

PAPER (पेपर)- 2

प्रश्न पत्र 2 : अभ्यर्थियों के लिए अनुदेश

- प्रश्न पत्र में तीन (03) भाग है : भौतिकी, रसायन विज्ञान एवं गणित
 - प्रत्येक भाग में कुल अठारह (18) प्रश्न है जो तीन (03) खंडों में विभाजित है (खंड 1, खंड 2 और 3)
 - प्रश्न पत्र में प्रश्नों की कुल संख्या: चौवन (54)
 - प्रश्न पत्र 1 के अधिकतम अंक: एक सौ अस्सी (180)
- खंड 1 के लिए निर्देश: प्रश्नों के प्रकार और मूल्यांकन योजना

खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में छह (06) प्रश्न है
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु विकल्प (विकल्पों) को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:
पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।
आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है।
आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही है परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं।
आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प है।
- शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है।)
- ऋण अंक : -2 अन्स सभी परिस्थितियों में।
- **उदाहरण स्वरूप** : यदि किसी प्रश्न के लिए केवल पहला , तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है, तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो चुनने पर (उदाहरणतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने। (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प) +1 अंक मिलेंगे। कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), -2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो।

खंड 1 के प्रश्नों का उत्तर देना :

- विकल्प (विकल्पों) का चयन करने के लिए माउज (mouse) का प्रयोग कर विकल्प(विकल्पों) के साथ दिए गए सम्बन्धित बटन (बटनों) पर क्लिक करें।
- चुने हुए विकल्प(विकल्पों) को अचयनित करने के लिए, चुने हुए विकल्प(विकल्पों) के साथ दिए गए सम्बन्धित बटन (बटनों) पर फिर से क्लिक करें या चुने हुए सभी विकल्पों को एक साथ अचयनित करने के लिए **(Clear Response)** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न के पहले से दर्ज किये गए उत्तर के विकल्प (विकल्पों) को बदलने के लिए, यदि आवश्यक हो तो, **Clear Response** बटन पर क्लिक करके चुने हुए सभी विकल्पों को अचयनित करें। इसके बाद फिर नये विकल्प(विकल्पों) को चुने।
- किसी प्रश्न को सिर्फ पुनर्विचार के लिए (उत्तर दिए बिना) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को पुनर्विचार के लिए (उत्तर देने के बाद) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें—पुनर्विचार के लिए चिन्हित उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।
- उत्तर को सुरक्षित दर्ज करने के लिए **Save & Next** बटन पर क्लिक करें—उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।

Resonance Eduventures Ltd.

Registered & Corporate Office: CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.)-324005

Tel.No.: 0744-6607777, 3012100, 3012222, 6635555 | Toll Free: 1800 258 5555 | Fax: +91-022-39167222 | 08003 444 888

Website: www.resonance.ac.in | E-mail: contact@resonance.ac.in | CIN: U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555 | 08003 444 888 | [facebook.com/ResonanceEdu](https://www.facebook.com/ResonanceEdu) | twitter.com/ResonanceEdu | www.youtube.com/resowatch | blog.resonance.ac.in

This solution was download from Resonance JEE ADVANCED 2018 Solution portal

खंड 2 के लिए निर्देश: प्रश्नों के प्रकार और मूल्यांकन योजना

- इस खंड में आठ (08) प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE) है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/निकटित: उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -30.27, -127.30) को माउज (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) का प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही संख्यात्मक मान (Numerical value) ही उत्तर स्वरूप दर्ज किया गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

खंड 2 के प्रश्नों का उत्तर देना :

- अनुलग्न कम्प्यूटर माउज का प्रयोग कर उत्तर देने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर उत्तर के रूप में संख्यात्मक मान को ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) पर दिए गए नंबरों (एव/अथवा चिन्हों) पर क्लिक कर के दर्ज करें।
- उत्तर को बदलने के लिए, यदि आवश्यक हो तो पहले दर्ज करे गये उत्तर को मिटाने के लिए **Clear Response** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को सिर्फ पुनर्विचार के लिए (उत्तर दिए बिना) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को पुनर्विचार के लिए (उत्तर देने के बाद) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & NEXT** बटन पर क्लिक करें—पुनर्विचार के लिए चिन्हित उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।
- उत्तर को सुरक्षित दर्ज करने के लिए **Save & Next** बटन पर क्लिक करें—उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।

खंड 3 के लिए निर्देश: प्रश्नों के प्रकार का मूल्यांकन योजना

- इस खंड में चार (04) प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में दो (02) सुमेलन सूचियाँ (matching lists) हैं : सूची-I और सूची-II।
- सूची-I और सूची-II के तत्वों के सुमेलनों को दर्शाते हुए चार विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में सिर्फ एक विकल्प ही सही सुमेलन प्रदर्शित करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही सुमेलन प्रदर्शित करने वाले विकल्प को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:-
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

खंड 3 के प्रश्नों का उत्तर देना :

- विकल्प का चयन करने के लिए माउज (mouse) का उपायोग कर विकल्प के साथ दिए गए सम्बन्धित बटन पर क्लिक करें।
- चुने हुए विकल्प को अचयनित करने के लिए चुने हुए विकल्प के साथ दिए गए सम्बन्धित बटन पर फिर से क्लिक करें या **(Clear Response)** बटन पर क्लिक करें।
- चुने हुए उत्तर को बदलने के लिए, किसी और विकल्प के बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को सिर्फ पुनर्विचार के लिए (उत्तर दिए बिना) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को पुनर्विचार के लिए (उत्तर देने के बाद) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें—पुनर्विचार के लिए चिन्हित उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।
- उत्तर को सुरक्षित दर्ज करने के लिए **Save & Next** बटन पर क्लिक करें—उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।

Resonance Eduventures Ltd.

Registered & Corporate Office: CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.)-324005

Tel.No.: 0744-6607777, 3012100, 3012222, 6635555 | Toll Free: 1800 258 5555 | Fax: +91-022-39167222 | 08003 444 888

Website: www.resonance.ac.in | E-mail: contact@resonance.ac.in | CIN: U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555 | 08003 444 888 | [facebook.com/ResonanceEdu](https://www.facebook.com/ResonanceEdu) | twitter.com/ResonanceEdu | www.youtube.com/resowatch | blog.resonance.ac.in

This solution was download from Resonance JEE ADVANCED 2018 Solution portal

PART : III MATHEMATICS

खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में छह (06) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु विकल्प (विकल्पों) को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :
पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।
आंशिक अंक: +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है।
आंशिक अंक: +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं।
आंशिक अंक: +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प है।
शून्य अंक: 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है।)
ऋण अंक: -2 अन्व सभी परिस्थितियों में।
- **उदाहरण स्वरूप :** यदि किसी प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है, तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो चुनने पर (उदाहरणतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने। (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प) +1 अंक मिलेंगे। कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), -2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो।

1. किसी भी धनात्मक पूर्णांक (positive integer) n के लिये, $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$$f_n(x) = \sum_{j=1}^n \tan^{-1} \left(\frac{1}{1+(x+j)(x+j-1)} \right) \text{ सभी } x \in (0, \infty) \text{ के लिये}$$

के द्वारा परिभाषित है। (यहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric function) $\tan^{-1}x \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$ में मान धारण करता है।) तब निम्नलिखित में से कौनसा (से) कथन सत्य है (है)?

