ऊँची मीनार पर खड़ा एक व्यक्ति एक गेंद 10 m/s के वेग से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकता है। 2 सेकण्ड के बाद वह दूसरी गेंद को ऊर्ध्वाधर फेंकता है। दोनों गेंदे जमीन पर एक साथ टकराती है। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- (A*) The first stone hits the ground after 4 seconds.
 (B) The second ball was projected vertically downwards with speed 5 m/s.
 (C*) The distance travelled by the first ball is 10 m greater than the distance travelled by the second ball.
 (D*) Both balls hit the ground with same velocities.
- (A*) पहली गेंद 4 सेकण्ड के बाद जमीन से टकराती है।
 (B) दूसरी गेंद ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर 5 m/s के वेग से फेंकी जाती है।
 (C*) पहली गेंद द्वारा तय की गई दूरी दूसरी गेंद से 10 m अधिक है।
 (D*) दोनों गेंद जमीन पर समान वेग से टकराती है।

COMPREHENSION

A concave mirror of radius of curvature 20 cm is shown in the figure. A circular disc of diameter 1 cm is placed on the principle axis of mirror with its plane perpendicular to the principal axis at a distance 15 cm from the pole of the mirror. The radius of disc starts increasing according to the law $r = (0.5 + 0.1 t) \text{ cm/sec}$ where t is time in second.

20 cm वक्रता त्रिज्या का एक अवतल दर्पण चित्रानुसार है। एक वृत्ताकार चकती जिसका व्यास 1 cm है, को दर्पण के मुख्य अक्ष पर मुख्य अक्ष के लम्बवत् दर्पण के ध्रुव (pole) से 15 cm की दूरी पर चित्रानुसार रखा जाता है। अब चकती की त्रिज्या नियम $r = (0.5 + 0.1 t) \text{ cm/sec}$ के अनुसार बढ़ना प्रारम्भ करती है जहाँ t समय सेकण्ड में है।

4. The image formed by the mirror will be in the shape of a :
 दर्पण द्वारा बनाये गये प्रतिबिम्ब की आकृति होगी —



- (A*) circular disc
 (B) elliptical disc with major axis horizontal
 (C) elliptical disc with major axis vertical
 (D) distorted disc
- (A*) वृत्ताकार चकती
 (B) एक दीर्घवृत्ताकार चकती जिसकी दीर्घ अक्ष क्षैतिज है
 (C) एक दीर्घवृत्ताकार चकती जिसकी दीर्घ अक्ष ऊर्ध्वाधर है।
 (D) अनियमित आकृति वाली चकती।

Sol. All dimensions of the disc are perpendicular to the principal axis. Hence all dimensions are equally magnified, resulting in an image in the shape of a circular disc.
 सभी चकती की विमाएँ मुख्य अक्ष के लम्बवत् हैं। अतः सभी विमाएँ बराबर रूप से आवर्धित होंगी। तथा प्रतिबिम्ब वृत्ताकार चकती के आकृति का होगा।

5. In the above question, the area of image of the disc at $t = 1$ second is :
 चकती के प्रतिबिम्ब का $t = 1$ सेकण्ड पर उपरोक्त प्रश्न के लिए क्षेत्रफल होगा —

- (A) $1.2 \pi \text{ cm}^2$ (B*) $1.44 \pi \text{ cm}^2$ (C) $1.52 \pi \text{ cm}^2$ (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. At $t = 1 \text{ sec}$.

$$r = 0.5 t + 0.1 t = 0.6 \text{ cm}$$

$$m = \frac{f}{f - u} = \frac{-10}{-10 + 15} = -2$$

$$\Rightarrow \text{Radius of image} = 2r = 1.2 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{Area of image} = \pi(1.2)^2 = 1.44 \pi \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \text{प्रतिबिम्ब की त्रिज्या} = 2r = 1.2 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{प्रतिबिम्ब का क्षेत्रफल} = \pi(1.2)^2 = 1.44 \pi \text{ cm}^2$$

6. What will be the rate at which the radius of image will be changing
 (A*) 0.2 cm/sec increasing (B) 0.2 cm/sec decreasing
 (C) 0.4 cm/sec increasing (D) 0.4 cm/sec decreasing
 प्रतिबिम्ब की त्रिज्या के परिवर्तन की दर क्या होगी –
 (A*) 0.2 cm/sec बढ़ती हुई (B) 0.2 cm/sec घटती हुई
 (C) 0.4 cm/sec बढ़ती हुई (D) 0.4 cm/sec घटती हुई

Sol. (Easy) $\frac{dr}{dt} = 0.1$
 $r_{\text{image}} = |m|r_{\text{object}} = 2r_{\text{object}}$
 $\Rightarrow \frac{dr_{\text{image}}}{dt} = 2 \cdot \frac{dr}{dt} = 0.2 = 0.2 \text{ cm/sec.}$

7. A particle moving in a straight line has an acceleration of $(3t - 4) \text{ ms}^{-2}$ at time t sec. The particle is initially at 1m from from O, a fixed point on the line. It starts with a velocity of 2ms^{-1} . Find the time when the velocity is zero. Find also the displacement of the particle from O when $t = 3$.
 एक कण सरल रेखा के अनुदिश गतिशील है जिसका t समय पर त्वरण $(3t - 4) \text{ ms}^{-2}$ है। कण प्रारम्भ में O से 1m दूरी पर है, O रेखा पर एक स्थिर बिन्दु है। यह 2ms^{-1} के वेग से गति प्रारम्भ करता है। समय ज्ञात कीजिए जब वेग शून्य है। $t = 3$ सेकण्ड पर कण का O से विस्थापन भी ज्ञात कीजिए।

Ans. $t = \frac{2}{3}$ or या 2, s = 2.5

Sol. $a = \frac{dv}{dt} = 3t - 4 \Rightarrow \int_2^v dv = \int_0^t (3t - 4) dt$

$$v - 2 = \frac{3t^2}{2} - 4t \Rightarrow v = \frac{3t^2}{2} - 4t + 2$$

$$v = 0 \Rightarrow (3t - 2)(t - 2) = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{2}{3} \quad \text{or या} \quad 2 \quad \text{2 Ans.}$$

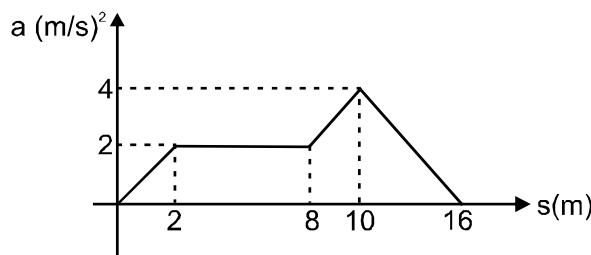
$$\frac{ds}{dt} = v, \frac{ds}{dt} = \frac{3t^2}{2} - 4t + 2$$

$$\Rightarrow \int_1^s ds = \int_0^3 \left(\frac{3t^2}{2} - 4t + 2 \right) dt$$

$$\Rightarrow s - 1 = \left[\frac{t^3}{2} - 2t^2 + 2t \right]_0^3 = 1.5 \Rightarrow s = 2.5 \quad \text{Ans.}$$

8. The acceleration-displacement graph of a particle moving in a straight line is as shown in figure, initial velocity of particle is zero. Find velocity (in m/s) of the particle when displacement of the particle is $s = 16\text{m}$.

सरल रेखा के अनुदिश गतिशील कण का त्वरण विस्थापन ग्राफ चित्र में प्रदर्शित है। कण का प्रारम्भिक वेग शून्य है। कण का वेग m/s में ज्ञात करो जब कण का विस्थापन $s = 16\text{m}$ है।



Sol.

$$v dv = a ds$$

$$\therefore \int_0^v v dv = \int_0^{12m} a ds$$

$$\therefore \frac{v^2}{2} = \text{area under } a-s \text{ graph from } s = 0 \text{ to } s = 16m.$$

$$\therefore \frac{v^2}{2} = s = 0 \text{ से } s = 16m \text{ तक } a-s \text{ ग्राफ के अन्तर्गत क्षेत्रफल}$$

$$= 2 + 12 + 6 + 12$$

$$= 32 \text{ m/s}$$

$$\text{or } v = \sqrt{64} \text{ m/s} = 8 \text{ m/s}$$

Ans. 8 m/s

9. When two bodies move uniformly towards each other, the distance between them diminishes by 16 m every 10 s. If bodies move with velocities of the same magnitude and in the same direction as before the distance between them will decrease 3 m every 5 s. Calculate the velocity of each body.

जब दो वस्तुएँ नियत वेग से एक दूसरे की ओर आ रही हैं तो उनके मध्य दूरी 16 m प्रति 10 s में कम होती है। यदि वस्तुएँ उतनी ही चाल से समान दिशा में चलती हैं तो उनके मध्य दूरी 3 m प्रति 5 s में कम होती है। प्रत्येक वस्तु का वेग ज्ञात करो।

Sol. Let velocity of bodies be v_1 and v_2 .

in first case

$$u_1 = v_1 + v_2 \quad \dots (i)$$

in second case

$$u_2 = v_1 - v_2 \quad \dots (i)$$

$$\therefore v_1 = \frac{u_1 + u_2}{2} \text{ and } v_2 = \frac{u_1 - u_2}{2}$$

$$\text{Here } u_1 = \frac{16}{10} \text{ m/s} \quad \text{and } u_2 = \frac{3}{5}$$

After solving we have

$$v_1 = 1.1 \text{ m/s} \quad \text{and } v_2 = 0.5 \text{ m/s.}$$

माना वस्तुओं के वेग v_1 तथा v_2 हैं।

प्रथम स्थिति में

$$u_1 = v_1 + v_2 \quad \dots (i)$$

द्वितीय स्थिति में

$$u_2 = v_1 - v_2 \quad \dots (i)$$

$$\therefore v_1 = \frac{u_1 + u_2}{2} \text{ तथा } v_2 = \frac{u_1 - u_2}{2}$$

$$\text{यहाँ } u_1 = \frac{16}{10} \text{ m/s} \quad \text{तथा } u_2 = \frac{3}{5}$$

हल करने पर

$$v_1 = 1.1 \text{ m/s} \quad \text{and } v_2 = 0.5 \text{ m/s.}$$

10. Two rays are incident on a spherical mirror of radius of $R = 5 \text{ cm}$ parallel to its optical axis at the distance $h_1 = 0.5 \text{ cm}$ and $h_2 = 3 \text{ cm}$. Determine the distance Δx between the points at which these rays intersect the optical axis after being reflected at the mirror.

$h_1 = 0.5 \text{ cm}$ एवं $h_2 = 3 \text{ cm}$ दूरी से $R = 5 \text{ cm}$ त्रिज्या के गोलीय दर्पण पर दो किरणें प्रकाशीय अक्ष के समान्तर आपतित होती हैं। उन बिन्दुओं के मध्य दूरी Δx ज्ञात करो जहाँ पर दोनों किरणें दर्पण से परावर्तन के बाद प्रकाशीय अक्ष को काटती हैं ?

[Ans. $5/8 = 0.625 \text{ cm}$]

DPP No. : A13 (JEE-Advanced)

Total Marks : 46	Max. Time : 41 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.2	(3 marks 2 min.) [06, 04]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.3 to Q.5	(4 marks 2 min.) [12, 06]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.6 to Q.10	(4 marks 5 min.) [20, 25]
Match the Following (no negative marking) Q.11	(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : A13

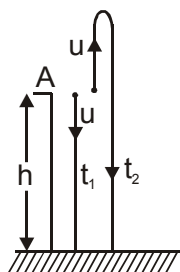
1. (C) 2. (C) 3. (B) (D) 4. (A) (C) 5. (A)(B) (C) 6. $v = 7$
 7. $n = 2$ 8. (i) $u_y = 5 \text{ m/s}$ (ii) $u_x = 4 \text{ m/s}$ 9. $t = (\log_e 2) \text{ sec}$
 10. On the object itself 11. (A) s, (B) p, (C) s, (D) q

1. A body is projected vertically downwards from A, the top of the tower reaches the ground in t_1 seconds. If it is projected upwards with same speed it reaches the ground in t_2 seconds. At what time it will reach the ground if it is dropped from A.

एक वस्तु को किसी मीनार के उच्चतम बिन्दु A से उर्ध्वाधर नीचे की ओर फेंका जाता है तो यह धरातल पर t_1 समय में पहुँचता है। यदि इसे समान चाल से ऊपर फेंका जाता है तो यह t_2 समय में धरातल तक पहुँचता है। यदि इसे A से छोड़ा जाये तो यह कितने समय में धरातल तक पहुँचेगा ?

- (A) $\sqrt{t_1^3/t_2}$ (B) $\sqrt{t_2^3/t_1}$ (C*) $\sqrt{t_1 t_2}$ (D) $t_1 t_2$

Sol.



For downward motion, नीचे की ओर गति के लिये

$$h = ut_1 + \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \dots\dots\dots(i)$$

For upward motion, ऊपर की ओर गति के लिए

$$h = -ut_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \dots\dots\dots(ii)$$

From (1) & (2) से

$$ut_1 + \frac{1}{2}gt_1^2 = -ut_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$$

$$\Rightarrow u(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2)$$

$$\therefore h = \frac{g}{2}(t_1 - t_2)t_1 + \frac{g}{2}gt_1^2 = \frac{gt_1 t_2}{2}$$

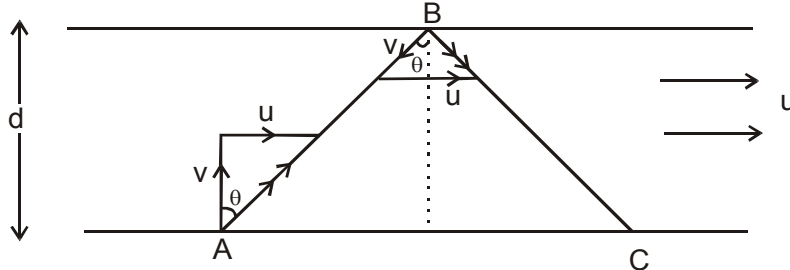
$$\therefore \text{Required time वांछित समय} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{t_1 t_2}.$$

2. A swimmer crosses a river with minimum possible time 10 second. And when he reaches the other end starts swimming in the direction towards the point from where he started swimming. Keeping the direction fixed the swimmer crosses the river in 15 sec. The ratio of speed of swimmer with respect to water and the speed of river flow is (Assume constant speed of river & swimmer) -

एक तैराक नदी को न्यूनतम संभव समय 10 सेकण्ड में पार करता है। जब वह दूसरे किनारे पर पहुंचता है तो वह उसी दिशा जहाँ से उसने तैरना शुरू किया, की तरफ तैरना शुरू करता है। दिशा को नियत रखते हुए तैराक अब नदी को 15 सेकण्ड में पार करता है तो पानी के सापेक्ष तैराक की चाल व नदी की चाल का अनुपात क्या होगा (माना तैराक व नदी की चाल नियत है।)

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{9}{4}$ (C*) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Sol.



