Resonance®
Educating for better tomorrow

JEE (Advanced) 2017

21-05-2017

PAPER (पेपर)- 2 CODE - 8

Time : 3 :00 Hrs. समय : 3 घंटे | Max. Marks : 183 अधिकतम अंक : 183

READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY (कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढें)

General सामान्य :

1. The sealed booklet is your Question Paper. Do not break the seal till you are instructed to do so.
   यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोडें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. The question paper CODE is printed on the right hand top corner of this sheet and the right hand top corner of the back cover of this booklet.
   प्रश्न–पत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी दायें कोने और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ के दायें कोने पर छपा है।
3. Use the Optical Response Sheet (ORS) provided separately for answering the question.
   प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टीकल रिस्पांस शीट (ओ. आर. एस.) (ORS) का उपयोग करें।
4. The ORS CODE is printed on its left part as well as the right part of the ORS. Ensure that both these codes are identical and same as that on the question paper booklet. If not, contact the invigilator for change of ORS.
   ओ. आर. एस. कोड इसके बायें तथा दायें भाग में छपे हुए हैं। सुनिश्चित करें कि यह दोनों कोड समरूप हैं तथा यह कोड तथा प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपा कोड समान है। यदि नहीं, तों निरीक्षक को सम्पर्क करें।
5. Blank spaces are provided within this booklet for rough work.
   कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गये हैं।
6. Write your Name and Roll Number in the space provided on the back cover of this booklet
   इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम तथा रोल नम्बर लिखिए।
7. After the open booklet, verify that the booklet contains all the **54** questions along with the options are legible.
   इस पुस्तिका को खोलने के पश्चात्, कृपया जाँच लें कि सभी **54** प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढें जा सकते हैं।
8. You are allowed to take away the Question Paper at the end of the examination.
   परीक्षार्थी प्रश्नपत्र को परीक्षा की समाप्ती पर ले जा सकते है।

OPTICAL RESPONSE SHEET : ऑप्टिकल रिस्पांस शीट :

9. The ORS (top sheet) will be provided with an attached Candidate's Sheet (bottom sheet). The Candidate's Sheet is a carbon-less copy of the ORS.
   दी गई ओ.आर.एस. (ऊपरी शीट) के साथ परीक्षार्थी की शीट (नीचली शीट) संलग्न है। परीक्षार्थी की शीट ORS के कार्बन–रहित प्रति है।
10. Darken the appropriate bubbles on the ORS by applying sufficient pressure. This will leave an impression at the corresponding place on the Candidate's Sheet.
    ORS अनुरूप बुलबुलों (BUBBLES) को पर्याप्त दबाव डालकर काला करें। यह कार्बन–रहित निचले पृष्ठ के अनुरूप स्थान पर चिन्हित करेगा।
11. The ORS will be collected by the invigilator at the end of the examination.
    ORS को परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जायेगा।
12. You will be allowed to take away the Candidate's Sheet at the end of the examination.
    परीक्षा के समापन पर आपको कार्बन–रहित शीट ले जाने की अनुमति दी जाएगी।
13. Don not tamper with or mutilate the ORS. **Do not use the ORS for rough work.**
    ओ.आर.एस. को हेर–फेर/विकृति न करें। **ORS का कच्चे काम के लिए प्रयोग न करें।**
14. Write your name, roll number and code of the examination centre and sign with pen in the space provided for this purpose on the ORS. **Do not write any of these details anywhere else** on the ORS. Darken the appropriate bubble under each digit of your roll number.
    अपना नाम, रोल नं. और परीक्षा केंद्र का नाम मूल पृष्ठ में दिए गए खानों में कलम से भरें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से कोई भी जानकारी कहीं और न लिखें। रोल नम्बर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

Please read the last page of this booklet for the instructions. (कृपया निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़े।)

Resonance Eduventures Ltd.