(A) $\sum_{j=1}^5 \tan^2(f_j(0)) = 55$

(B) $\sum_{j=1}^{10} (1+f_j'(0)) \sec^2(f_j(0)) = 10$

(C) किसी भी नियत (fixed) धनात्मक पूर्णांक n के लिये, $\lim_{x \rightarrow \infty} \tan(f_n(x)) = \frac{1}{n}$

(D) किसी भी नियत (fixed) धनात्मक पूर्णांक n के लिये, $\lim_{x \rightarrow \infty} \sec^2(f_n(x)) = 1$

Ans. (D)

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

Sol. $f_n(x) = \sum_{j=1}^n \tan^{-1}\left(\frac{1}{1+(x+j)(x+j-1)}\right)$

$$f_n(x) = \tan^{-1}(x+n) - \tan^{-1}(x) \Rightarrow f'_n(x) = \frac{1}{1+(x+n)^2} - \frac{1}{1+x^2}$$

$$f_n(0) = \tan^{-1}(n) \Rightarrow \tan^2(\tan^{-1}n) = n^2$$

(A) $\sum_{j=1}^5 \tan^2(f_j(0)) = \sum_{j=1}^5 j^2 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} = 55$ (चूंकि 0 प्रान्त में नहीं है इसलिए A और B गलत है)

(B) $f'_n(0) = \frac{1}{1+n^2} - 1 \Rightarrow 1 + f'_n(0) = \frac{1}{1+n^2}$

$$\sec^2(f_n(0)) = \sec^2(\tan^{-1}(n)) = 1+n^2.$$

Hence अतः $(1 + f'_n(0)) \cdot \sec^2(f_n(0)) = \left(\frac{1}{1+n^2}\right)(1+n^2) = 1$

so इसलिए $\sum_{i=1}^{10} (1 + f'_i(0)) \sec^2(f_i(0)) = \sum_{i=1}^{10} 1 = 10$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}\left(\frac{n}{1+x(n+x)}\right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan(f_n(x)) = 0 \quad \& \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sec^2(f_n(x)) = 1$$

2. माना कि T, बिन्दुओं P(-2, 7) और Q(2, -5) से गुजरने वाली रेखा (line) है। माना कि F₁ उन सभी वृत्त युग्मों (pairs of circles) (S₁, S₂) का समुच्चय (set) है कि रेखा T, S₁ के बिन्दु P पर और S₂ के बिन्दु Q पर स्पर्शी (tangent) है तथा वृत्त S₁ व S₂ एक दूसरे को बिन्दु, माना कि M, पर स्पर्श करते हैं। जब युग्म (S₁, S₂), F₁ में विचरित (varies) करता है तो माना कि समुच्चय (set) E₁, बिन्दु M के बिन्दुपथ (locus) को दर्शाता है। माना कि F₂ उन सरल रेखा-खण्डों (straight line segments) का समुच्चय है, जो बिन्दु R(1, 1) से गुजरती है तथा E₁ के दो भिन्न बिन्दुओं के युग्म (pair of distinct points) को जोड़ती हैं माना कि E₂, समुच्चय F₂ के रेखाखण्डों के मध्य बिन्दुओं का समुच्चय है। तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (है) ?

(A) बिन्दु (-2, 7) समुच्चय E₁ में स्थित है।

(B) बिन्दु $\left(\frac{4}{5}, \frac{7}{5}\right)$ समुच्चय E₂ में स्थित **नहीं** है।

(C) बिन्दु $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ समुच्चय E₂ में स्थित है।

(D) बिन्दु $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ समुच्चय E₁ में स्थित **नहीं** है।

Ans. (BD)

Resonance Eduventures Ltd.

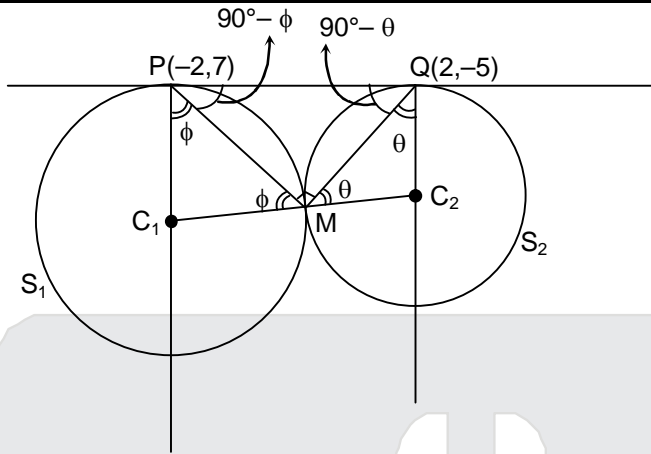
REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

Sol.



Let C_1 and C_2 be the centre of circle S_1 and S_2 respectively

माना C_1 और C_2 क्रमशः वृत्त S_1 और S_2 के केन्द्र है।

Let माना $\angle C_2QM = \angle C_2MQ = \theta \Rightarrow \angle QC_2M = \pi - 2\theta$

Let माना $\angle C_1PM = \angle C_1MP = \phi \Rightarrow \angle PC_1M = \pi - 2\phi$

Now अब $\angle QC_2M + \angle PC_1M = \pi \Rightarrow \pi - 2\theta + \pi - 2\phi = \pi \Rightarrow \theta + \phi = \pi/2$

Now अब $\angle QMP = \pi - \angle QMC_2 - \angle PMC_1 = \pi - (\theta + \phi) = \pi - \pi/2 = \pi/2$

hence locus equation of variable point M is $(x + 2)(x - 2) + (y - 7)(y + 5) = 0$

अतः चर बिन्दु M का बिन्दुपथ समीकरण $(x + 2)(x - 2) + (y - 7)(y + 5) = 0$

but locus of M does not contains point P and Q because P is included when radius of S_1 is zero and circle S_2 becomes straight line which is impossible. Q is included when radius of S_2 is zero and circle S_1 becomes straight line which is also impossible.