V = velocity of man w.r.t. river नदी के सापेक्ष आदमी का वेग

u = velocity of river नदी का वेग

$$t_{A \rightarrow B} = \frac{d}{v} \Rightarrow 10 = \frac{d}{v} \Rightarrow d = 10V \quad (1)$$

$$t_{B \rightarrow C} = \frac{d}{v \cos \theta} \Rightarrow 15 = \frac{d}{v \cos \theta} \Rightarrow d = 15v \cos \theta \quad (2)$$

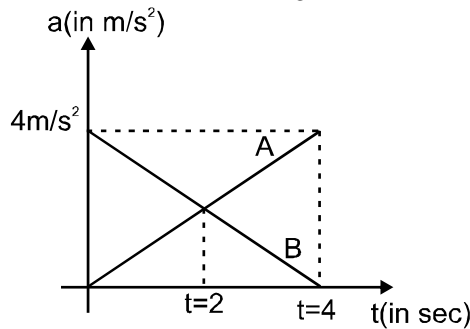
$$(1) \& (2) \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \sec \theta = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{u}{v} \quad \therefore \sqrt{\sec^2 \theta - 1} = \frac{u}{v}$$

$$\Rightarrow \frac{u}{v} = \sqrt{9/4 - 1} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{v}{u} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

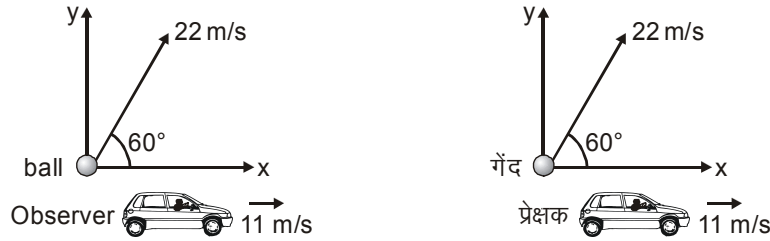
3. Acceleration (along x-axis) v/s time graph of two particles A and B starting from rest is shown in figure. Then:

विरामावस्था से प्रारम्भ हुए दो कण A व B का त्वरण (x-अक्ष के अनुदिश) व समय में आरेख चित्रानुसार है। तब :



- (A) at $t = 2$ sec. relative velocity of particle A with respect to particle B is zero
 (B*) at $t = 4$ sec relative velocity of particle A with respect to particle B is zero
 (C) from $t = 0$ to $t = 4$ sec. particle A has accelerated motion where as particle B has retarded motion
 (D*) from $t = 0$ to $t = 4$ sec. both particles have accelerated motion
 (A) $t = 2$ सैकण्ड पर कण A का कण B के सापेक्ष वेग शून्य है।
 (B*) $t = 4$ सैकण्ड पर कण A का कण B के सापेक्ष वेग शून्य है।
 (C) $t = 0$ से $t = 4$ सैकण्ड तक कण A त्वरित गति करता है, जबकि कण B मन्दित गति करता है।
 (D*) $t = 0$ से $t = 4$ सैकण्ड तक दोनों कण त्वरित गति करते हैं।

4. A football is kicked with a speed of 22 m/s at an angle of 60° to the positive x direction taken along horizontal. At that instant, an observer moves past the football in a car that moves with a constant speed of 11 m/s in the positive x direction. Take +ve y direction vertically upwards. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
 एक फुटबाल को 22 m/s की चाल से धनात्मक x दिशा (क्षैतिज दिशा) से 60° के कोण पर किक (kick) किया जाता है उस क्षण, एक कार में एक प्रेक्षक फुटबाल के पास से होकर गुजरता है। कार की नियत चाल 11 m/s धनात्मक x दिशा में है। उर्ध्वाधर ऊपर की दिशा को धनात्मक +y दिशा लें ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



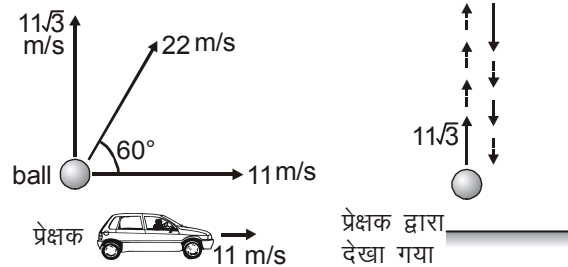
- (A*) The initial velocity of the ball relative to the observer in the car is $11\sqrt{3} \text{ m/s}$ in the +y direction
 (B) The initial velocity of the ball relative to the observer in the car is 17 m/s at 60° to the +x direction.
 (C*) According to the observer in the car, the ball will follow a path that is straight up and down in the y direction.
 (D) According to the observer in the car, the ball will follow a straight line that is angled (less than 90°) with respect to the observer.
 (A*) फुटबाल का प्रेक्षक (कार में) के सापेक्ष प्रारम्भिक वेग $11\sqrt{3} \text{ m/s}$ धनात्मक +y दिशा में है।
 (B) फुटबाल का प्रेक्षक (कार में) के सापेक्ष प्रारम्भिक वेग 17 m/s है तथा यह धनात्मक +x दिशा से 60° का कोण बनाता है।
 (C*) कार में प्रेक्षक के अनुसार फुटबाल का पथ सीधा ऊपर व सीधा नीचे y दिशा में होगा।
 (D) कार में प्रेक्षक के अनुसार, गेंद एक सीधी रेखा में पथ का अनुसरण करेगी तथा यह सीधी रेखा (90° से कम) का कोण प्रेक्षक के सापेक्ष बनाती है।

Sol. w.r.t. to observer (V_x) football/obs. = $11 - 11 = 0$

So Motion of the ball as seen from observer will be purely vertical with initial velocity $11\sqrt{3}$ upwards.

प्रेक्षक के सापेक्ष गेंद के वेग का x घटक (V_x) = $11 - 11 = 0$

अतः प्रेक्षक द्वारा गेंद की देखी गयी गति शुद्ध रूप से ऊर्ध्वाधर होगी जिसका प्रारम्भिक वेग $11\sqrt{3}$ ऊपर की तरफ होगा।



5. Point A (0, 1) and B (12, 5) are object-image pair (one of the point acts as object and the other point as image) x-axis is the principal axis of the mirror. Then this object image pair is:

- (A*) due to a convex mirror of focal length 2.5 cm
 (B*) due to a concave mirror having its pole at (2, 0)
 (C*) real virtual pair
 (D) data is insufficient for (A) and (B)

बिन्दु A (0, 1) और B (12, 5) बिम्ब प्रतिबिम्ब युग्म है (एक बिन्दु, वस्तु जैसा तथा दूसरा बिन्दु, प्रतिबिम्ब जैसा कार्य करता है) x-अक्ष दर्पण का मुख्य अक्ष है तो यह वस्तु - प्रतिबिम्ब युग्म होगा -

- (A*) 2.5 cm फोकस दूरी के उत्तल दर्पण के कारण
 (B*) अवतल दर्पण के द्वारा, जिसका ध्रुव (2, 0) पर है
 (C*) वास्तविक आभासी युग्म
 (D) (A) और (B) के लिए आकड़े अपर्याप्त है।

6. A particle has initial velocity $\vec{u} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$. It moves with a constant acceleration $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$. Find the speed of particle after a displacement $\vec{s} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$. All parameters in S.I. units.
- एक कण का प्रारम्भिक वेग $\vec{u} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ है। यह नियत त्वरण $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ से गतिमान है। विस्थापन $\vec{s} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ के पश्चात कण की चाल ज्ञात कीजिये। सभी मान S.I. इकाई में हैं।

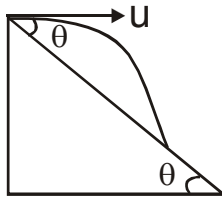
Ans. $v^2 = u^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{s} = (4 + 9 + 16) + 2(6 + 6 - 2) = 29 + 20 = 49$
 $v = 7$

7. A particle is projected horizontally with a speed u from the top of a plane inclined at an angle θ with the horizontal. The particle will strike the plane at a distance $\frac{nu^2}{g} \tan \theta \sec \theta$ from the point of projection. Find the value of n .

θ नत कोण वाले नत तल के शीर्ष से एक कण को क्षैतिज दिशा में u चाल से फेंका जाता है। कण प्रक्षेपण बिन्दु से $\frac{nu^2}{g} \tan \theta \sec \theta$ दूरी पर तल से टकराता है। n का मान ज्ञात करो।

Ans. $n = 2$

Sol.



Time of flight उड़डयन काल, $T = \frac{2u \sin \theta}{g \cos \theta}$

$= \frac{2u}{g} \tan \theta$

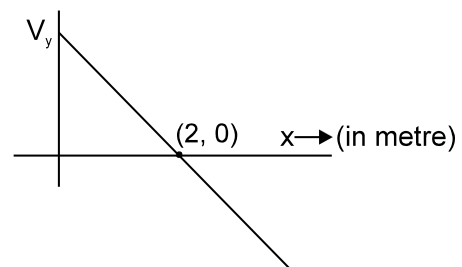
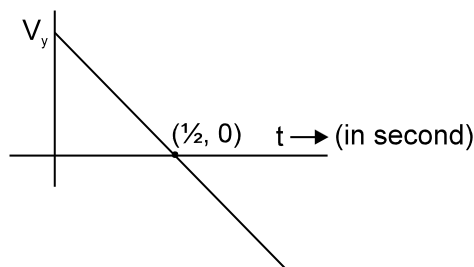
\therefore Range परास $= u \cos \theta T + \frac{1}{2} g \sin \theta T^2$

$= \frac{2u^2}{g} \sin \theta + \frac{g \sin \theta}{2} \cdot \frac{4u^2}{g^2} \tan^2 \theta$

$= \frac{2u^2}{g} \sin \theta [1 + \tan^2 \theta] = \frac{2u^2}{g} \tan \theta \sec \theta$

Hence अतः $n = 2$.

8. Two graphs of the same projectile motion (in the xy plane) projected from origin are shown. X axis is along horizontal direction & Y axis is vertically upwards. Take $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- एक प्रक्षेपण गति (xy समतल में) चित्रानुसार दो ग्राफ में मूल बिन्दु से दिखाई गई है। X अक्ष क्षैतिज दिशा में है और Y अक्ष ऊर्ध्व ऊपर की ओर है। (Take $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



- Find (i) Y component of initial velocity and
 प्रारम्भिक वेग का Y घटक और
 (ii) X component of initial velocity
 प्रारम्भिक वेग का X घटक

Sol. From graph वक्र (1) से : $v_y = 0$ at $t = \frac{1}{2}$ sec.

i.e., time taken to reach maximum height H is
अर्थात् अधिकतम ऊँचाई में पहुँचने के लिए लिया गया समय

$$t = \frac{u_y}{g} = \frac{1}{2} \Rightarrow u_y = 5 \text{ m/s} \quad \dots \text{Ans. (i)}$$

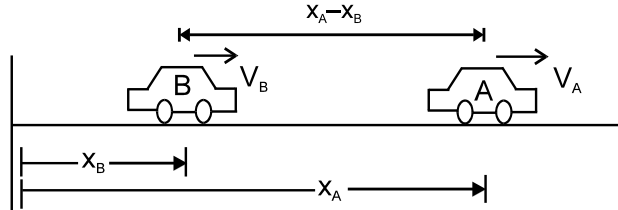
from graph वक्र (2) से : $v_y = 0$ at $x = 2\text{m}$

i.e., when the particle is at maximum height, its displacement along horizontal $x = 2\text{m}$
अर्थात् जब कण उच्चतम ऊँचाई पर है, इसका क्षैतिज के अनुदिश विस्थापन $x = 2\text{m}$

$$x = u_x \times t \Rightarrow 2 = u_x \times \frac{1}{2} \Rightarrow u_x = 4 \text{ m/s} \quad \dots \text{Ans (ii)}$$

9. Two cars A and B are racing along straight line. Car A is leading, such that their relative velocity is directly proportional to the distance between the two cars. When the lead of car A is $\ell_1 = 10\text{m}$, its running 10m/s faster than car B. Determine the time car A will take to increase its lead to $\ell_2 = 20\text{m}$ from car B.

दो कारें इस तरह गति कर रही हैं कि A, B से आगे हैं तथा दोनों के बीच का सापेक्ष वेग दोनों के बीच की दूरी के समानुपाती है। जब कार A $\ell_1 = 10\text{m}$ आगे हैं तो यह B से 10m/s ज्यादा तेज चल रही है तो कार A द्वारा लिया गया समय क्या होगा जब यह B से $\ell_2 = 20\text{m}$ आगे हो



Sol. As given जैसा दिया गया है

$$(V_A - V_B) \propto x_A - x_B$$

$$(V_A - V_B) = K(x_A - x_B)$$

when जब $x_A - x_B = 10$ We have हमारे पास है $V_A - V_B = 10$

We get हम प्राप्त करते हैं

$$10 = K \cdot 10 \Rightarrow K = 1$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = (x_A - x_B) \dots (1)$$

Now Let अब माना

$$x_A - x_B = y \dots (2)$$

On differentiating with respect to 't' on both side.

दोनों ओर 't' के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\Rightarrow \frac{dx_A}{dt} - \frac{dx_B}{dt} = \frac{dy}{dt} \Rightarrow V_A - V_B = \frac{dy}{dt} \dots (3)$$

Using (1), (2), (3) प्रयोग करने पर

We get हम प्राप्त करते हैं

$$\frac{dy}{dt} = y$$

Here y represents separation between two cars

यहाँ y दो कारों के मध्य दूरी प्रदर्शित करती है

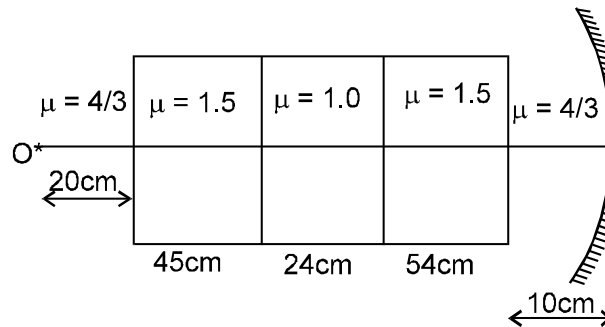
$$\int_{10}^{20} \frac{dy}{y} = \int_0^t dt \Rightarrow [\log_e y]_{10}^{20} = t$$

$$t = (\log_e 2) \text{ sec}$$

Required Answer.

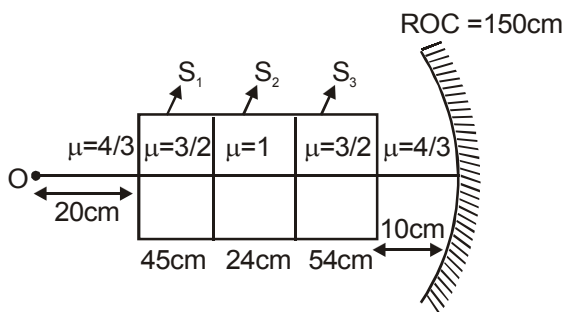
10. ✎ A composite slab consisting of different media is placed in front of a concave mirror of radius of curvature 150 cm. The whole arrangement is placed in water. An object O is placed at a distance 20 cm from the slab. The R.I. of different media are given in the diagram. Find the position of the final image formed by the system.