CORPORATE OFFICE : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) - 324005
Reg. Office : J-2, Jawahar Nagar, Main Road, Kota (Raj.)-324005 | **Ph. No.:** +91-744-3192222 | **FAX No. :** +91-022-39167222
Ph.No. : +91-744-3012222, 6635555 | **To Know more :** sms **RESO** at **56677**
Website : www.resonance.ac.in | **E-mail :** contact@resonance.ac.in | **CIN :** U80302RJ2007PLC024029
Toll Free : 1800 258 5555 | 08003 444 888 | facebook.com/ResonanceEdu | twitter.com/ResonanceEdu | www.youtube.com/resowatch | blog.resonance.ac.in

This solution was download from Resonance JEE ADVANCED 2017 Solution portal

Resonance®
Educating for better tomorrow

ADMISSION ANNOUNCEMENT
Academic Session: 2017-18

Highest selections in JEE (Adv) 2016 in India from any single institute of Kota

JEE (Advanced) 2016

5111

(YCCP: 2570 | DLP+eLP: 1554)

JEE (Advanced) Since 2002

28293

(YCCP: 18418 | DLP+eLP: 9875)

For Classes: XI, XII & XII+

Target: JEE (Main+Advanced) | JEE (Main) | Board/ IJSO/ NTSE/ OLYMPIADS

Resonance National Entrance Test (ResoNET)

28th May & 11th Jun, 2017

Toll Free: 1800 258 5555

To Know more: sms **RESO** at **56677** | **E-mail:** contact@resonance.ac.in | **Website:** www.resonance.ac.in

PAPER-2_(PART-I : PHYSICS)

SECTION – 1 : (Maximum Marks : 21)

- This section contains **SEVEN** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct option in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct option is darkened.
Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks : –1 In all other cases.

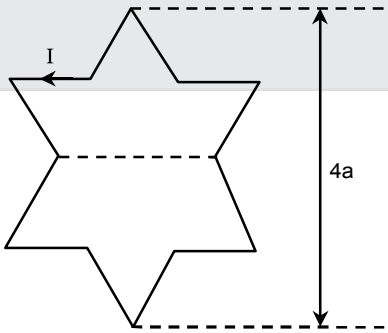
खंड 1 : (अधिकतम अंक : 21)

- इस खंड में **सात** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें **केवल एक विकल्प सही है।**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :**
- पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक : –1 अन्य सभी परिस्थितयों में।

1. A symmetric star shaped conducting wire loop is carrying a steady state current I as shown in the figure. The distance between the diametrically opposite vertices of the star is 4a. The magnitude of the magnetic field at the center of the loop is :

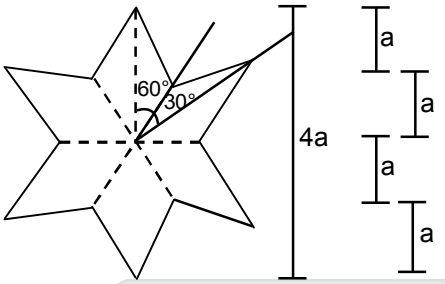
जैसे कि चित्रित किया गया है, एक सम्मित तारे (symmetric star) के आकार के चालक में अपरिवर्तित धारा I बह रही है। यहाँ विपरीत शीर्षों (diametrically opposite vertices) के बीच की दूरी 4a है। चालक के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा



(A) $\frac{\mu_0 I}{4\pi a}6\left[\sqrt{3}-1\right]$ (B) $\frac{\mu_0 I}{4\pi a}6\left[\sqrt{3}+1\right]$ (C) $\frac{\mu_0 I}{4\pi a}3\left[2-\sqrt{3}\right]$ (D) $\frac{\mu_0 I}{4\pi a}3\left[\sqrt{3}-1\right]$

Ans. **(A)**

Sol.