परन्तु M का बिन्दुपथ P और Q को नहीं रखता है क्योंकि P शामिल होगा जब S_1 की त्रिज्या शून्य है और वृत्त S_2 एक सरल रेखा हो जाता है जो असंभव है। Q शामिल होगा जब S_2 की त्रिज्या शून्य है और वृत्त S_1 एक सरल रेखा हो जाता है जो असंभव है।

so set E_1 does not contain point $P(-2, 7)$ and $Q(2, -5)$

इसलिए समुच्चय E_1 बिन्दु $P(-2, 7)$ और $Q(2, -5)$ को नहीं रखता है।

Locus of mid-points of chords passing through $(1, 1)$ is $h + K - (1 + k) = h^2 + k^2 - 2K$

$(1, 1)$ से गुजरने वाली जीवाओं के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ $h + K - (1 + k) = h^2 + k^2 - 2K$

$\Rightarrow h^2 + K^2 - 2K - h + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - x - 2y + 1 = 0$

Now equation of line passing through $P(-2, 7)$ and $R(1, 1)$ is $\frac{y-1}{x-1} = \frac{6}{-3} \Rightarrow y + 2x - 3 = 0$

अब रेखा का समीकरण जो बिन्दु $P(-2, 7)$ और $R(1, 1)$ से गुजरती है $\frac{y-1}{x-1} = \frac{6}{-3} \Rightarrow y + 2x - 3 = 0$

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555 08003 444 888 facebook.com/ResonanceEdu twitter.com/ResonanceEdu www.youtube.com/resowatch blog.resonance.ac.in

Let centre of $x^2 + y^2 - 2y - 39 = 0$ is $C_3(0, 1) \Rightarrow$ centre of locus of M is $C_3(0, 1)$

माना वृत्त $x^2 + y^2 - 2y - 39 = 0$ का केन्द्र $C_3(0, 1)$ है। \Rightarrow बिन्दु M के बिन्दुपथ का केन्द्र $C_3(0, 1)$ है।

Now foot of $C_3(0, 1)$ on line $y + 2x - 3 = 0$ is $\left(\frac{4}{5}, \frac{7}{5}\right)$. which is mid-point of chord PR of circle

$$x^2 + y^2 - 2y - 39 = 0$$

अब $C_3(0, 1)$ का लम्बपाद $\left(\frac{4}{5}, \frac{7}{5}\right)$ रेखा $y + 2x - 3 = 0$ पर स्थित हैं जो वृत्त $x^2 + y^2 - 2y - 39 = 0$ की जीवा PR

का मध्य बिन्दु है।

But if P is not the part of locus of M then PQ is not the chord of locus of M.

परन्तु यदि P, M के बिन्दुपथ का भाग नहीं है, तब PQ, बिन्दु M के बिन्दुपथ की जीवा नहीं है।

So point $\left(\frac{4}{5}, \frac{7}{5}\right)$ does not lies in set E_2

इसलिए बिन्दु $\left(\frac{4}{5}, \frac{7}{5}\right)$ समुच्चय E_2 में स्थित नहीं है।

3. माना कि S उन सभी स्तम्भ आव्यूहों (column matrices) $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ का समुच्चय (set) है जिनके लिए $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$ और

वास्तविक चरों (real variables) वाले समीकरण निकाय (system of equations)

$$-x + 2y + 5z = b_1$$

$$2x - 4y + 3z = b_2$$

$$x - 2y + 2z = b_3$$

का कम से कम एक हल (solution) है। तब निम्नलिखित वास्तविक चरों वाले निकायों में से किस (कौन से) निकाय

(निकायों) का भी प्रत्येक $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \in S$ के लिए कम से कम एक हल है ?

(A) $x + 2y + 3z = b_1, 4y + 5z = b_2$ और $x + 2y + 6z = b_3$

(B) $x + y + 3z = b_1, 5x + 2y + 6z = b_2$ और $-2x - y - 3z = b_3$

(C) $-x + 2y - 5z = b_1, 2x - 4y + 10z = b_2$ और $x - 2y + 5z = b_3$

(D) $x + 2y + 5z = b_1, 2x + 3z = b_2$ और $x + 4y - 5z = b_3$

Ans. (AD)

Sol. $\Delta = 0$ so for at least one solutions $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0 \Rightarrow b_1 + 7b_2 = 13b_3$ (1)

$\Delta = 0$ इसलिए कम से कम एक हल के लिए $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0 \Rightarrow b_1 + 7b_2 = 13b_3$ (1)

option (A) $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ unique solution \Rightarrow option (A) is correct

विकल्प (A) के लिए $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ अद्वितीय हल \Rightarrow विकल्प (A) सही है।

option (D) $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ unique solution \Rightarrow option (D) is correct

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

विकल्प (D) के लिए $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ अद्वितीय हल \Rightarrow विकल्प (D) सही है।

option (C) $\Delta = 0 \Rightarrow$ equations are $x - 2y + 5z = -b_1$

विकल्प (C) के लिए $\Delta = 0 \Rightarrow$ समीकरण $x - 2y + 5z = -b_1$

$$x - 2y + 5z = \frac{b_2}{2}$$

$$x - 2y + 5z = b_2$$

There planes are parallel so they must be coincident

तीनों समतल समान्तर हैं इसलिए वे समपाती होंगे।

$$\Rightarrow -b_1 = \frac{b_2}{2} = b_3$$

All b_1, b_2, b_3 obtained from equation (1) may not satisfy this relation so option (C) is wrong.

समीकरण (1) से प्राप्त सभी b_1, b_2, b_3 इस समीकरण को संतुष्ट नहीं करते हैं। अतः विकल्प (C) गलत है।

option विकल्प (B) के लिए $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$. Also तथा $\Delta_1 = 0$

For infinite solutions, Δ_2 and Δ_3 must be 0

अनन्त हल के लिए Δ_2 और Δ_3 , 0 होगा।

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & b_1 & 1 \\ 5 & b_2 & 2 \\ 2 & b_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -b_1 - b_2 + 3b_3 = 0 \text{ which does not satisfy (1) for all } b_1, b_2, b_3 \text{ so option(B)}$$

wrong

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & b_1 & 1 \\ 5 & b_2 & 2 \\ 2 & b_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -b_1 - b_2 + 3b_3 = 0 \text{ जो कि समीकरण (1) को संतुष्ट नहीं करता है सभी } b_1, b_2, b_3 \text{ इसलिए}$$

विकल्प (B) गलत है।

4. ऐसी दो सरल रेखाओं (straight lines) पर विचार कीजिये, जिनमें से प्रत्येक, वृत्त (circle) $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ और परवलय (parabola) $y^2 = 4x$ दोनों पर ही स्पर्शी (tangent) है। माना कि ये रेखाएं बिन्दु Q पर प्रतिच्छेद (intersect) करती हैं। एक ऐसी दीर्घवृत्त (ellipse) पर विचार कीजिये जिसका केन्द्र (centre) मूलबिन्दु (origin) O(0, 0) पर है और जिसका अर्ध-दीर्घाक्ष (semi-major axis) OQ है। यदि इस दीर्घवृत्त के लघु अक्ष (minor axis) की लम्बाई $\sqrt{2}$ है, तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (हैं)?

(A) दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता (eccentricity) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ है और नाभिलम्ब जीवा (latus rectum) की लम्बाई 1 है।

(B) दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता $\frac{1}{2}$ है और नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई $\frac{1}{2}$ है

(C) रेखाओं $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ व $x = 1$ के बीच दीर्घवृत्त द्वारा परिबद्ध (bounded) क्षेत्र (region) का क्षेत्रफल (area) $\frac{1}{4\sqrt{2}}(\pi - 2)$ है

(D) रेखाओं $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ व $x = 1$ के बीच दीर्घवृत्त द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल $\frac{1}{16}(\pi - 2)$ है

Ans. (AC)

Resonance Eduventures Ltd.