भिन्न-भिन्न माध्यमों से बनी एक पट्टी, 150 cm वक्रता त्रिज्या के अवतल दर्पण के सामने रखी है। सम्पूर्ण निकाय जल में रखा जाता है। एक बिम्ब O पट्टिका से 20 cm दूरी पर रखा गया है। चित्र में विभिन्न माध्यमों के अपवर्तनांक दर्शाये गये हैं। निकाय द्वारा निर्मित अन्तिम प्रतिबिम्ब की स्थिति ज्ञात करो।



[Ans. On the object itself]

Sol.



Apparent shift in the object O due to three slabs S_1, S_2 and S_3 with respect to the medium of $\mu = \frac{4}{3}$ is given by :

$$\text{Shift} = 45 \left(1 - \frac{1}{\frac{3/2}{4/3}} \right) + 24 \left(1 - \frac{1}{\frac{1}{4/3}} \right) + 54 \left(1 - \frac{1}{\frac{3/2}{4/3}} \right)$$

$$\text{Shift} = 45 \left(1 - \frac{8}{9} \right) + 24 \left(1 - \frac{4}{3} \right) + 54 \left(1 - \frac{8}{9} \right)$$

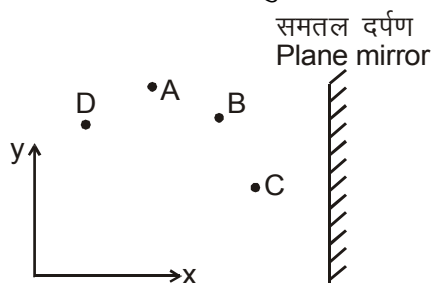
$$\text{Shift} = 5 + (-8) + 6 = 3 \text{ cm}$$

$$\therefore U_{\text{net}} = 150 \text{ cm and ROC} = 150 \text{ cm.}$$

Hence image will be formed on the object itself.

11. ✎ Four particles are moving with different velocities in front of stationary plane mirror (lying in y-z plane). At $t = 0$, velocity of A is $\vec{v}_A = \hat{i}$, velocity of B is $\vec{v}_B = -\hat{i} + 3\hat{j}$, velocity of C is $\vec{v}_C = 5\hat{i} + 6\hat{j}$, velocity of D is $\vec{v}_D = 3\hat{i} - \hat{j}$. Acceleration of particle A is $\vec{a}_A = 2\hat{i} + \hat{j}$ and acceleration of particle C is $\vec{a}_C = 2\hat{j}$. The particle B and D move with uniform velocity (Assume no collision to take place till $t = 2$ seconds). All quantities are in S.I. Units. Relative velocity of image of object A with respect to object A is denoted by $\vec{V}_{A', A}$. Velocity of images relative to corresponding objects are given in column I and their values are given in column II at $t = 2$ second. Match column I with corresponding values in column II and indicate your answer by darkening appropriate bubbles in the 4×4 matrix given in OMR.

स्थिर समतल दर्पण के सामने चार कण विभिन्न वेग से गति कर रहे हैं (दर्पण yz तल में है)। $t = 0$ समय पर A का वेग $\vec{v}_A = \hat{i}$, B का वेग $\vec{v}_B = -\hat{i} + 3\hat{j}$, C का वेग $\vec{v}_C = 5\hat{i} + 6\hat{j}$, D का वेग $\vec{v}_D = 3\hat{i} - \hat{j}$ है। कण A का त्वरण $\vec{a}_A = 2\hat{i} + \hat{j}$ और कण C का त्वरण $\vec{a}_C = 2t\hat{j}$ है। कण B व D के वेग नियत हैं (यह मानिये कि $t = 2$ से 0 तक दर्पण से कोई टक्कर नहीं होती है)। बिम्ब (वस्तु) A के सापेक्ष, A के प्रतिबिम्ब का सापेक्ष वेग $\vec{V}_{A', A}$ द्वारा दर्शाया जाता है। सभी राशियाँ S.I. मात्रक में हैं। वस्तुओं के संगत प्रतिबिम्बों के सापेक्षिक वेग स्तम्भ-I में दिए गए हैं तथा उनके मान स्तम्भ-II में $t = 2$ से 0 पर दिए गए हैं तो स्तम्भ-I के संगत स्तम्भ-II को सुमेलित कीजिए तथा उनके उत्तर 4×4 मैट्रिक्स में OMR में उपयुक्त गोलों को गहरा करते हुए दीजिए।



Column I
स्तम्भ I

- (A) $\vec{V}_{A', A}$
(B) $\vec{V}_{B', B}$
(C) $\vec{V}_{C', C}$
(D) $\vec{V}_{D', D}$

Column II
स्तम्भ II

- (p) $2\hat{i}$
(q) $-6\hat{i}$
(r) $-12\hat{i} + 4\hat{j}$
(s) $-10\hat{i}$

Ans. (A) s, (B) p, (C) s, (D) q

Sol. $\vec{v}_A = \hat{i} + \vec{a} \quad t = \hat{i} + (2\hat{i} + \hat{j})(2) = 5\hat{i} + 2\hat{j}$

$$\vec{v}_{A'} = -5\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{v}_{A', A} = \vec{v}_{A'} - \vec{v}_A = -10\hat{i}$$

$$\vec{v}_B = (-\hat{i} + 3\hat{j}), \quad \vec{v}_{B'} = \hat{i} + 3\hat{j} \quad \text{so } \vec{v}_{B', B} = 2\hat{i}$$

For particle C (कण C के लिए)

$$\frac{dv_y}{dt} = 2t \quad \Rightarrow v_y - 6 = t^2 \quad \Rightarrow v_y = 6 + 4 = 10$$

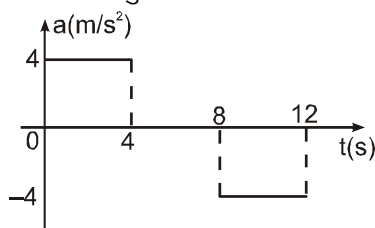
$$\vec{v}_C = 5\hat{i} + 10\hat{j}, \quad \vec{v}_{C'} = -5\hat{i} + 10\hat{j} \quad \text{so } \vec{v}_{C', C} = -10\hat{i}$$

$$\vec{v}_D = 3\hat{i} - \hat{j}, \quad \vec{v}_{D'} = -3\hat{i} - \hat{j}, \quad \vec{v}_{D', D} = -6\hat{i}$$

DPP No. : A14 (JEE–Main)
Total Marks : 63
Max. Time : 42 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.21
(3 marks 2 min.) [63, 42]
ANSWER KEY OF DPP NO. : A14

1. (D)	2. (C)	3. (D)	4. (C)	5. (D)	6. (C)	7. (D)
8. (A)	9. (B)	10. (D)	11. (B)	12. (D)	13. (A)	14. (D)
15. (C)	16. (C)	17. (A)	18. (D)	19. (B)	20. (C)	21. (D)

1. A lift starts from rest. Its acceleration is plotted against time in the following graph. When it comes to rest its height above its starting point is:
 एक लिफ्ट विरामावस्था से प्रारम्भ होती है। इसका त्वरण समय ग्राफ नीचे दर्शाया गया है। जब यह विरामावस्था में आ जाती है तब इसकी ऊँचाई प्रारम्भिक बिन्दु से होगी –



- (A) 20 m (B) 64 m (C) 32 m (D*) 128 m

Sol. At $t = 4$ sec, $V = 0 + (4)(4) = 16$ m/sec.

At $t = 8$ sec, $V = 16$ m/sec.

At $t = 12$ sec, $V = 16 - 4(12 - 8) = 0$

For 0 to 4 sec $s_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(4)(4)^2 = 32$ m

For 4 to 8 sec $s_2 = 16(8 - 4) = 64$ m

For 8 to 12 sec $s_3 = 16(4) - \frac{1}{2}(4)(4)^2 = 32$ m

So $s_1 + s_2 + s_3 = 32 + 64 + 32 = 128$ m

हल: $t = 4$ sec पर, $V = 0 + (4)(4) = 16$ m/sec.

$t = 8$ sec पर, $V = 16$ m/sec.

$t = 12$ sec पर, $V = 16 - 4(12 - 8) = 0$

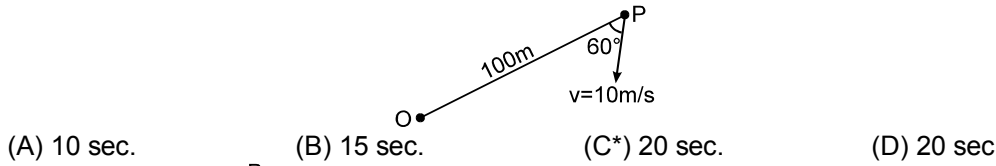
0 से 4 sec के लिए $s_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(4)(4)^2 = 32$ m

4 से 8 sec के लिए $s_2 = 16(8 - 4) = 64$ m

8 से 12 sec के लिए $s_3 = 16(4) - \frac{1}{2}(4)(4)^2 = 32$ m

इसलिए $s_1 + s_2 + s_3 = 32 + 64 + 32 = 128$ m

2. P is a point moving with constant speed 10 m/s such that its velocity vector always maintains an angle 60° with line OP as shown in figure (O is a fixed point in space). The initial distance between O and P is 100 m. After what time shall P reach O.
 10 m/s की नियत चाल से एक कण P इस प्रकार गतिमान है कि इसका वेग सदिश रेखा OP के साथ सदैव 60° का कोण बनाए रखता है। (तंत्र में O एक दृढ़ (fixed) बिन्दु है।) O व P के मध्य प्रारम्भिक दूरी 100 m है। कितने समय के पश्चात् P, O तक पहुँचेगा।



Sol.(C)

Velocity of approach of P and O is

$$-\frac{dx}{dt} = v \cos 60^\circ = 5 \text{ m/s}$$

It can be seen that velocity of approach is always constant.

$$\therefore \text{P reaches O after} = \frac{100}{5} = 20 \text{ sec.}$$

Sol.

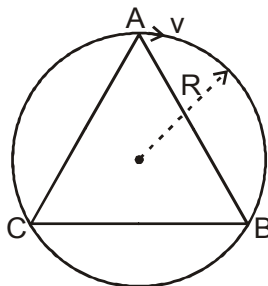
P और O के पहुँचने का वेग

$$-\frac{dx}{dt} = v \cos 60^\circ = 5 \text{ m/s}$$

यह देखा जा सकता है कि पहुँचने का वेग सदैव नियत है।

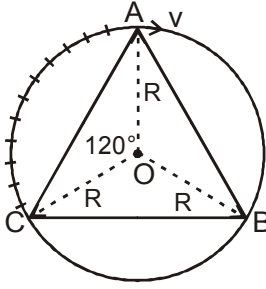
$$\therefore \text{P, O के बाद पहुँचता है} = \frac{100}{5} = 20 \text{ sec.}$$

3. A particle is moving with constant speed V m/s along the circumference of a circle of radius R meters as shown. A, B and C are three points on periphery of the circle and $\triangle ABC$ is equilateral. The magnitude of average velocity of particle, as it moves from A to C in clockwise sense, will be :
 चित्रानुसार एक कण R त्रिज्या की वृत्त की परिधी पर नियत चाल V m/s से गति कर रहा है। A, B और C वृत्त की परिधी पर तीन बिन्दु है और $\triangle ABC$ समबाहु त्रिभुज है अतः A से C तक दक्षिणावर्त दिशा में गति करते हुये कण के औसत वेग का परिमाण होगा।



- (A) $\frac{3}{2\pi} V$ (B) $\frac{3}{4\pi} V$ (C) $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi} V$ (D*) $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi} V$

Sol.



The displacement of particle from A to C will be
पथ A से C तक कण का विस्थापन होगा।

$$R \times 2 \cos 30^\circ \Rightarrow \sqrt{3} R$$

Time taken in moving from A to C will be
पथ A से C तक गति में लिया गया समय होगा।

$$\frac{\text{A to C distance}}{V} = \frac{\text{A से C तक तय की गई दूरी}}{\text{वेग } V} \Rightarrow \frac{4\pi R}{3V}$$

$$\therefore V_{av} = \frac{\sqrt{3} R}{\frac{4\pi R}{3V}} = \frac{3\sqrt{3} V}{4\pi}$$

4. A point moves in a straight line under the retardation av^2 , where 'a' is a positive constant and v is speed. If the initial speed is u, the distance covered in 't' seconds is :
एक कण मंदन av^2 , के प्रभाव में एक सरल रेखा में गति करता है, जहाँ 'a' एक धनात्मक नियतांक है। यदि प्रारम्भिक चाल u है तो 't' सैकण्ड में तय की गई दूरी है :

(A) aut (B) $\log(aut)$ (C*) $\frac{1}{a} \log(1 + aut)$ (D) $a \log(aut)$

Sol. retardation given by मंदन दिया जाता है

$$\frac{dv}{dt} = -av^2$$

integrating between proper limits उचित सीमाओं के बीच समाकलन करने पर

$$\Rightarrow -\int_u^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t a dt \quad \text{or} \quad \frac{1}{v} = at + \frac{1}{u}$$

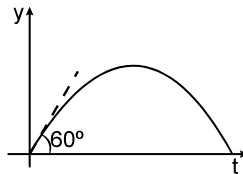
$$\Rightarrow \frac{dt}{dx} = at + \frac{1}{u} \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{u dt}{1 + aut}$$

integrating between proper limits

उचित सीमाओं के बीच समाकलन करने पर

$$\Rightarrow \int_0^S dx = \int_0^t \frac{u dt}{1 + aut} \Rightarrow S = \frac{1}{a} \ln(1 + aut)$$

5. A particle is projected from the horizontal x-z plane, in vertical x-y plane where x-axis is horizontal and positive y-axis vertically upwards. The graph of 'y' coordinate of the particle v/s time is as shown. The range of the particle is $\sqrt{3}$ m. Then the speed of the projected particle is :
एक कण को क्षैतिज x-z समतल से, ऊर्ध्व x-y समतल में प्रक्षेपित किया जाता है। जहाँ x-अक्ष क्षैतिज है और धनात्मक y-अक्ष ऊर्ध्व ऊपर की ओर है। कण का समय और 'y' निर्देशांक का ग्राफ दिखाया गया है। कण की परास $\sqrt{3}$ m है। तब कण की प्रक्षेपण चाल है :



(A) $\sqrt{3}$ m/s (B) $\sqrt{\frac{403}{4}}$ m/s (C) $2\sqrt{5}$ m/s (D*) $\sqrt{28}$ m/s

Sol. (D)

From graph ग्राफ से

$$u_y = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

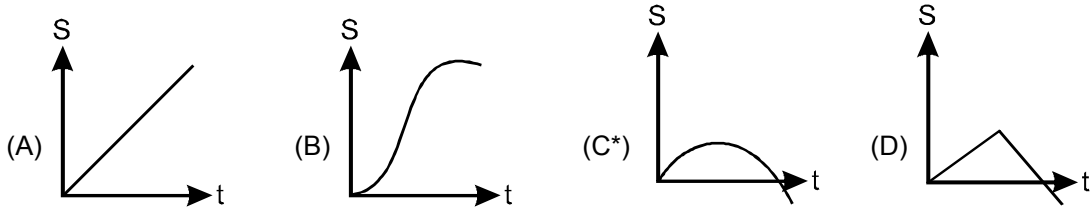
$$\text{Range परास } R = \frac{2u_x u_y}{g} \text{ or } \sqrt{3} = \frac{2 \times u_x \times \sqrt{3}}{g}$$

$$\text{or } u_x = 5 \text{ m/s}$$

$$\therefore u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{28} \text{ m/s}$$

6. A particle is moving in x-y plane along curve $y = \frac{x}{2}$ and $u_x = 4 - 2t$. The displacement verses time graph of the particle would be (where all parameters are in S.I. units)

एक कण x-y तल में $y = \frac{x}{2}$ वक्र पर तथा $u_x = 4 - 2t$ के अनुसार गति करता हो तो कण का विस्थापन-समय ग्राफ होगा— (यहाँ सभी प्रांचल S.I. इकाई में है)



Sol. $y = \frac{x}{2}$ implies that particle moving in a straight line passing through origin.

$y = \frac{x}{2}$ प्रदर्शित करता है कि कण मूल बिन्दु से सरल रेखा के अनुदिश गतिशील है।

$$u_x = 4 - 2t \Rightarrow a_x = -2 \text{ and तथा } 4x = 4$$

$$x = 4x_0 + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$= 4t + \frac{1}{2} \times (-2) \times t^2$$

$$x = 4t - t^2$$

$$S = \sqrt{x^2 + 4^2}$$

$$S = x \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{5}}{2} (4t - t^2)$$

7. A particle starts from the origin at $t = 0$ and moves in the x-y plane with constant acceleration a which is in the y direction. Its equation of motion is $y = bx^2$. The x component of its velocity is :

एक कण विराम से मूल बिन्दु से $t = 0$ पर x-y तल में नियत त्वरण a (y दिशा में) से गति शुरू करता है। इसके गति का समीकरण $y = bx^2$ है। इसके वेग का x-घटक होगा।

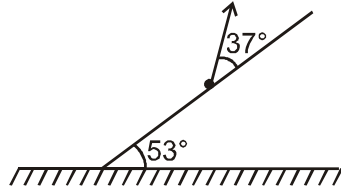
(A) variable परिवर्तनशील (B) $\sqrt{\frac{2a}{b}}$ (C) $\frac{a}{2b}$ (D*) $\sqrt{\frac{a}{2b}}$

Sol. $y = bx^2$

$$\frac{dy}{dt} = 2bx \cdot \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = 2b \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + 2bx \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a = 2bv^2 + 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{a}{2b}}$$

8. A particle is projected from the inclined plane at angle 37° with the inclined plane in upward direction with speed 10 m/s. The angle of inclined plane with horizontal is 53° . Then the maximum height attained by the particle from the incline plane from the point of projection will be—
 एक कण को नत तल से 37° कोण बनाते हुए नततल के ऊपर की ओर 10 m/s चाल से चित्रानुसार प्रक्षेपित किया जाता है। नत तल का क्षैतिज के साथ झुकाव 53° है। प्रक्षेपण बिन्दु से नत तल से कण द्वारा प्राप्त की गई अधिकतम ऊँचाई होगी —



- (A*) 3m (B) 4 m (C) 5 m (D) zero शून्य

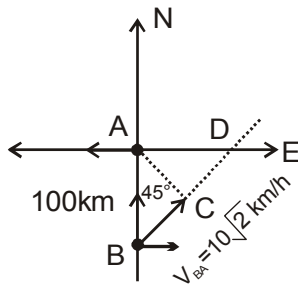
Sol. (Easy) Maximum height from inclined plane is
 (Easy) नत तल से अधिकतम ऊँचाई

$$H = \frac{u_{\perp}^2}{2 a_{\perp}} = \frac{(10 \sin 37^\circ)^2}{2g \cos 53^\circ} = 3 \text{ m}$$

9. A ship is moving westward with a speed of 10 km/h and a ship B, 100 km south of A is moving northwards with same speed. The time after which the distance between them is shortest and the shortest distance are:
 एक जहाज A, 10 km/h की चाल से पश्चिम की ओर गति कर रहा है तथा एक जहाज B, A से दक्षिण में 100 km दूरी पर स्थित बिन्दु से समान चाल से उत्तर की ओर गति कर रहा है। वह समय जिसके पश्चात् दोनों के मध्य दूरी न्यूनतम होगी तथा वह न्यूनतम दूरी होगी —

- (A) 2h, 100 km (B*) 5h, $50\sqrt{2}$ km (C) $5\sqrt{2}$ h, 50 km (D) $10\sqrt{2}$ h, $50\sqrt{2}$ km

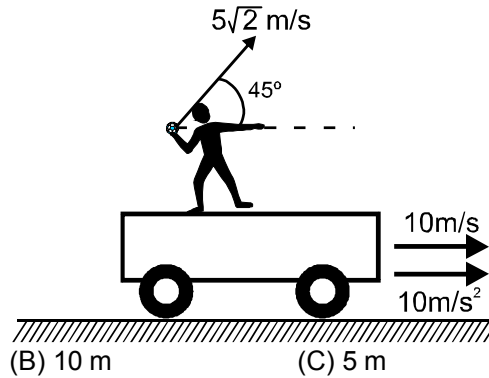
Sol.



minimum separation न्यूनतम दूरी = $AC = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} \text{ km}$

$$t_{\min} = \frac{BC}{V_{BA}} = \frac{100/\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = 5h$$

10. A man standing on a truck which moves with a constant horizontal acceleration $a (= 10 \text{ m/s}^2)$ when speed of the truck is 10 m/s . The man throws a ball with velocity $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ with respect to truck. In the direction shown in the diagram. Find the displacement of ball in meters in one second observed as observed by the man. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
 एक व्यक्ति ट्रक पर खड़ा है। यह ट्रक नियत क्षैतिज त्वरण $a (= 10 \text{ m/s}^2)$ से गति करता है जब ट्रक की चाल 10 m/s है। व्यक्ति ट्रक के सापेक्ष एक गेंद को $5\sqrt{2}$ के वेग से फेंकता है। दिशा चित्र में प्रदर्शित है। व्यक्ति द्वारा प्रक्षेपित गेंद का व्यक्ति के सापेक्ष एक सैकण्ड में विस्थापन ज्ञात करो। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



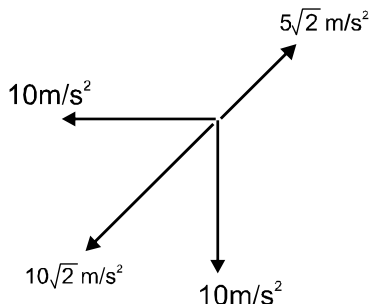
Ans.
Sol.

(A) 20 m
(Zero)

(B) 10 m

(C) 5 m

(D*) zero



w.r.t. man व्यक्ति के सापेक्ष

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 5\sqrt{2} \times 1 + \frac{1}{2}(-10\sqrt{2})1^2 = 0.$$

11. A frame of reference F_2 moves with velocity \vec{v} with respect to another frame F_1 . When an object is observed from both frames, its velocity is found to be \vec{v}_1 in F_1 and \vec{v}_2 in F_2 . Then, \vec{v}_2 is given by :

एक निर्देश तन्त्र F_2 अन्य निर्देश तंत्र F_1 के सापेक्ष \vec{v} वेग से गति करता है। जब एक वस्तु को दोनों निर्देश तंत्रों से देखा जाता है, इसका वेग F_1 में \vec{v}_1 तथा F_2 में \vec{v}_2 प्राप्त होता है तब \vec{v}_2 निम्न प्रकार दिया जायेगा –

(A) $\vec{v}_1 + \vec{v}$

(B*) $\vec{v}_1 - \vec{v}$

(C) $\vec{v} - \vec{v}_1$

(D) $|\vec{v}_1 - \vec{v}| \frac{\vec{v}_1}{|\vec{v}_1|}$

Sol.

$$\vec{v}_{0,2} = \vec{v}_{0,1} - \vec{v}_{2,1} \Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}$$

12. An object moves in front of a fixed plane mirror. The velocity of the image of the object is

एक बिम्ब एक स्थिर समतल दर्पण के सामने गति करता है। बिम्ब के प्रतिबिम्ब का वेग –

(A) Equal in the magnitude and in the direction to that of the object.

(B) Equal in the magnitude and opposite in direction to that of the object.

(C) Equal in the magnitude and the direction will be either same or opposite to that of the object.

(D*) Equal in magnitude and makes any angle with that of the object depending on direction of motion of the object.

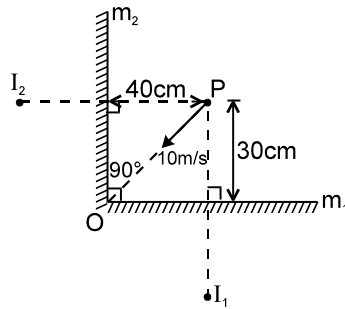
- (A) बिम्ब के वेग के परिमाण और दिशा के समान है।
 (B) बिम्ब के वेग के परिमाण के समान है और दिशा के विपरीत है।
 (C) बिम्ब के वेग के परिमाण के समान है और दिशा या तो उसके (बिम्ब के) समान होगी या उसके (बिम्ब के) विपरीत होगी।
 (D*) बिम्ब के वेग के परिमाण के समान है और इसकी दिशा बिम्ब के साथ ऐसा कोई भी कोण बनाती है जो बिम्ब की गति की दिशा पर निर्भर करती है।

Sol. When object moves normal to the mirror, image velocity will be opposite to it. When object moves parallel to the mirror, image velocity will be in the same direction.

जब वस्तु दर्पण के लम्बवत् गति करती है, प्रतिबिम्ब का वेग इसके लम्बवत् होगा जब वस्तु दर्पण के समान्तर गति करती है तो प्रतिबिम्ब का वेग उसी समान दिशा में होगा।

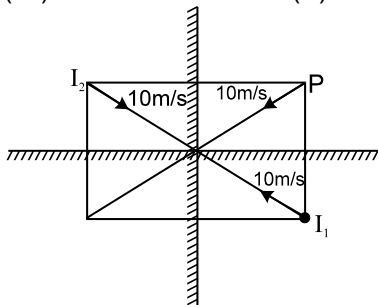
- 13.** In the figure shown. A particle 'P' moves with velocity 10 m/s towards the intersection point 'O' of the plane mirror kept at right angle to each other. I_1 and I_2 are the images formed due to direct reflection from m_1 and m_2 respectively. In the position shown, the relative speed of I_1 w.r. to I_2 will be :

चित्रानुसार एक कण 'P' दो लम्बवत् रखे समतल दर्पण के प्रतिच्छेदन बिन्दु O की तरफ 10 m/s के वेग से गति कर रहा है। I_1 तथा I_2 दर्पण m_1 तथा m_2 से सीधे परावर्तन से बना कण का प्रतिबिम्ब है। दिखाई गई स्थिति के लिए I_1 की I_2 के सापेक्ष चाल क्या होगी :



- (A*) 20 m/s (B) 12 m/s (C) $10\sqrt{2} \text{ m/s}$ (D) 16 m/s

Hint :

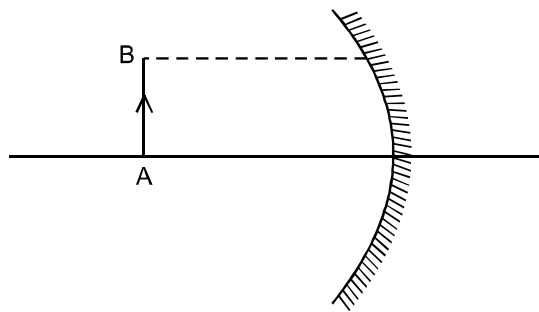


The image will move as shown in the figure. It is very clear from the figure that the required answer is **20 m/s Ans.**

प्रतिबिम्ब चित्र में बताये अनुसार गति करता है। चित्र में दर्शाये अनुसार यह स्पष्ट है कि उत्तर **20 m/s** है।

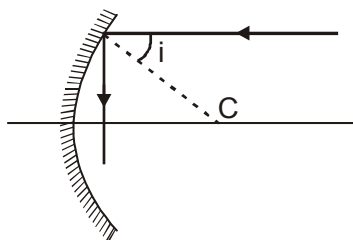
- 14.** A converging mirror forms real image of object AB on screen. Now a hole is made on mirror just in front of point B, Select correct alternative :

एक अभिसारी दर्पण बिम्ब AB का पर्दे पर वास्तविक प्रतिबिम्ब बनाता है। अब दर्पण में बिन्दु B के ठीक सामने एक छिद्र किया जाता है। सही विकल्प का चयन कीजिए –

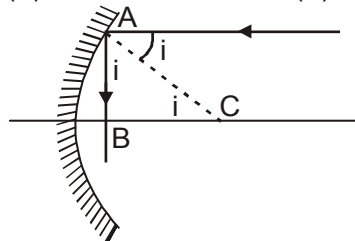


- (A) Image of point B will be absent on screen
 (B) Image of point B will be slightly below the previous position in screen.
 (C) Image of point B will be just above the previous position in screen.
 (D*) Image of point B will be at the same place where it was formed earlier
 (E) Two images of point B will be formed
 (A) पर्दे पर बिन्दु B का प्रतिबिम्ब अनुपस्थित होगा।
 (B) पर्दे पर बिन्दु B का प्रतिबिम्ब पहले वाली स्थिति से हल्का सा नीचे बनेगा।
 (C) पर्दे पर बिन्दु B का प्रतिबिम्ब पहले वाली स्थिति से ठीक ऊपर बनेगा।
 (D*) पर्दे पर बिन्दु B का प्रतिबिम्ब समान स्थान पर ही बनेगा जहाँ यह पहले बन रहा था।
 (E) पर्दे पर बिन्दु B के दो प्रतिबिम्ब बनेंगे।

15. ✎ Angle of incidence of the incident ray for which reflected ray intersect perpendicularly the principal axis.
 आपतित किरण के लिए आपतन कोण का मान जिसके लिए परावर्तित किरण मुख्य अक्ष को लम्बवत् प्रतिच्छेद करती है, होगा



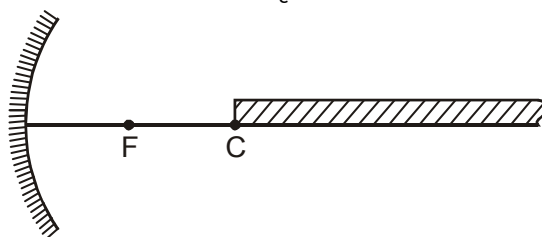
- (A) 0° (B) 30° (C*) 45° (D) 60°



Sol.