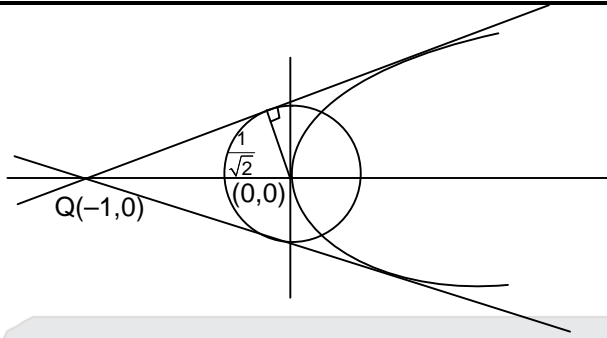
REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

Sol.



Let equation of common tangent is $y = mx + \frac{1}{m}$

माना उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण $y = mx + \frac{1}{m}$

$$\therefore \left| \frac{0 + 0 + \frac{1}{m}}{\sqrt{1+m^2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow m^4 + m^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow m = \pm 1$$

Equation of common tangents are $y = x + 1$ & $y = -x - 1$

उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं का समीकरण $y = x + 1$ और $y = -x - 1$

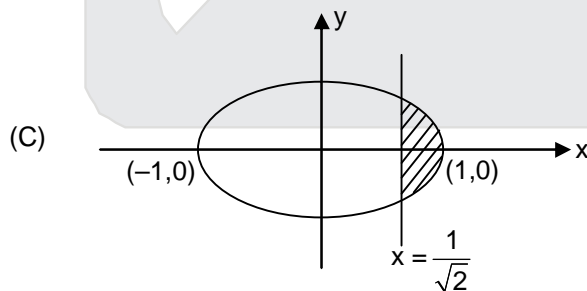
point Q is $(-1, 0)$

Q बिन्दु $(-1, 0)$ है।

$$\therefore \text{Equation of ellipse is } \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1/2} = 1$$

$$\therefore \text{दीर्घवृत्त का समीकरण } \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1/2} = 1$$

$$(A) \quad e = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \& \quad \text{और} \quad LR = \frac{2b^2}{a} = 1$$



$$\text{Area क्षेत्रफल} \quad 2 \int_{1/\sqrt{2}}^1 \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1-x^2} dx = \sqrt{2} \left[\frac{x}{2} \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2} \sin^{-1} x \right]_{1/\sqrt{2}}^1$$

$$= \sqrt{2} \left[\frac{\pi}{4} - \left(\frac{1}{4} + \frac{\pi}{8} \right) \right] = \sqrt{2} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} \right) = \frac{\pi - 2}{4\sqrt{2}}$$

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555 08003 444 888 facebook.com/ResonanceEdu twitter.com/ResonanceEdu www.youtube.com/resowatch blog.resonance.ac.in

5. माना कि s, t, r शून्येतर (non-zero) सम्मिश्र संख्यायें (complex numbers) हैं और L समीकरण (equation) $sz + t\bar{z} + r = 0$ के हलों (solutions) $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}, i = \sqrt{-1}$) का समुच्चय है, जहाँ $\bar{z} = x - iy$ । तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (हैं) ?
- (A) यदि L में ठीक एक अवयव (element) है, तब $|s| \neq |t|$
- (B) यदि $|s| = |t|$ तब L में अनन्त (infinitely many) अवयव हैं
- (C) $L \cap \{z : |z - 1 + i| = 5\}$ में अवयवों की अधिकतम संख्या 2 हैं
- (D) यदि L में एक से ज्यादा अवयव है, तब L में अनन्त अवयव हैं

Ans. (ACD)

Sol. $sz + t\bar{z} + r = 0, \bar{z} = x - iy$

$$\bar{s}\bar{z} + \bar{t}z + \bar{r} = 0$$

$$(1) + (2)$$

$$(t + \bar{s})\bar{z} + (s + \bar{t})z + (r + \bar{r}) = 0$$

$$(t - \bar{s})\bar{z} + (s - \bar{t})z + (r - \bar{r}) = 0$$

For unique solution

अद्वितीय हल के लिए

$$\frac{t + \bar{s}}{t - \bar{s}} \neq \frac{s + \bar{t}}{s - \bar{t}}$$

On solving the above equation we get

समीकरण को हल करने पर

$$|t| \neq |s|$$

\therefore option (A) is correct विकल्प (A) सही है।

Lines overlap if रेखाएं सम्पाती है।

$$\frac{t + \bar{s}}{t - \bar{s}} = \frac{\bar{t} + s}{s - \bar{t}} = \frac{r + \bar{r}}{r - \bar{r}}$$

$$|t| = |s| \quad \bar{t}r - \bar{t}\bar{r} + sr - s\bar{r} = sr + s\bar{r} - \bar{t}r - \bar{t}\bar{r}$$

$$2\bar{t}r = 2s\bar{r}$$

$$\bar{t}r = s\bar{r}$$

$$\therefore |\bar{t}||r| = |s||\bar{r}|$$

$$\therefore |t| = |s|$$

\therefore If $|t| = |s|$, lines will be parallel for sure but it may not be coincident

\therefore यह $|t| = |s|$, रेखाएं समान्तर होगी परन्तु यह सम्पाती नहीं है।

For option (C) if element of set L represent line, then this line and given circle can have maximum two common points so option (C) is correct

विकल्प (C) के लिए यदि समुच्चय L का अवयव रेखा L को व्यक्त करता है, तब इस रेखा और दिये गये वृत्त के अधिकतम दो उभयनिष्ठ बिन्दु हो सकते हैं। इसलिए विकल्प (C) सही है।

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

6. माना कि $f : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ एक ऐसा द्विअवकलनीय (twice differentiable) फलन (function) है कि

$$\lim_{t \rightarrow x} \frac{f(x)\sin t - f(t)\sin x}{t - x} = \sin^2 x \text{ सभी } x \in (0, \pi) \text{ के लिये।}$$

यदि $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{12}$, तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (हैं) ?

(A) $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4\sqrt{2}}$

(B) $f(x) < \frac{x^4}{6} - x^2$ सभी $x \in (0, \pi)$ के लिये

(C) एक ऐसे $\alpha \in (0, \pi)$ का अस्तित्व (existence) है जिसके लिये $f'(\alpha) = 0$

(D) $f''\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Ans. (BCD)

Sol. $\lim_{t \rightarrow x} \frac{f(x)\sin t - f(t)\sin x}{t - x} = \sin^2 x$

$$\frac{f(x)\cos x - f'(x)\sin x}{\sin^2 x} = 1$$

$$-d\left(\frac{f(x)}{\sin x}\right) = 1$$

$$\frac{f(x)}{\sin x} = -x + c \quad \because \quad f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{12} \Rightarrow c = 0 \Rightarrow f(x) = -x \sin x$$

(A) $f(x) + f''(x) = -2 \cos x$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

(B) $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(-\frac{\pi}{4\sqrt{2}}\right)$