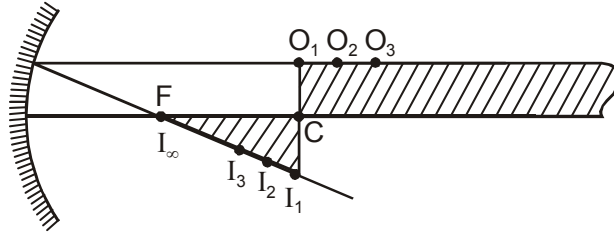
In the figure $i + i = 90^\circ$
 $\therefore i = 45^\circ$

16. An infinitely long rectangular strip is placed on principal axis of a concave mirror as shown in figure. One end of the strip coincides with centre of curvature as shown. The height of rectangular strip is very small in comparison to focal length of the mirror. Then the shape of image of strip formed by concave mirror is
 एक अनन्त रूप से लम्बी आयताकार पट्टी को अवतल दर्पण के मुख्य अक्ष पर चित्रानुसार रखा जाता है। इस पट्टी का एक सिरा चित्रानुसार वक्रता केन्द्र से सम्पाती है। दर्पण की फोकस लम्बाई की तुलना में आयताकार पट्टी की ऊँचाई बहुत कम है। तो अवतल दर्पण द्वारा बने पट्टी के प्रतिबिम्ब की आकृति होगी –



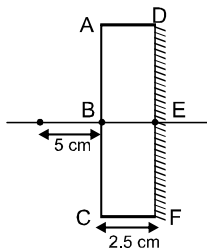
- (A) Rectangle (B) Trapezium (C*) Triangle (D) Square
 (A) आयत (B) समलम्ब चतुर्भुज (C*) त्रिभुजाकार (D) वर्ग

- Sol.** Draw an incident ray along the top side of rectangular strip, which happens to be parallel to the principal axis. After reflection this ray passes through focus. Hence image of all points (for e.g. O_1, O_2, O_3, \dots) on top side of the strip lie on this reflected ray (at I_1, I_2, I_3, \dots) in between focus and centre of curvature. Thus the image of this strip is a triangle as shown in figure
- इस आयताकार पट्टिका के सबसे ऊपरी सतह के अनुदिश एक आपतित किरण मुख्य अक्ष के समान्तर आती हुई दर्पण से टकराती है। परावर्तन के बाद किरण फोकस से जायेगी। अतः सभी बिन्दुओं (अर्थात् O_1, O_2, O_3, \dots) जो कि पट्टिका के ऊपरी सतह पर हैं उनके प्रतिबिम्ब (I_1, I_2, I_3, \dots) परावर्तित किरण पर होंगे तथा ये प्रतिबिम्ब वक्रता केन्द्र व फोकस के मध्य होंगे अतः पट्टिका का प्रतिबिम्ब चित्रानुसार त्रिभुज होगा।



17. A driving mirror on a car is never concave because :
- चलती कार के लिये कभी भी अवतल दर्पण का उपयोग नहीं करते क्योंकि
- (A*) its field of view is too small
(B) the image would be inverted
(C) the image would be virtual and therefore useless for the driver
(D) only a plane mirror forms true images.
- (A*) इसका दृश्य क्षेत्र बहुत कम होता है।
(B) प्रतिबिम्ब उल्टा होगा
(C) प्रतिबिम्ब आभासी होगा इसलिये चालक के लिये बराबर है
(D) सिर्फ समतल दर्पण सही प्रतिबिम्ब बनाता है
18. A plane mirror is made of glass slab ($n = 1.5$) 2.5 cm thick and silvered on back. A point object is placed 5 cm in front of the unsilvered face of the mirror. The position of final image is :
2.5 cm ($n = 1.5$) मोटाई की काँच की पट्टिका से इसको पीछे की तरफ पोलिश कर चित्रानुसार एक समतल दर्पण बनाते हैं। बिना पोलिश वाली सतह के सामने 5 cm दूरी पर एक वस्तु रखी है। अन्तिम प्रतिबिम्ब की स्थिति है।
- (A) 12 cm from unsilvered face
(B) 14.6 cm from unsilvered face
(C) 5.67 cm from unsilvered face
(D*) 8.33 cm from unsilvered face
(A) बिना पोलिश की सतह से 12 cm दूरी पर
(B) बिना पोलिश की सतह से 14.6 cm दूरी पर
(C) बिना पोलिश की सतह से 5.67 cm दूरी पर
(D*) बिना पोलिश की सतह से 8.33 cm दूरी पर

Sol.



Let I_1, I_2 and I_3 be the image formed by :

माना I_1, I_2 तथा I_3 निम्न द्वारा बनाये गये प्रतिबिम्ब हैं :

- (i) Refraction from ABC ABC सतह से अपवर्तन द्वारा
(ii) Reflection from DEF and DEF सतह से परावर्तन द्वारा
(iii) Again refraction from ABC दुबारा ABC सतह से अपवर्तन द्वारा

then तो $BI_1 = 5n = 7.5$ cm

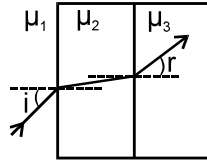
Now अब $EI_1 = 7.5 + 2.5 = 10$ cm

Now अब $BI_2 = 10 + 2.5 = 12.5$ cm

$$BI_3 = \frac{12.5}{n} = \frac{12.5}{1.5} = 8.33 \text{ cm.}$$

19. In the figure shown $\frac{\sin i}{\sin r}$ is equal to:

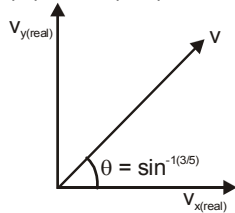
दिखाये गये चित्र में $\frac{\sin i}{\sin r}$ बराबर है :



- (A) $\frac{\mu_2^2}{\mu_3 \mu_1}$ (B*) $\frac{\mu_3}{\mu_1}$ (C) $\frac{\mu_3 \mu_1}{\mu_2^2}$ (D) none of these

20. A bird is flying up at angle $\sin^{-1}(3/5)$ with the horizontal. A fish in a pond looks at that bird. When it is vertically above the fish. The angle at which the bird appears to fly (to the fish) is: [$n_{\text{water}} = 4/3$]
एक चिड़ियाँ क्षैतिज से $\sin^{-1}(3/5)$ के कोण पर उड़ रही है। जब यह किसी तालाब की मछली के उर्ध्वाधर उपर होती है तो मछली चिड़ियाँ को देखती है। मछली को चिड़िया किस कोण पर उड़ती हुई दिखाई पड़ेगी।

- (A) $\sin^{-1}(3/5)$ (B) $\sin^{-1}(4/5)$ (C*) 45° (D) $\sin^{-1}(9/16)$



Sol.

Let y-axis be vertically upwards and x-axis be horizontal.
यदि y-अक्ष उर्ध्वाधर ऊपर की तरफ और x-अक्ष क्षैतिज है।

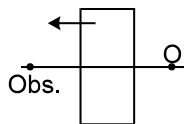
$$V_y(\text{app.}) (\text{आभासी}) = \frac{V_y(\text{real})}{\left(\frac{1}{\mu}\right)} = \frac{V_y(\text{वास्तविक})}{\left(\frac{1}{\mu}\right)}$$

$$V_x(\text{app.}) (\text{आभासी}) = V_x(\text{real}) (\text{वास्तविक})$$

$$\tan \phi = \frac{V_y(\text{app.})}{V_x(\text{app.})} = \frac{4}{3} \tan \theta = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$$

21. In the figure shown a slab of refractive index $\frac{3}{2}$ is moved towards a stationary observer. A point 'O' is observed by the observer with the help of paraxial rays through the slab. Both 'O' and observer lie in air. The velocity with which the image will move is

चित्र में दर्शाए अनुसार $\frac{3}{2}$ अपवर्तनांक वाली एक पट्टिका एक स्थिर प्रेक्षक की ओर गति करती है। एक बिन्दु 'O' को प्रेक्षक द्वारा पट्टिका से पारित समानान्तर किरणों (paraxial rays) द्वारा देखा जाता है। बिन्दु 'O' तथा प्रेक्षक दोनों हवा में उपस्थित हैं। वह वेग जिससे प्रतिबिम्ब गति करता है –



- (A) 2 m/s towards left (B) $\frac{4}{3}$ m/s towards left (C) 3 m/s towards left (D*) zero
(A) 2 m/s बाँयी ओर (B) $\frac{4}{3}$ m/s बाँयी ओर (C) 3 m/s बाँयी ओर (D*) शून्य

Hint : The final image formed by slab has a fixed separation from 'O'.
पट्टिका द्वारा बनाई गई अंतिम प्रतिबिम्ब 'O' से एक निश्चित दूरी रखता है।

DPP No. : A15 (JEE–Main)
Total Marks : 64
Max. Time : 40 min.
Single choice Objective ('–1' negative marking) Q.1 to Q.16
(3 marks 2 min.) [48, 32]
One or more than one options correct type ('–1' negative marking) Q.17 to Q.20
(4 marks 2 min.) [16, 08]
ANSWER KEY OF DPP NO. : A15

1. (B)	2. (A)	3. (B)	4. (A)	5. (A)	6. (B)	7. (B)
8. (A)	9. (C)	10. (C)	11. (B)	12. (A)	13. (A)	14. (D)
15. (B)	16. (A)	17. (B) (D)	18. (C)	19. (B) (C)	20. (A) (B)	

1. A particle is projected up the inclined such that its component of velocity along the incline is 10 m/s. Time of flight is 2 sec and maximum height above the incline is 5 m. Then velocity of projection will be:
 एक कण नत तल पर ऊपर की ओर इस प्रकार प्रक्षेपित किया जाता है कि वेग का नत तल की ओर घटक 10 m/s है। उड़डयनकाल 2 sec तथा नत तल पर अधिकतम ऊँचाई 5 m है तब प्रक्षेपण वेग होगा :
 (A) 10 m/s (B*) $10\sqrt{2}$ m/s (C) $5\sqrt{5}$ m/s (D) none of the above उपरोक्त में से कोई नहीं

Hint.
(B)

Use the given data in the formulae for projection up the inclined plane.

नत तल पर उपर की ओर प्रक्षेपण के लिए सूत्र में दिए गये आंकड़ों का उपयोग करें

2. A body travels 200 cm in the first two seconds and 220 cm in the next four seconds. What will be the velocity at the end of 7 second from start?

एक वस्तु पहले दो सैकण्ड में 200 cm तथा अगले चार सैकण्ड में 220 cm चलती है। गति प्रारम्भ होने के 7 सेकण्ड पश्चात् कण का वेग क्या होगा ?

[Ans. 10 cm s⁻¹]

(A*) 10 (B) 20 (C) 30 (D) none उपरोक्त में से कोई नहीं

Sol. According to question, प्रश्नानुसार

Displacement in 2 s = 200 cm

Displacement in 6 s = 200 + 220 = 420 cm

$$\therefore 2u + \frac{1}{2} \times a \times 2^2 = 200$$

$$\Rightarrow 2u + 2a = 200 \quad \Rightarrow \quad u + a = 100 \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$6u + \frac{1}{2} \times a \times 6^2 = 420$$

$$\Rightarrow 6u + 18a = 420$$

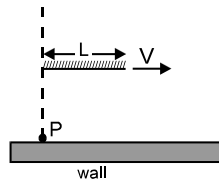
$$\Rightarrow u + 3a = 70 \quad \dots\dots\dots(ii)$$

Solving equation, (i) & (ii)

$$u = 115 \text{ cm/s}, a = -15 \text{ cm/s}^2$$

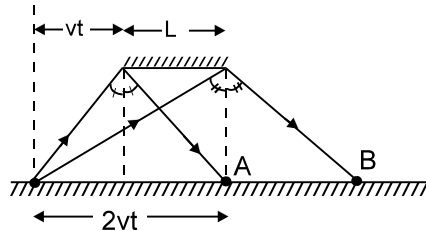
$$\therefore v = u + at = 115 - 15 \times 7 = 115 - 105 = 10 \text{ cm/s.}$$

3. The mirror of length L moves horizontally as shown in the figure with a velocity v . The mirror is illuminated by a point source of light 'P' placed on the ground. The rate at which the length of the light spot on the ground increases is :
 चित्रानुसार L लम्बाई का एक दर्पण वेग v से क्षैतिज दिशा में गतिमान है। दर्पण को जमीन पर रखे बिन्दुवत् स्त्रोत 'P' से प्रकाशित किया जाता है। जमीन पर प्रकाशित भाग की लम्बाई में वृद्धि की दर है



- (A) v (B*) zero शून्य (C) $2v$ (D) $3v$

Sol.



$$v_A = \frac{d}{dt} (2vt) = 2v ; \quad v_B = \frac{d}{dt} (2vt + 2L) = 2v$$

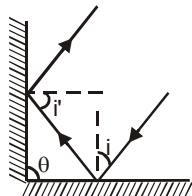
$$\Rightarrow v_A = v_B$$

\therefore length of AB will remain same.

AB की लम्बाई समान रहेगी।

4. Two plane mirrors are inclined to each other at 90° . A ray of light is incident on one mirror and the reflected light goes to the other mirror. The ray will undergo a total deviation of :
 दो समतल दर्पण एक दूसरे से 90° के कोण पर रखे हैं। एक प्रकाश किरण एक दर्पण पर आपतित होती है तथा परावर्तित किरण दूसरे दर्पण पर जाती है। किरण का कुल विचलन होगा :
 (A*) 180° (B) 90° (C) 45°
 (D) cannot be found because angle of incidence is not given.
 ज्ञात नहीं कर सकते क्योंकि आपतन कोण नहीं दिया गया है।

Sol.



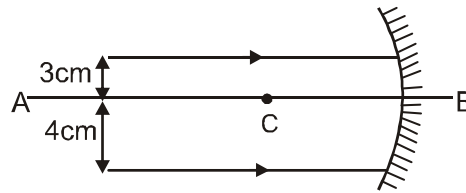
$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = (180 - 2i) + (180 - 2i'') = 360 - 2(i + i'')$$

$$\delta = 360^\circ - 2\theta$$

$$\delta = 360^\circ - 2(90^\circ) = 180^\circ$$

5. Two rays are incident on a spherical concave mirror of radius $R = 5$ cm and rays are parallel to a line AB which passes through the centre C. The rays are at perpendicular distances 3 cm and 4 cm from AB respectively as shown. Find the distance between the points at which these rays intersect the line AB after reflection -

केन्द्र C से गुजरने वाली रेखा AB के समान्तर $R = 5$ cm त्रिज्या के गोलीय अवतल दर्पण पर दो किरणें आपतित हैं। AB रेखा केन्द्र C से गुजरती है। ये चित्रानुसार AB से क्रमशः लम्बवत् दूरी 3 cm तथा 4 cm पर हैं। उन बिन्दुओं के मध्य दूरी ज्ञात करो जिन पर ये किरणें परावर्तन के पश्चात् रेखा AB पर मिलती हैं।



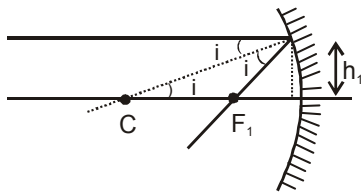
(A*) $\frac{25}{24}$ cm

(B) $\frac{24}{25}$ cm

(C) zero

शून्य

(D) $\frac{1}{3}$ cm



Sol.

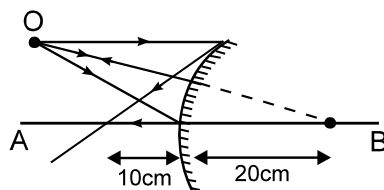
$$CF_1 = \frac{R}{2\cos i} = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - h_1^2}} \quad (h_1 = 3 \text{ cm})$$

$$CF_2 = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - h_2^2}} \quad (h_2 = 4 \text{ cm})$$

$$CF_2 - CF_1 = \frac{25}{24} \text{ cm}$$

6. In the figure shown a convex mirror of radius of curvature 20 cm is shown. An object O is placed in front of this mirror. Its ray diagram is shown. How many mistakes are there in the ray diagram (AB is its principal axis):

चित्र में 20 cm वक्रता त्रिज्या वाला उत्तल दर्पण दर्शाया गया है। एक वस्तु O दर्पण के सामने रखी जाती है। इसका किरण चित्र दर्शाया गया है। इसके किरण चित्र में कितनी गलतियाँ (AB इसकी मुख्य अक्ष है) हैं ?



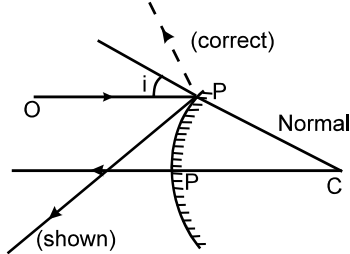
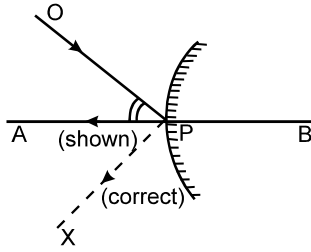
(A) 3

(B*) 2

(C) 1

(D) 0

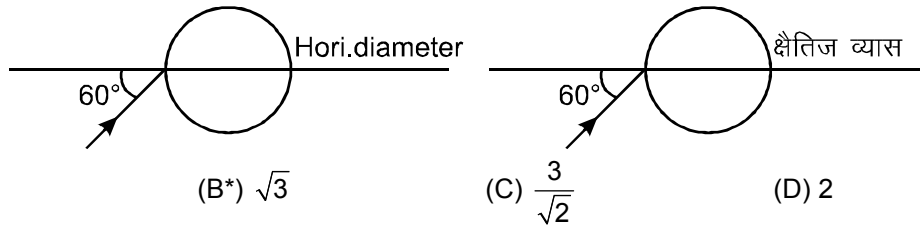
Sol. Error – I



Error – II

7. A ray of light falls on a transparent sphere as shown in figure. If the final ray emerges from the sphere parallel to the horizontal diameter, then the refractive index of the sphere is (consider that sphere is kept in air) :

चित्रानुसार एक प्रकाश किरण पारदर्शी गोले पर आपतित है। यदि गोले से निर्गत अंतिम किरण क्षैतिज व्यास के समान्तर है, तो गोले का अपवर्तनांक है (गोले को वायु में स्थित मानिए) :



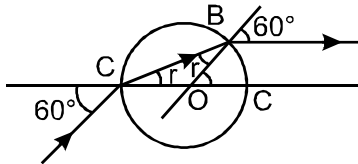
(A) $\sqrt{2}$

(B*) $\sqrt{3}$

(C) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

(D) 2

Sol.



In diagram angle of emergence = 60°

चित्र में निर्गत कोण = 60°

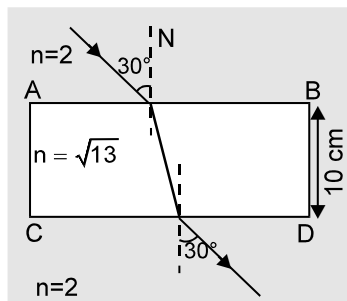
$$\therefore \angle BOC = 60^\circ$$

$$\therefore r + r = 60^\circ \Rightarrow r = 30^\circ$$

$$\therefore \mu = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \mu = \sqrt{3}$$

8. Find the displacement of the ray after it emerges from CD

किरण का CD से निकलने के पश्चात् विस्थापन है –



(A*) 2.5 cm

(B) 5 cm

(C) 1 cm

(D) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ cm

Sol. by shell's law स्नेल के नियम द्वारा $2\sin 30^\circ = \sqrt{13} \sin r$

$$1 = \sqrt{13} \sin r$$

$$\sin r = \frac{1}{\sqrt{13}}, \tan r = \frac{1}{\sqrt{12}}$$

So, lateral displacement पार्श्विक विस्थापन = $\frac{t \sin(i-r)}{\cos r}$

$$= \frac{t[\sin(i)\cos r - \cos(i)\sin r]}{\cos r}$$

$$= t[\sin i - \cos i \tan r]$$

$$= 10[\sin 30 - \cos 30 \times \frac{1}{\sqrt{12}}]$$

$$= 10 \left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \right] = 2.5 \text{ cm}$$

9. A mango tree is at the bank of a river and one of the branch of tree extends over the river. A tortoise lives in river. A mango falls just above the tortoise. The acceleration of the mango falling from tree appearing to the tortoise is (Refractive index of water is $4/3$ and the tortoise is stationary)

एक आम का पेड़ नदी किनारे स्थित है तथा इसकी एक शाखा नदी के ऊपर बढ़ी हुई है। एक कछुआ नदी में रहता है। एक आम कछुए के ठीक ऊपर गिरता है। पेड़ से गिरते हुए आम का त्वरण कछुए को प्रतीत होगा— (पानी का अपवर्तनांक $4/3$ है तथा कछुआ स्थिर है)

(A) g

(B) $\frac{3g}{4}$

(C*) $\frac{4g}{3}$

(D) None of these (उपरोक्त में से कोई नहीं)

Sol. $\frac{x}{1} = \frac{x_{\text{rel}}}{\mu}$

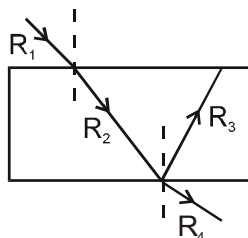
$$x_{\text{rel}} = \mu x$$

$$\frac{d^2 x_{\text{rel}}}{dt^2} = \mu \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$a_{\text{rel}} = \mu g$$

10. A ray R_1 is incident on the plane surface of the glass slab (kept in air) of refractive index $\sqrt{2}$ at angle of incident equal to the critical angle for this air glass system. The refracted ray R_2 undergoes partial reflection & refraction at the other surface. The angle between the reflected ray R_3 and the refracted ray R_4 at that surface is:

एक किरण R_1 , $\sqrt{2}$ अपवर्तनांक वाली ग्लास पट्टिका की समतल सतह पर हवा ग्लास निकाय के क्रान्तिक कोण के बराबर कोण पर आपतित होती है। अपवर्तित किरण R_2 दूसरी सतह से कुछ परावर्तित व कुछ पारगमित होती है। परावर्तित किरण R_3 तथा पारगमित किरण R_4 के मध्य इस सतह पर कोण है :



(A) 45°

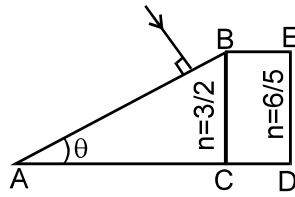
(B) 135°

(C*) 105°

(D) 75°

11. In the figure ABC is the cross section of a right angled prism and BCDE is the cross section of a glass slab. The value of θ so that light incident normally on the face AB does not cross the face BC is (given $\sin^{-1}(3/5) = 37^\circ$)

चित्र में ABC समकोण प्रिज्म का क्षेत्रफल तथा BCDE ग्लास पट्टिका का क्षेत्रफल है। θ का मान जिसके लिए किरण सतह AB पर लम्बवत् आपतित हो परन्तु सतह BC से पार न कर सके। (दिया है $\sin^{-1}(3/5) = 37^\circ$)



- (A) $\theta \leq 37^\circ$ (B*) $\theta < 37^\circ$ (C) $\theta \leq 53^\circ$ (D) $\theta < 53^\circ$

Sol.

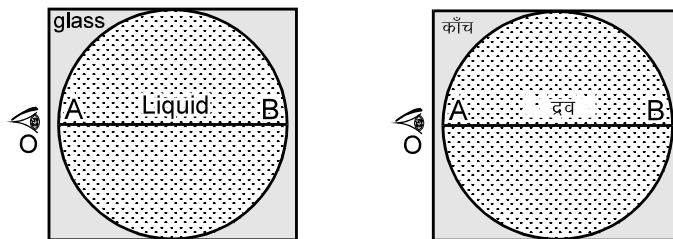
$$A = 90 - \theta$$

$$r_2 = A = 90 - \theta > \theta_c$$

$$\cos \theta > \sin \theta_c = \frac{6/5}{3/2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \theta < \cos^{-1} \frac{4}{5} = 37^\circ.$$

12. The observer 'O' sees the distance AB as infinitely large. If refractive index of liquid is μ_1 and that of glass is μ_2 , then $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ is :

प्रेक्षक 'O', दूरी AB को अनन्त लम्बा देखता है। यदि द्रव का अपवर्तनांक μ_1 तथा कांच का अपवर्तनांक μ_2 , हो तब $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ है:



- (A*) 2 (B) 1/2 (C) 4 (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol.

Using formula of spherical surface taking 'B' as object

गोलीय सतह का सूत्र उपयोग में लाने पर जबकि B को एक बिम्ब की भांति लिया गया है।

$$\frac{\mu_2}{\infty} - \frac{\mu_1}{(-2R)} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{-R} \quad (R \text{ being the radius of the curved surface})$$

$$\frac{\mu_2}{\infty} - \frac{\mu_1}{(-2R)} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{-R} \quad (R \text{ वक्रिय सतह की त्रिज्या है})$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_1}{\mu_2} = 2$$

13. A diverging lens of focal length -10 cm is moving towards right with a velocity 5 m/s. An object, placed on Principal axis is moving towards left with a velocity 3 m/s. The velocity of image at the instant when the lateral magnification produced is $1/2$ is : (All velocities are with respect to ground)

- (A*) 3 m/s towards right (B) 3 m/s towards left (C) 7 m/s towards right (D) 7 m/s towards left

-10 cm फोकस दूरी का एक अपसारी लैन्स 5 m/s के वेग से दांयी ओर गति कर रहा है। मुख्य अक्ष पर रखी एक वस्तु 3 m/s के वेग से बांयी ओर गति कर रही है उस क्षण प्रतिबिम्ब का वेग जब उत्पन्न पार्श्व आवर्धन $1/2$ है, होगा (सभी वेग धरातल के सापेक्ष है)

- (A*) 3 m/s दांयी ओर (B) 3 m/s बांयी ओर (C) 7 m/s दांयी ओर (D) 7 m/s बांयी ओर

Ans. $\frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{u^2} \cdot \frac{du}{dt}$ (where $\frac{dv}{dt}$ denotes image speed w.r.t. lens and $\frac{du}{dt}$ denotes object speed w.r.t. lens)

$$= m^2 \cdot \frac{du}{dt} = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$$

Therefore image speed w.r.t. lens is 2 m/s towards left.

Therefore image speed w.r.t. ground is 3 m/s towards right.

$\frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{u^2} \cdot \frac{du}{dt}$ (जहाँ $\frac{dv}{dt}$ लेंस के सापेक्ष प्रतिबिम्ब की चाल बताती है और $\frac{du}{dt}$ लेंस के सापेक्ष वस्तु की चाल बताती है।)

$$m^2 \cdot \frac{du}{dt} = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$$

इसलिए लेंस के सापेक्ष प्रतिबिम्ब का वेग 2 m/s बांयी तरफ है।

इसलिये धरातल के सापेक्ष प्रतिबिम्ब का वेग 3 m/s दांयी तरफ है।

- 14.** A thin prism of glass is placed in air and water respectively. If $n_g = \frac{3}{2}$ and $n_w = \frac{4}{3}$, then the deviation produced by the prism for a small angle of incidence when placed in air and water separately is :

एक काँच का पतला प्रिज्म क्रमशः वायु व जल में रखा गया है। यदि $n_g = \frac{3}{2}$ तथा $n_w = \frac{4}{3}$, है, तो क्रमशः वायु तथा जल में रखने पर प्रिज्म द्वारा अल्प आपतन कोणों के लिए उत्पन्न विचलन का मान होगा –

(A) 9 : 8 (B) 4 : 3 (C) 3 : 4 (D*) 4 : 1

Sol. $\delta_a = \left(\frac{3}{2} - 1 \right) \times A = \frac{A}{2}$

$$\delta_w = \left(\frac{3/2}{4/3} - 1 \right) A = \frac{A}{8}$$

$$\frac{\delta_{air}}{\delta_{water}} = \frac{4}{1}$$

- 15.** The focal length of the objective and eyepiece of a microscope are 2 cm and 5 cm respectively. Object is placed at 3 cm from objective then find the magnification and length of the tube for normal adjustment. एक सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक लैन्स तथा अभिनेत्र लैन्स की फोकस दूरी क्रमशः 2 cm तथा 5 cm है। वस्तु को अभिदृश्यक से 3 cm पर रखा जाता है। तब सामान्य संयोजन के लिए आवर्धन एवं नली की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(A) 10, 7 cm (B*) 10, 11 cm (C) 10, 7 cm (D) 12, 55/6 cm

Sol. Given दिया हुआ है $f_o = 2$ cm, $f_e = 5$ cm

$$u_o = -3, v_o = 6 \text{ cm } m_o = -2$$

for normal adjustment सामान्य संयोजन के लिए

$$u_e = -5 \text{ cm, } v_e = \text{infinity अनन्त } m_e = 5$$

- 16.** The xz plane separates two media A and B with refractive indices μ_1 & μ_2 respectively. A ray of light travels from A to B. Its directions in the two media are given by the unit vectors, $\vec{r}_A = a\hat{i} + b\hat{j}$ & $\vec{r}_B = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j}$ respectively where \hat{i} & \hat{j} are unit vectors in the x & y directions. Then:

माध्यमों A व B जिनके अपवर्तनांक क्रमशः μ_1 व μ_2 है, को xz तल अलग करता है, एक किरण A से B में जाती है।

इनकी दिशाओं को दोनो माध्यमों में क्रमशः निम्न इकाई सदिशों द्वारा व्यक्त किया जाता है। $\vec{r}_A = a\hat{i} + b\hat{j}$ और

$\vec{r}_B = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j}$ जहाँ \hat{i} और \hat{j} , x और y दिशाओं में इकाई सदिश है तो

(A*) $\mu_1 a = \mu_2 \alpha$ (B) $\mu_1 \alpha = \mu_2 a$ (C) $\mu_1 b = \mu_2 \beta$ (D) $\mu_1 \beta = \mu_2 b$