(C) $f(x)$ is continuous and differentiable and $f(0) = f(\pi) = 0$

$f(x)$ सतत् और अवकलनीय है तथा $f(0) = f(\pi) = 0$

Using by Rolle's theorem $f'(c) = 0$ for some $x \in (0, \pi)$

रोल प्रमेय से $f'(c) = 0$ किसी $x \in (0, \pi)$ के लिए

(D) $g(x) = -x \sin x + x^2 - \frac{x^4}{6}$

$$g'(x) = f'(x) + 2x - \frac{2x^3}{3}$$

$$g''(x) = f''(x) + 2x - 2x^2$$

$$g'''(x) = 3 \sin x + x \cos x - 4x = 3(\sin x - x) + x(\cos x - 1)$$

$$\Rightarrow g'''(x) < 0 \Rightarrow g''(x) \text{ is decreasing} \Rightarrow g''(x) \text{ ह्यसमान है।}$$

$$\text{for } x > 0 \text{ के लिए } g''(x) < g''(0) \Rightarrow g''(x) < 0$$

hence $g'(x)$ is decreasing अतः $g'(x)$ ह्यसमान है।

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

$$\text{for } x > 0 \text{ के लिए } g'(x) < g'(0) \Rightarrow g'(x) < 0$$

$$\text{hence अतः } g(x) < 0$$

$$\text{for } x > 0 \text{ के लिए } g(x) < g(0) \Rightarrow g(x) < 0$$

$$\text{Hence अतः } f(x) < \frac{x^4}{6} - x^2 \forall x \in (0, \pi)$$

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में आठ (08) प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE) हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रुण्डित/निकटित: उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -30.27, -127.30) को माउज (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) का प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही संख्यात्मक मान (Numerical value) ही उत्तर स्वरूप दर्ज किया गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

7. समाकल $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1+\sqrt{3}}{((x+1)^2(1-x)^6)^{\frac{1}{4}}} dx$ का मान है _____ ।

Ans. (2)

Sol. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{(1+\sqrt{3}) dx}{[(1+x)^2(1-x)^6]^{1/4}}$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{(1+\sqrt{3}) dx}{(1+x)^2 \left[\frac{(1-x)^6}{(1+x)^6} \right]^{1/4}}$$

put $\frac{1-x}{1+x} = t$ रखने पर $\Rightarrow \frac{-2dx}{(1+x)^2} = dt$

$$I = \int_1^{\frac{1}{3}} \frac{(1+\sqrt{3}) dt}{-2t^{6/4}} = \frac{-(1+\sqrt{3})}{2} \times \left. \frac{-2}{\sqrt{t}} \right|_1^{\frac{1}{3}} = (1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1) = 2$$

8. माना कि P, 3 × 3 कोटि (order) का एक ऐसा आव्यूह (matrix) है कि P की सभी प्रविशिष्टयों समुच्चय (set) {-1, 0, 1} में से है। P के सारणिक (determinant) का अधिकतम संभावित मान (maximum possible value) है _____ ।

Ans. (4)

Sol. $\det(P) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1(b_2c_3 - b_3c_2) - a_2(b_1c_3 - b_3c_1) + a_3(b_1c_2 - b_2c_1) \leq 6$

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

value can be 6 only if $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = 1, b_2c_3 = b_1c_3 = b_1c_2 = 1, b_3c_2 = b_3c_1 = b_2c_1 = -1$
 मान केवल 6 हो सकते हैं यदि $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = 1, b_2c_3 = b_1c_3 = b_1c_2 = 1, b_3c_2 = b_3c_1 = b_2c_1 = -1$

$$\Rightarrow (b_2c_3)(b_3c_1)(b_1c_2) = -1 \quad \& \text{ और } (b_1c_3)(b_3c_2)(b_2c_1) = 1$$

i.e. $b_1b_2b_3c_1c_2c_3 = 1$ and और -1

hence not possible अतः संभव नहीं

Similar contradiction occurs when $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 1, b_2c_2 = b_3c_1 = b_1c_2 = 1, b_3c_2 = b_1c_3 = b_1c_2 = -1$
 इसी प्रकार विरोधाभास आता है जब $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 1, b_2c_2 = b_3c_1 = b_1c_2 = 1, b_3c_2 = b_1c_3 = b_1c_2 = -1$

Now for value to be 5 one the terms must be zero but that will make 2 terms zero which means answer cannot be 5

अब 5 के लिए एक पद अवश्य शून्य होगा परन्तु यहाँ 2 पद शून्य बनते हैं अतः 5 उत्तर नहीं हो सकता

$$\text{Now } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 4 \text{ Hence max value} = 4$$

$$\text{अब } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 4 \text{ अतः अधिकतम मान} = 4$$

9. माना कि समुच्चय (set) X में ठीक अवयव (elements) हैं और समुच्चय Y में ठीक 7 अवयव हैं। यदि X से Y में एकैकी फलनों (one-one function) की संख्या α है और और Y से X में आच्छादक (onto) फलनों की संख्या β है, तब

$$\frac{1}{5!} (\beta - \alpha) \text{ का मान है } \underline{\hspace{2cm}} \text{।}$$

Ans. (119)

Sol. $n(X) = 5$

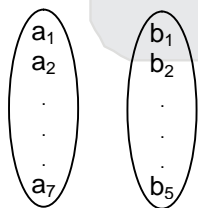
$$n(Y) = 7$$

$$\alpha \rightarrow \text{Number of one-one function X to Y} = {}^7C_5 \times 5! = 21 \times 120 = 2520$$

$$\alpha \rightarrow \text{X to Y एकैकी फलनों की संख्या} = {}^7C_5 \times 5! = 21 \times 120 = 2520$$

$$\beta \rightarrow \text{Number of onto function Y to X}$$

$$\beta \rightarrow \text{Y से X में आच्छादक फलनों की संख्या}$$



$$1, 1, 1, 1, 3 \quad 1, 1, 1, 2, 2$$

$$\frac{7!}{3!4!} \times 5! + \frac{7!}{(2!)^33!} \times 5! = ({}^7C_3 + 3 \cdot {}^7C_3) 5! = 4 \times {}^7C_3 \times 5!$$

$$\frac{\beta - \alpha}{5!} = 4 \times {}^7C_3 - {}^7C_5 = 4 \times 35 - 21 = 119$$

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555 08003 444 888 facebook.com/ResonanceEdu twitter.com/ResonanceEdu www.youtube.com/resowatch blog.resonance.ac.in

10. माना कि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ एक ऐसा अवकलनीय फलन (differentiable function) है जिसके लिये $f(0) = 0$ । यदि $y = f(x)$, अवकल समीकरण (differential equation)

$$\frac{dy}{dx} = (2 + 5y)(5y - 2),$$

को संतुष्ट करता है, तब $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ का मान है _____ ।

Ans. (0.4)

Sol. $\frac{dy}{dx} = (5y + 2)(5y - 2)$

$$\frac{1}{25} \int \frac{dy}{\left(y + \frac{2}{5}\right)\left(y - \frac{2}{5}\right)} = \int dx$$

$$\frac{1}{25} \cdot \frac{5}{4} \ln \left| \frac{y - \frac{2}{5}}{y + \frac{2}{5}} \right| = x + c$$

$$\frac{1}{20} \ln \left| \frac{5y - 2}{5y + 2} \right| = x + c$$

at $x = 0$ पर, $y = 0 \Rightarrow c = 0$

Hence अतः $\frac{2 - 5y}{2 + 5y} = e^{20x}$

$$\frac{2 - 5y}{2 + 5y} = e^{20x}, \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{20x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{2}{5} = 0.4$$