17. A particle is projected vertically upwards in vacuum with a speed u .
 (A) When it rises to half its maximum height, its speed becomes $u/2$.
 (B*) When it rises to half its maximum height, its speed becomes $u/\sqrt{2}$.
 (C) The time taken to rise to half its maximum height is half the time taken to reach its maximum height.
 (D*) The time taken to rise to three-fourth of its maximum height is half the time taken to reach its maximum height.
 एक कण को u चाल से निर्वात में ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है।
 (A) जब यह अधिकतम ऊँचाई के आधे पर पहुँचता है, तो इसकी चाल $u/2$ होती है।
 (B*) जब यह अधिकतम ऊँचाई के आधे पर पहुँचता है, तो इसकी चाल $u/\sqrt{2}$ होती है।
 (C) अधिकतम ऊँचाई के आधे तक पहुँचने में लिया गया समय, अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने में लिये गये समय का आधा होता है।
 (D*) अधिकतम ऊँचाई के तीन-चौथाई तक पहुँचने में लिया गया समय अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने में लिये गये समय का आधा होता है।

Sol. At maximum height, velocity = 0 (अधिकतम ऊँचाई पर, वेग = 0)

$$H = \frac{u^2}{2g} \quad \&$$

At height (ऊँचाई) $h = H/2$

$$V^2 = u^2 - 2gh$$

$$V^2 = u^2 - 2g \cdot \frac{u^2}{4g}$$

$$V^2 = \frac{u^2}{2} \Rightarrow V = \frac{u}{\sqrt{2}}$$

Time taken to rise to maximum height

अधिकतम ऊँचाई तक उठने में लिया गया समय

$$T = \frac{u}{g}$$

$$\text{for height } h = \frac{H}{2} \quad (\text{ऊँचाई } h = \frac{H}{2} \text{ के लिए}), t = \frac{(u - u/\sqrt{2})}{g} = \frac{(\sqrt{2} - 1) u}{\sqrt{2}g}$$

$$\text{Time taken to rise to } \frac{3}{4}H = T - \text{time taken to fall down by } \frac{H}{4}$$

$$\frac{3}{4}H \text{ ऊँचाई तक उठने में लिया गया समय} = T - \frac{H}{4} \text{ दूरी गिरने में लिया गया समय}$$

$$= T - \frac{T}{2} = \frac{T}{2}$$

18. A projectile is thrown with a velocity of 20 m/s at an angle of 60° with the horizontal. After how much time the velocity vector will make an angle of 45° with the horizontal (take $g = 10 \text{ m/s}^2$):

एक कण क्षैतिज से 60° के कोण पर 20 m/s के वेग से फेंका जाता है। कितने समय बाद वेग सदिश क्षैतिज के साथ 45° का कोण बनायेगा। ($g = 10 \text{ m/s}^2$):

- (A) $\sqrt{3}$ sec (B) $1/\sqrt{3}$ sec (C*) $(\sqrt{3} + 1)$ sec (D*) $(\sqrt{3} - 1)$ sec

Sol. For $\theta = 45^\circ$

$$V_x = V_y$$

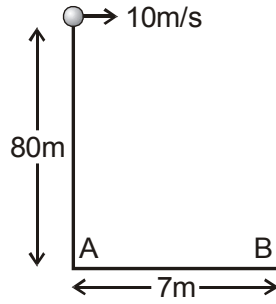
$$V_x = 20 \cos 60^\circ = 10 \text{ m/s}$$

For V_y

$$10 = 20 \sin 60^\circ - 10 \cdot t$$

$$t = (\sqrt{3} - 1) \text{ sec.}$$

19. A ball is projected horizontally from top of a 80 m deep well with velocity 10 m/s. Then particle will fall on the bottom at a distance of (all the collisions with the wall are elastic)
 एक गेंद 80 m गहरे कुएँ में ऊपर से 10 m/s के वेग से क्षैतिज दिशा में प्रक्षेपित की जाती है। गेंद कुएँ के तल में कितनी दूरी पर गिरेगी (कुएँ की दीवारों से गेंद की सभी टक्करें प्रत्याथ है) :



- (A) 5 m from A (B*) 5 m from B (C*) 2 m from A (D) 2 m from B
 (A) A से 5 m (B*) B से 5 m (C*) A से 2 m (D) B से 2 m

Sol. Total time taken by the ball to reach at bottom
 तल पर पहुँचने के लिए गेंद द्वारा लिया गया कुल समय

$$= \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 80}{10}} = 4 \text{ sec.}$$

Let time taken in one collision is t
 माना एक टक्कर में t समय लिया जाता है।

Then $t \times 10 = 7$

$t = .7 \text{ sec.}$

No. of collisions = $\frac{4}{.7} = 5\frac{5}{7}$ (5th collisions from wall B)

Horizontal distance travelled in between 2 successive collisions = 7 m

\therefore Horizontal distance travelled in $5/7$ part of collisions = $\frac{5}{7} \times 7 = 5 \text{ m}$

Distance from A is 2 m. **Ans.**

टक्करों की संख्या = $\frac{4}{.7} = 5\frac{5}{7}$ (5वीं टक्कर B दीवार द्वारा)

दो क्रमागत टक्करों के बीच में तय की गई क्षैतिज दूरी = 7 m

\therefore टक्कर के $5/7$ भाग में तय की गई क्षैतिज दूरी = $\frac{5}{7} \times 7 = 5 \text{ m}$

A से दूरी 2 m. है। **Ans.**

20. A particle moves with an initial velocity v_0 and retardation βv , where v is its velocity at any time t (β is a positive constant).

एक कण प्रारम्भिक वेग v_0 तथा मंदन βv से गतिमान है। जहाँ v , t समय पर इसका वेग है (β एक धनात्मक नियतांक है)–

(A*) the particle will cover a total distance of v_0/β

कण द्वारा तय की कुल दूरी v_0/β

(B*) the particle will continue to move for a very long time

कण बहुत लम्बे समय तक गतिमान होगा।

(C) the particle will stop shortly

कण बहुत जल्दी रुक जायेगा।

(D) the velocity of particle will become $v_0/2$ after time $1/\beta$.

$1/\beta$ समय के बाद कण का वेग $v_0/2$ हो जायेगा।

Sol. (i) $V \frac{dv}{dx} = -\beta V$ (ii) $a = -\beta V$

$$dv = -\beta dx \quad \frac{dv}{dt} = -\beta V$$

$$\int_{v_0}^0 dv = -\beta \int_0^x dx \quad \int_{v_0}^v \frac{dv}{V} = -\beta \int_0^t dt$$

$$-v_0 = -\beta x \quad \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = -\beta t$$

$$x = \frac{v_0}{\beta} \quad V = V_0 e^{-\beta t}$$

$$V = \frac{V_0}{e^{\beta t}} \quad \text{at} \quad t \rightarrow \infty V = 0.$$

\therefore A & B are correct answer

DPP No. : A16 (JEE–Advanced)

Total Marks : 38	Max. Time : 27 min.
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.1 to Q.2	(4 marks 2 min.) [08, 04]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.3 to Q.8	(3 marks 2 min.) [18, 12]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.9	(4 marks 5 min.) [04, 05]
Match the Following (no negative marking) Q.10	(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : A16

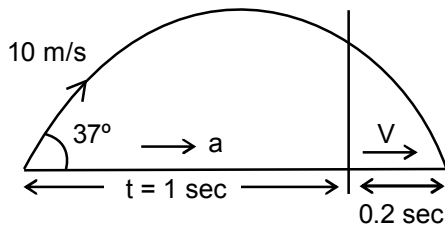
1. (A) (B)	2. (B) (C) (D)	3. (B)	4. (D)	5. (A)	6. (C)
7. (A)	8. (A)	9. 24 units.	10. (A) p, s; (B) q; (C) r, s; (D) q		

1. A person initially at rests throws a ball upward with speed 10m/s at angle 37° with horizontal. He tries to catch the ball for this he accelerates just after he throws the ball, with constant acceleration 'a' for 1 sec and then continues to run at a constant speed and catches the ball exactly at the same height he throws the ball. Choose the correct option(s) (Use $g = 10 \text{ m/s}^2$)

एक व्यक्ति प्रारम्भ में विरामावस्था में है, वह एक गेंद क्षैतिज से 37° कोण पर ऊपर की ओर 10 m/s की चाल से फेंकता है। वह गेंद को पकड़ने की कोशिश करता है, जिसके लिए वह फेंकने के तुरन्त बाद नियत त्वरण 'a' से 1 sec के लिए दौड़ता है एवं तब नियत चाल से लगातार दौड़ता है एवं गेंद को फेंकने की समान ऊँचाई पर गेंद को पकड़ लेता है। सही विकल्प/विकल्पों का चयन कीजिए। ($g = 10 \text{ m/s}^2$ लेवें)

- (A*) Acceleration (a) of person is approx 13.7 m/s^2
 (B*) Constant speed (V) of person is approx 13.7 m/s
 (C) Acceleration (a) of person is 15.2 m/s^2
 (D) Speed (V) of person is 23 m/s
 (A*) व्यक्ति का त्वरण (a) लगभग 13.7 m/s^2 है।
 (B*) व्यक्ति की नियत चाल (V) लगभग 13.7 m/s है।
 (C) व्यक्ति का त्वरण (a) लगभग 15.2 m/s^2 है।
 (D) व्यक्ति की नियत चाल (V) लगभग 23 m/s है।

Sol.



Time of flight उड़डयन काल (T) = $\frac{2(10)\sin 37^\circ}{10} = 1.2 \text{ sec.}$

$R = \frac{10^2 \sin 2(37^\circ)}{10} = 9.6 \text{ m}$

Now अब

$\frac{1}{2} a(1)^2 + v(0.2) = 9.6$

$0.5 a + 0.2V = 9.6 \quad \dots\dots(i)$

Also एवं

$V = u + at$

$V = 0 + a(1) = a \quad \dots\dots(ii)$

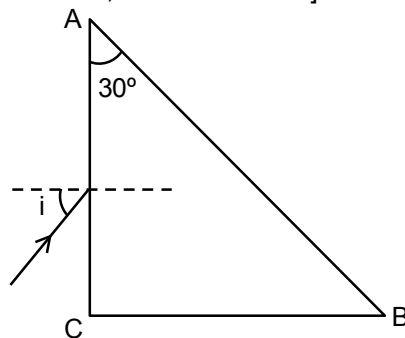
From (i) and (ii) ; (i) व (ii) से ;

$V = a = \frac{96}{7} \cong 13.7$

2. A light ray passes through a prism with an apex angle 30° as shown in figure. Incident medium is air. Critical angle for air prism interface is 42° . As angle 'i' increases from zero to 90° in anti clock wise sense, angle of emergence changes. Which of following options is/are correct, when $i = 90^\circ$.

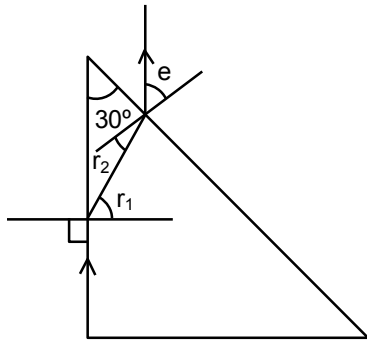
[Given $\sin 42^\circ \cong 0.670$; $\sin 12^\circ \cong 0.21$; $\sin 18^\circ \cong 0.313$

30° प्रिज्म कोण के एक प्रिज्म पर एक प्रकाश किरण चित्रानुसार आपतित होती है। आपतन माध्यम वायु है। प्रिज्म के अन्तरापृष्ठ के लिए वायु में क्रांतिक कोण 42° है। जैसाकि आपतन कोण 'i' वामावर्त दिशा में शून्य से 90° तक बढ़ाया जाता है, तो निर्गत कोण परिवर्तित होता है। निम्न में से कौनसा/कौनसे विकल्प सही है, जब $i = 90^\circ$ है। [दिया हुआ है $\sin 42^\circ \cong 0.670$; $\sin 12^\circ \cong 0.21$; $\sin 18^\circ \cong 0.313$]



- (A) Emergent ray will bent towards base of prism.
 (B*) Emergent ray will bent away from base of prism.
 (C*) Deviation produced by prism is 42° in clockwise sense
 (D*) Angle of emergence will be 18°
 (A) निर्गत किरण प्रिज्म के आधार की ओर मुड़ेगी।
 (B*) निर्गत किरण प्रिज्म के आधार से दूर की ओर मुड़ेगी।
 (C*) प्रिज्म द्वारा उत्पन्न विचलन 42° दक्षिणावर्त दिशा में है।
 (D*) निर्गत कोण 18° होगा।

Sol.



$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin r_1} = \mu = \frac{1}{\sin 42^\circ} \Rightarrow r_1 = 42^\circ$$

Using trigonometry त्रिकोणमिती के उपयोग से : $r_2 = 42^\circ - 30^\circ = 12^\circ$

$$\text{Now अब } \frac{\sin r_2}{\sin e} = \frac{1}{\mu} \Rightarrow \frac{\sin 12^\circ}{\sin e} = \sin 42^\circ$$

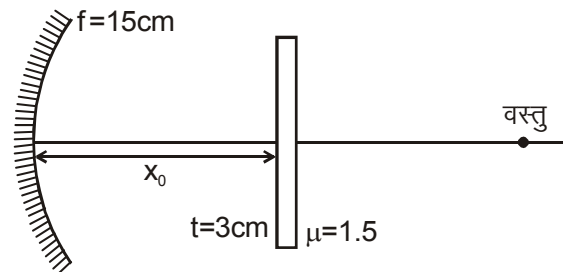
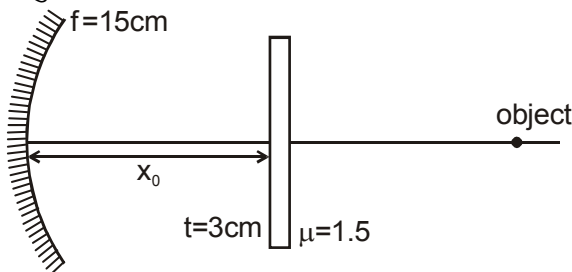
$$e = 18^\circ$$

$$\delta = (90^\circ - 42^\circ) - (-12^\circ + 18^\circ) = 42^\circ \text{ clockwise दक्षिणावर्त}$$

COMPREHENSION

A point object is placed on principal axis of a concave mirror (of focal length 15 cm) at a distance $u = 61$ cm from pole. A slab of thickness $t = 3$ cm and refractive index $\mu = 1.5$ is placed with two sides perpendicular to principal axis, such that its nearest face is x_0 cm from pole. The final image of object is to be considered after refraction by slab, reflection by mirror and final refraction by slab.