11. माना कि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ एक ऐसा अवकलनीय फलन (differentiable function) है जिसके लिये $f(0) = 1$ और जो सभी $x, y \in \mathbb{R}$ के लिए समीकरण $f(x + y) = f(x) f'(y) + f'(x) f(y)$ को संतुष्ट करता है। तब $\log_e(f(4))$ का मान है _____ ।

Ans. (2)

Sol. $f(x + y) = f(x) \cdot f'(y) + f'(x) \cdot f(y)$

substituting $x = y = 0$ रखने पर, we get

$$f(0) = 2f'(0) \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{2}$$

Now substituting अब $y = 0$ रखने पर

$$f(x) = f(x) \cdot f'(0) + f'(x) \cdot f(0)$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{f(x)}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \lambda e^{x/2} \Rightarrow f(x) = e^{x/2} \text{ (asचूँकि } f(0) = 1)$$

$$\text{Now अब } \ln(f(x)) = \frac{x}{2} \Rightarrow \ln(f(4)) = 2$$

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

12. माना कि P प्रथम अष्टांश (first octant) में एक बिंदु है, जिसका सममतल (plane) $x + y = 3$ में प्रतिबिम्ब (image) Q (अर्थात रेखाखण्ड PQ समतल $x + y = 3$ के लम्बवत है और PQ का मध्य बिंदु सममतल $x + y = 3$ में स्थित है) z-अक्ष (axis) पर स्थित है। माना कि P की x-अक्ष से दूरी 5 है। यदि P का xy-समतल में प्रतिबिम्ब R है, तब PR लम्बाई है _____

Ans. (8)

Sol. $P(\alpha, \beta, \gamma)$

$R(\alpha, \beta, -\gamma)$

Q

$$\frac{x - \alpha}{1} = \frac{y - \beta}{1} = \frac{z - \gamma}{0} = \frac{-2(\alpha + \beta - 3)}{2}$$

$$x = 3 - \beta, y = 3 - \alpha, z = \gamma$$

$Q(3 - \beta, 3 - \alpha, \gamma)$ lies on z-axis

$Q(3 - \beta, 3 - \alpha, \gamma)$, z अक्ष पर स्थित है।

$$\therefore \beta = 3, \alpha = 3$$

$P(3, 3, \gamma)$ distance from x-axis is 5

$P(3, 3, \gamma)$, x-अक्ष से दूरी 5 है।

$$9 + \gamma^2 = 25$$

$$\gamma^2 = 16 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 4$$

$$P(3, 3, 4) \quad \therefore \quad PR = 8$$

$R(3, 3, -4)$

13. प्रथम अष्टांश (first octant) में एक ऐसे घन (cube) पर विचार कीजिये, जिसकी भुजाओं (sides) OP, OQ और OR की लम्बाई 1 है और जो क्रमशः x-अक्ष (axis), y-अक्ष और z-अक्ष के अनुदिश (along) हैं, जहाँ $O(0, 0, 0)$ मूलबिन्दु (origin) है। माना कि घन का केंद्र (centre) $S\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ है, और शीर्ष (vertex) T मूलबिन्दु O के सम्मुख (opposite) वाला वह शीर्ष है कि बिंदु S विकर्ण (diagonal) OT पर स्थित है। यदि $\vec{p} = \vec{SP}$, $\vec{q} = \vec{SQ}$, $\vec{r} = \vec{SR}$ और $\vec{t} = \vec{ST}$ तब $|\vec{p} \times \vec{q}| \times |\vec{r} \times \vec{t}|$ का मान है _____।

Ans. (0.5)

Resonance Eduventures Ltd.

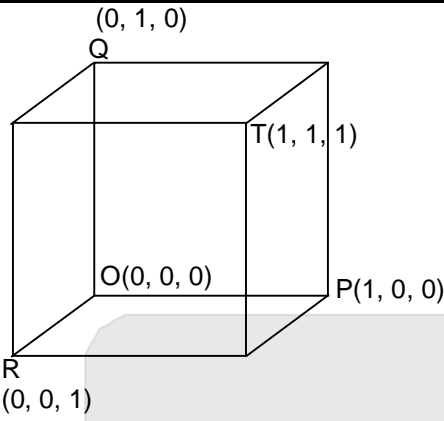
REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

Sol.



point बिन्दु $S\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

point बिन्दु $T(1, 1, 1)$

$$\vec{p} = \overline{SP} = \frac{\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}}{2}$$

$$\vec{q} = \overline{SQ} = \frac{-\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}}{2}$$

$$\vec{r} = \overline{SR} = \frac{-\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}}{2}$$

$$\vec{t} = \overline{ST} = \frac{\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{2}$$

Now अब $\vec{p} \times \vec{q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(2\hat{i} + 2\hat{j}) = \frac{\hat{i} + \hat{j}}{2}$

$$\vec{r} \times \vec{t} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \times \frac{1}{4} = \frac{-2\hat{i} + 2\hat{j}}{4} = \frac{-\hat{i} + \hat{j}}{2}$$

Now अब $(\vec{p} \times \vec{q}) \times (\vec{r} \times \vec{t}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \times \frac{1}{4} = \frac{\hat{k}}{2} \Rightarrow |(\vec{p} \times \vec{q}) \times (\vec{r} \times \vec{t})| = \frac{1}{2} = 0.5$

14. माना कि $X = ({}^{10}C_1)^2 + 2({}^{10}C_2)^2 + 3({}^{10}C_3)^2 + \dots + 10({}^{10}C_{10})^2$, जहाँ ${}^{10}C_r$, $r \in \{1, 2, \dots, 10\}$, द्विपद गुणांकों (binomial coefficients) को दर्शाते हैं। तब $\frac{1}{1430} X$ का मान है _____।

Ans. (646)

Sol. $X = \sum_{r=1}^{10} r \cdot {}^{10}C_r \cdot {}^{10}C_r = 10 \cdot \sum_{r=1}^{10} {}^9C_{r-1} \cdot {}^{10}C_{10-r} = 10 \cdot {}^{19}C_9$

Now अब $\frac{X}{1430} = \frac{10 \cdot {}^{19}C_9}{1430} = \frac{{}^{19}C_9}{143} = \frac{{}^{19}C_9}{11 \times 13} = \frac{19 \cdot 17 \cdot 16}{8} = 19 \times 34 = 646$

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555 08003 444 888 facebook.com/ResonanceEdu twitter.com/ResonanceEdu www.youtube.com/resowatch blog.resonance.ac.in

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में चार (04) प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में दो (02) सुमेलन सूचियाँ (matching lists) हैं : सूची-I और सूची-II
- सूची-I और सूची-II के तत्वों के सुमेलनों को दर्शाते हुए चार विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में सिर्फ एक विकल्प ही सही सुमेलन प्रदर्शित करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही सुमेलन प्रदर्शित करने वाले विकल्प को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:—
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

15. माना कि $E_1 = \left\{ x \in \mathbb{R} : x \neq 1 \text{ और } \frac{x}{x-1} > 0 \right\}$ और $E_2 = \left\{ x \in E_1 : \sin^{-1} \left(\log_e \left(\frac{x}{x-1} \right) \right) \text{ वास्तविक संख्या है} \right\}$.

(यहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric function) $\sin^{-1}x$, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ में मान धारण करता है।)

माना कि फलन $f : E_1 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_e \left(\frac{x}{x-1} \right)$ के द्वारा परिभाषित है

और फलन $g : E_2 \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sin^{-1} \left(\log_e \left(\frac{x}{x-1} \right) \right)$ के द्वारा परिभाषित है।

सूची-I

(P) f का परिसर (range) है

(Q) g के परिसर में समाहित (contains)

(R) f के प्रान्त (domain) में समाहित है

(S) g का प्रान्त है

सूची -II

(1) $\left(-\infty, \frac{1}{1-e} \right] \cup \left[\frac{e}{e-1}, \infty \right)$

(2) (0, 1)

(3) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$

(4) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

(5) $\left(-\infty, \frac{e}{e-1} \right]$

(6) $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{e}{e-1} \right]$

दिए हुए विकल्पों में से सही विकल्प है

(A) P → 4; Q → 2; R → 1; S → 1

(B) P → 3; Q → 3; R → 6; S → 5

(C) P → 4; Q → 2; R → 1; S → 6

(D) P → 4; Q → 3; R → 6; S → 5






Ans. (A)

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

Sol. $E_1 : \frac{x}{x-1} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

$E_2 : -1 \leq \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{e} \leq \frac{x}{x-1} \leq e \Rightarrow \frac{1}{e} \leq 1 + \frac{1}{x-1} \leq e$

$\frac{1}{e} - 1 \leq \frac{1}{x-1} \leq e - 1 \Rightarrow (x-1) \in \left(-\infty, \frac{e}{1-e}\right] \cup \left[\frac{1}{e-1}, \infty\right)$

$x \in \left(-\infty, \frac{1}{e-1}\right] \cup \left[\frac{e}{e-1}, \infty\right)$

Now अब $\frac{x}{x-1} \in (0, \infty) - \{1\} \forall x \in E_1 \Rightarrow \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \in (-\infty, \infty) - \{0\}$

$\sin^{-1}\left(\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] - \{0\}$

16. एक हाई स्कूल (high school) में, 6 बालको boys $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ और 5 बालिकाओं G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 के समूह (group) में से एक समिति (committee) बनाई जानी है।

- (i) माना कि α_1 समिति को इस प्रकार से बनाने के तरीकों (ways) की कुल संख्या है कि समिति में 5 सदस्य है, जिनमें से ठीक (exactly) 3 बालक और 2 बालिकाएं है।
- (ii) माना कि α_2 समिति को इस प्रकार से बनाने के तरीको की कुल संख्या है कि समिति में कम से कम (at least) 2 सदस्य है, और बालकों और बालिकाओं की संख्या बराबर (equal) है।
- (iii) माना कि α_3 समिति को इस प्रकार से बनाने के तरीकों की कुल संख्या है कि समिति में 5 सदस्य है, जिनमें से कम से कम 2 बालिकाएं है।
- (iv) माना कि α_4 समिति को इस प्रकार से बनाने के तरीकों की कुल संख्या है कि समिति में 4 सदस्य है, जिनमें से कम से कम 2 बालिकाएं है और M_1 व G_1 समिति में एक साथ नहीं है।

सूची -I

- (P) α_1 का मान है
(Q) α_2 का मान है
(R) α_3 का मान है
(S) α_4 का मान है

सूची -II

- (1) 136
(2) 189
(3) 192
(4) 200
(5) 381
(6) 461

दिए हुए विकल्पों में से सही विकल्प है।

- (A) $P \rightarrow 4; Q \rightarrow 6; R \rightarrow 2; S \rightarrow 1$
(B) $P \rightarrow 1; Q \rightarrow 4; R \rightarrow 2; S \rightarrow 3$
(C) $P \rightarrow 4; Q \rightarrow 6; R \rightarrow 5; S \rightarrow 2$
(D) $P \rightarrow 4; Q \rightarrow 2; R \rightarrow 3; S \rightarrow 1$

Ans. (C)

Sol. 6 Boys & 5 girls

6 लडके और 5 लडकियाँ

$\alpha_1 \rightarrow$ number of ways of selecting exactly 3 boys & 2 girls ${}^6C_3 \times {}^5C_2 = 200$

$\alpha_1 \rightarrow$ ठीक (exactly) 3 लडके और 2 लडकियो को चुनने के तरीके है। ${}^6C_3 \times {}^5C_2 = 200$

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

$\alpha_2 \rightarrow$ Boys & girls are equal & members ≥ 2

$\alpha_2 \rightarrow$ लड़के तथा लड़कियां बराबर संख्या ≥ 2

$${}^6C_1 \cdot {}^5C_1 + {}^6C_2 \cdot {}^5C_2 + {}^6C_3 \cdot {}^5C_3 + {}^6C_4 \cdot {}^5C_4 + {}^6C_5 \cdot {}^5C_5 = {}^{11}C_5 - 1 = 461$$

$\alpha_3 \rightarrow$ number of ways of selecting 5 having at least 2 girls ${}^{11}C_5 - {}^6C_5 - {}^6C_4 \cdot {}^5C_1 = {}^{11}C_5 - 81 = 381$

$\alpha_3 \rightarrow$ 5 सदस्यों को चुनने के तरीके जिनमें कम से कम दो लड़कियां हैं ${}^{11}C_5 - {}^6C_5 - {}^6C_4 \cdot {}^5C_1 = {}^{11}C_5 - 81 = 381$

$$\alpha_4 \rightarrow G_1 \text{ is included} \rightarrow {}^4C_1 \cdot {}^5C_2 + {}^4C_2 \cdot {}^5C_1 + {}^4C_3 = 40 + 30 + 4 = 74$$

$$\alpha_4 \rightarrow G_1 \text{ शामिल हो} \rightarrow {}^4C_1 \cdot {}^5C_2 + {}^4C_2 \cdot {}^5C_1 + {}^4C_3 = 40 + 30 + 4 = 74$$

$$M_1 \text{ is included} \rightarrow {}^4C_2 \cdot {}^5C_1 + {}^4C_3 = 34$$

$$M_1 \text{ शामिल हो} \rightarrow {}^4C_2 \cdot {}^5C_1 + {}^4C_3 = 34$$

$$G_1 \text{ \& } M_1 \text{ both are excluded} \rightarrow {}^4C_4 + {}^4C_3 \cdot {}^5C_1 + {}^4C_2 \cdot {}^5C_2 = 81$$

$$G_1 \text{ और } M_1 \text{ दोनों शामिल नहीं हो} \rightarrow {}^4C_4 + {}^4C_3 \cdot {}^5C_1 + {}^4C_2 \cdot {}^5C_2 = 81$$

$$\text{Total कुल} = 74 + 34 + 81 = 189$$

17. माना कि $H : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, जहाँ $a > b > 0$, xy -समतल (plane) में एक ऐसा अतिपरवलय (hyperbola) है जिसका संयुग्मी अक्ष (conjugate axis) LM उसके एक शीर्ष (vertex) N पर 60° का कोण (angle) अंतरित (subtend) करता है। माना कि त्रिभुज (triangle) LMN का क्षेत्रफल (area) $4\sqrt{3}$ है।