एक बिन्दु वस्तु को अवतल दर्पण (जिसकी फोकस त्रिज्या 15 cm है) के सामने मुख्य अक्ष पर ध्रुव (pole) से $u = 61$ cm की दूरी पर रखा जाता है। एक पट्टिका जिसकी मोटाई $t = 3$ cm है तथा अपवर्तनांक $\mu = 1.5$ है, को मुख्य अक्ष पर चित्रानुसार रखा जाता है। इसकी दोनों सतहें मुख्य अक्ष के लम्बवत् हैं तथा ध्रुव से नजदीक वाली सतह की दूरी x_0 cm है। पहले पट्टिका से अपवर्तन, फिर दर्पण से परावर्तन, फिर पट्टिका से अन्तिम अपवर्तन के बाद बने वस्तु के प्रतिबिम्ब को, वस्तु का अन्तिम प्रतिबिम्ब कहेंगे।



3. If $x_0 = 30$ cm, then the distance of final image from pole is
अन्तिम प्रतिबिम्ब की ध्रुव से दूरी होगी यदि $x_0 = 30$ cm
(A) 19 (B*) 21 (C) 23 (D) 24
4. If the slab is shifted parallel to itself by 3 cm then the final image
यदि पट्टिका को अपने समान्तर ही 3 cm विस्थापित किया जाए तो अन्तिम प्रतिबिम्ब
(A) shifts towards left (B) shifts towards right
(C) may shifts towards left or right (D*) does not shift
(A) बायीं तरफ विस्थापित होगा। (B) दायीं तरफ विस्थापित होगा।
(C) दायीं या बायीं तरफ विस्थापित हो सकता है। (D*) विस्थापित नहीं होगा।
5. If $x_0 = 30$ cm and the object is given velocity 18 m/s towards left then the speed of image at that instant is
यदि $x_0 = 30$ cm तथा वस्तु को 18 m/s से बायीं तरफ वेग दिया जाता है तब उस क्षण प्रतिबिम्ब की चाल होगी।
(A*) 2 m/s (B) 6 m/s (C) 9 m/s (D) 162 m/s

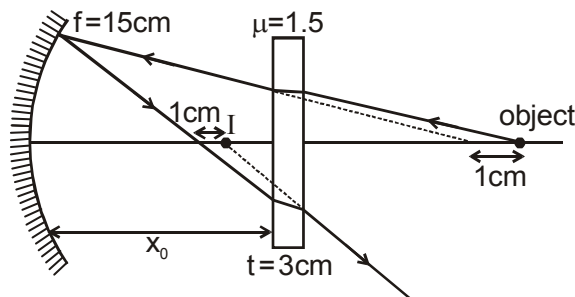
Sol. 3 to 5

The shift due to slab is $t \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) = 3 \left(1 - \frac{1}{1.5}\right) = 1\text{cm}$ towards left. Hence the object appears to mirror at a distance $61 - 1 = 60\text{ cm}$.

From mirror formula $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ we get $v = 20\text{ cm}$.

पट्टिका के कारण विस्थापन $t \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) = 3 \left(1 - \frac{1}{1.5}\right) = 1\text{cm}$ बांयी तरफ होगा। अतः वस्तु की दूरी, दर्पण को $61 - 1 = 60\text{ cm}$ प्रतीत होगी

दर्पण सूत्र से $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ हम पाते हैं $v = 20\text{ cm}$.



Hence the mirror forms the image at $v = 20\text{ cms}$ towards right. The slab again causes a shift of 1 cm towards right. hence the final image is formed at a distance of 21 cm from pole.

Shifting of slab towards left does not cause any change to position of final image.

The slab only causes apparent shift, but does not cause any change to velocity of image. Hence the velocity of image is only due to mirror. The object appears at a distance $u = 60\text{ cm}$ from mirror and mirror forms its image at $v = 20\text{ cm}$. Hence the velocity of image is

$$= -\left(\frac{v}{u}\right)^2 \times \text{velocity of object} = -\left(\frac{20}{60}\right)^2 \times 18 = 2\text{ m/s towards right}$$

अतः दर्पण प्रतिबिम्ब का $v = 20\text{ cms}$ पर दांयी तरफ बनाता है। पट्टिका फिर से 1cm का विस्थापन दांयी ओर करती है। अतः अन्तिम प्रतिबिम्ब ध्रुव से 21 cm की दूरी पर बनता है।

पट्टिका का बांयी तरफ विस्थापन के कारण अन्तिम प्रतिबिम्ब की स्थिति में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

पट्टिका के कारण आभासी विस्थापन होता है परन्तु प्रतिबिम्ब के वेग में कोई परिवर्तन नहीं होता है। अतः प्रतिबिम्ब का वेग केवल दर्पण के कारण है। वस्तु $u = 60\text{ cm}$ पर दर्पण से दूरी पर प्रतीत होती है तथा दर्पण इसका प्रतिबिम्ब $v = 20\text{ cm}$ बनाता है अतः प्रतिबिम्ब का वेग

$$= -\left(\frac{v}{u}\right)^2 \times \text{वस्तु का वेग} = -\left(\frac{20}{60}\right)^2 \times 18 = 2\text{ m/s दायीं तरफ}$$

COMPREHENSION

A glass prism with a refracting angle of 60° has a refractive index 1.52 for red and 1.6 for violet light. A parallel beam of white light is incident on one face at an angle of incidence, which gives minimum deviation for red light. Find :

[Use: $\sin(50^\circ) = 0.760$; $\sin(31.6^\circ) = 0.520$; $\sin(28.4^\circ) = 0.475$; $\sin(56^\circ) = 0.832$; $\pi = 22/7$]

60° अपवर्तन कोण वाले एक कांच के प्रिज्म का लाल प्रकाश के लिए अपवर्तनांक 1.52 तथा बैंगनी प्रकाश के लिए 1.6 है। श्वेत प्रकाश का एक समान्तर पुंज एक फलक पर आपतन कोण पर आपतित होता है, जो लाल प्रकाश के लिए न्यूनतम विचलन देता है। ज्ञात करें

[Use: $\sin(50^\circ) = 0.760$; $\sin(31.6^\circ) = 0.520$; $\sin(28.4^\circ) = 0.475$; $\sin(56^\circ) = 0.832$; $\pi = 22/7$]

6. The angle of incidence at the prism is :

प्रिज्म का आपतन कोण होगा

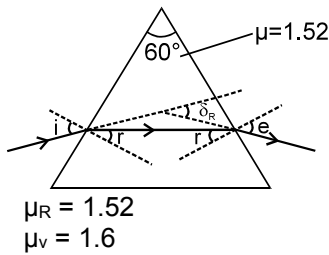
(A) 30°

(B) 40°

(C*) 50°

(D) 60°

Sol.



Minimum deviation condition for red is $r = 30^\circ \Rightarrow (1) \sin i = (1.52) \sin 30^\circ$
 $i = 50^\circ, \quad \delta_R = (50^\circ) 2 - 60^\circ = 40^\circ$

7. The angular width of the spectrum is :

स्पेक्ट्रम की कोणीय चौड़ाई होगी

- (A*) 6° (B) 4.8° (C) 9.6° (D) 12°

Sol. For violet light

$$(1) \sin 50^\circ = (1.6) \sin r$$

$$\therefore r = 28.4^\circ$$

$$r' = 31.6^\circ \quad (r + r' = A)$$

$$(1) \sin e = (1.6) \sin 31.6^\circ$$

$$\therefore e = 56^\circ, \quad \Rightarrow \quad \delta_v = i + e - A = 50^\circ + 56^\circ - 60^\circ$$

$$\therefore \text{angular width} = \delta_v - \delta_R = 6^\circ$$

8. The length of the spectrum if it is focussed on a screen by a lens of focal length 100 cm is :

स्पेक्ट्रम की लम्बाई यदि इसे 100 cm फोकस दूरी वाले लेंस द्वारा पर्दे पर फोकसित किया जाता है।

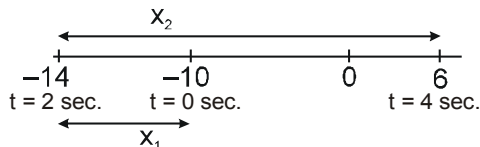
- (A*) $\frac{10\pi}{3}$ cm (B) $\frac{10\pi}{3}$ m (C) $\frac{5\pi}{3}$ cm (D) $\frac{5\pi}{3}$ m

Sol. if $\theta = 100 \times 6 \times \frac{\pi}{180}$ cm = $\frac{10\pi}{3}$ cm

9. The position of a particle moving rectilinearly is given by $x = t^3 - 3t^2 - 10$. Find the distance travelled by the particle in the first 4 seconds starting from $t = 0$.

सरल रेखीय गति करते हुए कण की स्थिति $x = t^3 - 3t^2 - 10$ से दी जाती है। $t = 0$ से प्रारम्भ ज्ञात करते हुए प्रथम 4 सैकण्ड में कण द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात करो।

Sol.



$$x = t^3 - 3t^2 - 10$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 6t$$

$$v = 0 ; \text{ gives }$$

$$t = 0 \quad \& \quad t = 2 \text{ sec.}$$

Velocity will become zero at $t = 2$ sec., so particle will change direction after $t = 2$ sec.

$t = 2$ sec. पर वेग शून्य हो जाता है अतः $t = 2$ sec. पर कण अपनी दिशा को बदलता है।

At $t = 0$ पर

$$x_{(0 \text{ sec})} = -10$$

At $t = 2$ sec. पर

$$x_{(2 \text{ sec})} = 2^3 - 3(2)^2 - 10$$

$$= 8 - 12 - 10 = -14$$

At $t = 4$ sec. पर

$$x_{(4 \text{ sec})} = 4^3 - 3(4)^2 - 10$$

$$= 64 - 48 - 10 = 6$$

$$\text{Distance travelled तय दूरी} = x_1 + x_2 = |-14 - (-10)| + |6 - (-14)| = 4 + 20 = 24$$

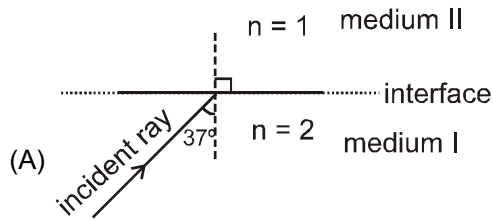
Ans. Distance Travelled = 24 units. तय दूरी = 24 units.

10. ✎ Match the Column if deviation in the Column-II is the magnitude of total deviation (between incident ray and finally refracted or reflected ray) to lie between 0° and 180° . Here n represents refractive index of medium.

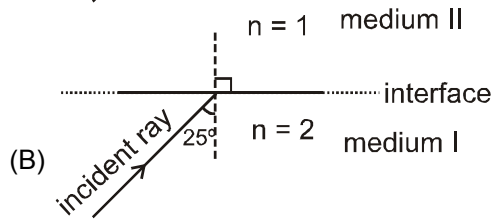
कॉलम का मिलान कीजिए यदि कॉलम-II में विचलन कुल विचलन का परिमाण है जोकि आपतित किरण तथा अंततः अपवर्तित या परावर्तित प्रकाश किरण के मध्य लिया गया है। यह 0° तथा 180° के बीच है। यहाँ n माध्यम के अपवर्तनांक को दर्शाता है।

Column-I

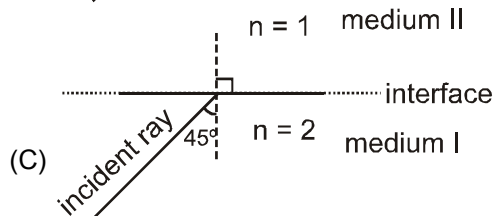
Column-II



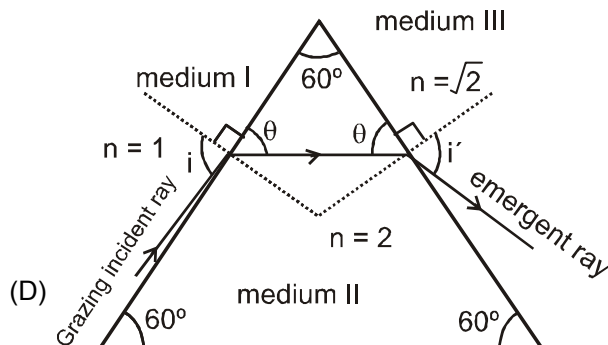
(p) deviation in the light ray is greater than 90°



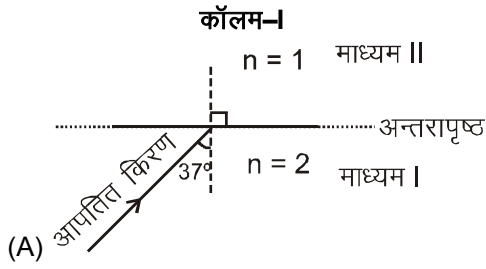
(q) deviation in the light ray is less than 90°



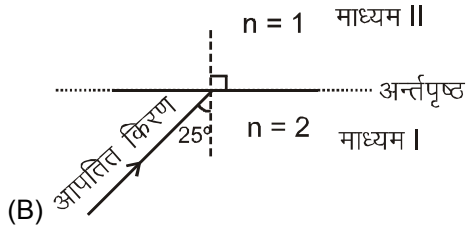
(r) deviation in the light ray is equal to 90°



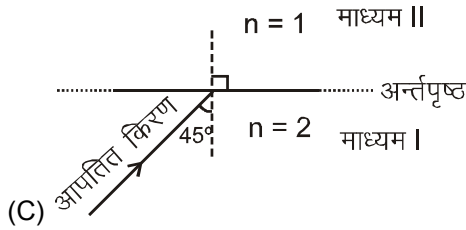
(s) Speed of finally reflected or refracted light is same as speed of incident light.



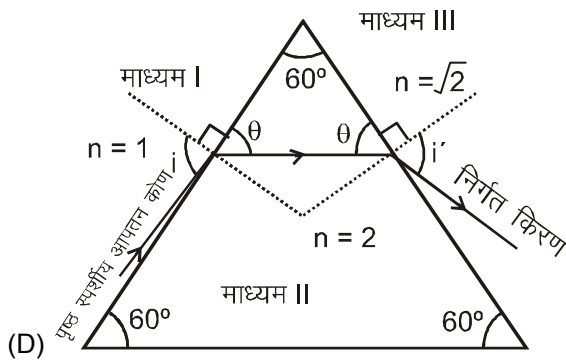
(p) प्रकाश किरण का विचलन 90° से अधिक होगा।



(q) प्रकाश किरण का विचलन 90° से कम होगा।



(r) प्रकाश किरण का विचलन 90° होगा।



(s) अन्ततः परावर्तित अथवा अपवर्तित प्रकाश किरण की चाल आपतित प्रकाश किरण की चाल के समान होगी।

Ans. (A) p, s; (B) q; (C) r, s; (D) q

Sol. $C = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2/1}\right) = 30^\circ$

for $i = 37^\circ$ के लिए, TIR पूर्ण आंतरिक परावर्तन

so अतः, $\delta = \pi - 2(37^\circ) = 104^\circ$

$i = 25^\circ$, Refraction अपवर्तन $\delta < \frac{\pi}{2} - C$

$i = 45^\circ$, TIR पूर्ण आंतरिक परावर्तन so अतः, $\delta = \pi - 2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 90^\circ$

By applying snells law for prism :

प्रिज्म के लिए स्नैल नियम से

$i = 90$

$r_1 = 30$

$r_2 = 30$

$e = 45$

$\delta = 90 + 45 - 60 = 75^\circ$