सूची-I

(P) H के संयुग्मी अक्ष की लम्बाई है

(Q) H की उत्केन्द्रता (eccentricity) है

(R) H की नाभियों (foci) के बीच की दूरी है

(S) H के नाभिलम्ब जीवा (latus rectum) की लम्बाई है

सूची-II

(1) 8

(2) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(4) 4

दिए हुए विकल्पों में सही विकल्प है

(A) $P \rightarrow 4$; $Q \rightarrow 2$; $R \rightarrow 1$; $S \rightarrow 3$

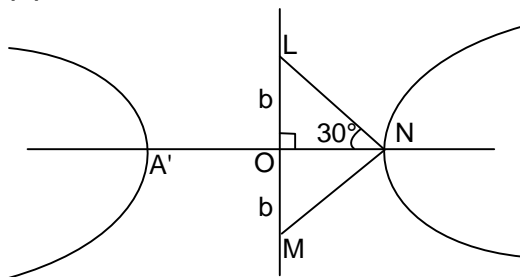
(B) $P \rightarrow 4$; $Q \rightarrow 3$; $R \rightarrow 1$; $S \rightarrow 2$

(C) $P \rightarrow 4$; $Q \rightarrow 1$; $R \rightarrow 3$; $S \rightarrow 2$

(D) $P \rightarrow 3$; $Q \rightarrow 4$; $R \rightarrow 2$; $S \rightarrow 1$

Ans. (B)

Sol.



Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555 08003 444 888 facebook.com/ResonanceEdu twitter.com/ResonanceEdu www.youtube.com/resowatch blog.resonance.ac.in

Area of LMN का क्षेत्रफल = $4\sqrt{3}$

$$\frac{1}{2}(2b)(\sqrt{3}b) = 4\sqrt{3} \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow 2b = 4$$

Here यहाँ $\frac{a}{b} = \cot 30^\circ \Rightarrow a = \sqrt{3}b \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$

$$b^2 = a^2 (e^2 - 1)$$

$$4 = 12(e^2 - 1)$$

$$e^2 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow e = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ and और } 2ae = 2 \times 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 8$$

$$\text{and length of latus rectum} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 4}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\text{और नाभिलम्ब की लम्बाई} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 4}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

18. माना कि फलन $f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_2: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_3: \left(-1, e^{\frac{\pi}{2}} - 2\right) \rightarrow \mathbb{R}$ और $f_4: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ इस प्रकार परिभाषित हैं कि

(i) $f_1(x) = \sin\left(\sqrt{1 - e^{-x^2}}\right)$

(ii) $f_2(x) = \begin{cases} |\sin x| & \text{यदि } x \neq 0 \\ \tan^{-1} x & \\ 1 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$, जहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric function)

$\tan^{-1} x \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ में मान धारण करता है

(iii) $f_3(x) = [\sin(\log_e(x+2))]$, जहाँ $t \in \mathbb{R}$, के लिये $[t]$, t से छोटा या t के बराबर महत्तम पूर्णांक (greatest integer) को दर्शाता है,

(iv) $f_4(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$

सूची -I

(P) फलन f_1

(Q) फलन f_2

(R) फलन f_3

(S) फलन f_4

दिए हुए विकल्पों में सही विकल्प है :

(A) P \rightarrow 2; Q \rightarrow 3; R \rightarrow 1; S \rightarrow 4

(B) P \rightarrow 4; Q \rightarrow 1; R \rightarrow 2; S \rightarrow 3

(C) P \rightarrow 4; Q \rightarrow 2; R \rightarrow 1; S \rightarrow 3

(D) P \rightarrow 2; Q \rightarrow 1; R \rightarrow 4; S \rightarrow 3

Ans. (D)

सूची-II

(1) $x = 0$ पर संतत (continuous) नहीं है

(2) $x = 0$ पर संतत है और $x = 0$ पर अवकलनीय (differentiable) नहीं है

(3) $x = 0$ पर अवकलनीय है और $x = 0$ पर इसका अवकलज (derivative) संतत नहीं है

(4) $x = 0$ पर अवकलनीय है और $x = 0$ पर इसका अवकलज संतत है

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in

Sol. (i) $f'_1(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \sqrt{1-e^{-h^2}} - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \sqrt{1-e^{-h^2}}}{\sqrt{1-e^{-h^2}}} \times \sqrt{\frac{1-e^{-h^2}}{h^2}} \times \frac{|h|}{h}$

$$= 1 \times 1 \times \frac{|h|}{h} = 1 \times 1 \times \frac{|h|}{h}$$

= limit does not exist. सीमा विद्यमान नहीं है।

⇒ for option (P), (2) is correct.

⇒ विकल्प (P) के लिए, (2) सही है।

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} f_2(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sin x|}{\tan^{-1} x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sin x|}{|x|} \times \frac{x}{\tan^{-1} x} \times \frac{|x|}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 1 \times 1 \times \frac{|x|}{x}$$

= limit does not exist ⇒

= सीमा विद्यमान नहीं है ⇒

for option Q, (1) is correct.

विकल्प Q के लिए, (1) सही है।

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f_3(x) = \lim_{x \rightarrow 0} [\sin(\log_e(x+2))]$

now as x tends to zero (x+2) tends to 2

अब x शून्य ओर अग्रसर है तब (x+2) → 2

⇒ $\log_e(x+2)$ tends to $\ln 2$

⇒ $\log_e(x+2) \rightarrow \ln 2$

which is less than 1

जो 1 से कम है।

$$0 < \lim_{x \rightarrow 0} \sin(\log_e(x+2)) < \sin 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} [\sin(\log_e(x+2))] = 0$$

$$f_3(x) = \{0 \quad x \in [-1, e^{\pi/2} - 2)\}$$

$$\Rightarrow f'_3(x) = 0 \quad \forall x \in (-1, e^{\pi/2} - 2)$$

$$\Rightarrow f''_3(x) = 0 \quad \forall x \in (-1, e^{\pi/2} - 2)$$

Hence for (R), (4) is correct.

अतः (R) के लिए, (4) सही है।

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} f_4(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(x^2 \sin \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(\sin \frac{1}{x} \right) = 0$

$$f'_4(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 \sin \left(\frac{1}{h} \right) - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} h \sin \left(\frac{1}{h} \right) = 0$$

$$f'_4(x) = -\cos \frac{1}{x} + x \sin \frac{1}{x}, \quad x \neq 0$$

$$f''_4(0) = \frac{-\cos \frac{1}{h} + h \sin \frac{1}{h} - 0}{h} \Rightarrow \text{does not exist विद्यमान नहीं है।}$$

hence for (S), (3) is correct. अतः (S) के लिए, (3) सही है।

Resonance Eduventures Ltd.

REG. & CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005

Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | To Know more : sms RESO at 56677

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in | CIN : U80302RJ2007PLC024029

Toll Free : 1800 258 5555  08003 444 888  facebook.com/ResonanceEdu  twitter.com/ResonanceEdu  www.youtube.com/resowatch  blog.resonance.ac.in