Total Magnetic Field
at centre = 12 times magnetic field due to one wire
केन्द्र पर कुल चुम्बकीय क्षेत्र = एक तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का 12 गुना

$$B = \frac{12\mu_0 I}{4\pi a}\,[\sin 60° - \sin 30°] = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \times 12\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right]$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \times 6\left(\sqrt{3} - 1\right)$$

2. Consider an expanding sphere of instantaneous radius R whose total mass remains constant. The expansion is such that the instantaneous density ρ remains uniform throughout the volume. The rate of fractional change in density $\left(\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}\right)$ is constant. The velocity v of any point on the surface of the expanding sphere is proportional to

एक प्रसारी गोले (expanding sphere) की तात्क्षणिक (instantaneous) त्रिज्या R एवं द्रव्यमान M अचर रहते है। प्रसार के दौरान इसका तात्क्षणिक घनत्व ρ पूरे आयतन में एकसमान रहता है एवं आंशिक घनत्व की दर $\left(\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}\right)$ अचर (constant) है। इस प्रसारी गाले के पृष्ठ पर एक बिन्दु का वेग v निम्न के समानुपाती होगा

(A) R^3 (B) R (C) $R^{2/3}$ (D) $\frac{1}{R}$

Ans. **(B)**

Sol. $m = \frac{4\pi R^3}{3} \times \rho$

$$\ell n(m) = \ell n\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \ell n(\rho) + 3\ell n(R)$$

$$0 = 0 + \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{R}\frac{dR}{dt}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dR}{dt}\right) = v \propto -R \times \frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dt}\right)$$

$v \propto R$

3. A person measures the depth of a well by measuring the time interval between dropping a stone and receiving the sound of impact with the bottom of the well. The error in his measurement of time is $\delta T = 0.01$ seconds and he measures the depth of the well to be L = 20 meters. Take the acceleration due to gravity $g = 10 ms^{-2}$ and the velocity of sound is $300\ ms^{-1}$. Then the fractional error in the measurement $\frac{\delta L}{L}$, is closest to :

एक व्यक्ति एक पत्थर को कुऐं में गिराते समय और कुऐं की तली में सघंट से उत्पन्न ध्वनि के समय अंतराल का मापन करके कुऐं की गहराई का पता लगाता है। वह समयांतराल के मापन में त्रुटि $\delta T = 0.01$ सेकेंड एवं कुऐं की गहराई L = 20 m मापता है। गुरूत्वाकर्षण त्वरण $g = 10ms^{-2}$ एवं ध्वनि गति $300\ ms^{-1}$ दी गई है। $\frac{\delta L}{L}$ के मापन में निकटतम आंशिक त्रुटि (fractional error) है

(A) 0.2 % (B) 3% (C) 5% (D) 1%

Ans. **(D)**

Sol. $t = \sqrt{\frac{L}{5}} + \frac{L}{300}$

$dt = \frac{1}{\sqrt{5}}\frac{1}{2}L^{-1/2}\,dL + \left(\frac{1}{300}dL\right)$

$dt = \frac{1}{2\sqrt{5}}\frac{1}{\sqrt{20}}\,dL + \frac{dL}{300} = 0.01$

$dL\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{300}\right) = 0.01$

$dL\left[\frac{15}{300}\right] = 0.01$

$dL = \frac{3}{16}$

$\frac{dL}{L} \times 100 = \frac{3}{16} \times \frac{1}{20} \times 100 = \frac{15}{16} \simeq 1\%$

4. A rocket is launched normal to the surface of the Earth, away from the Sun, along the line joining the Sun and the Earth. The Sun is 3×10^5 times heavier than the Earth and is at a distance 2.5×10^4 times larger than the radius of the Earth. The escape velocity from Earth's gravitational field is $v_e = 11.2 km\ s^{-1}$. The minimum initial velocity (v_s) required for the rocket to be able to leave the Sun-Earth system is closest to : (Ignore the rotation and revolution of the Earth and the presence of any other planet)

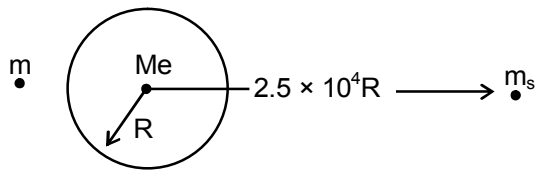
राकेट भूतल के अभिलंबवत सूर्य एवं पृथ्वी को जोड़ने वाली रेखा में सूर्य से दूरी की तरफ (radially outward from the direction of the sun) प्रक्षेपित किया गया है। सूर्य पृथ्वी से 3×10^5 गुना भारी है एवं पृथ्वी की त्रिज्या से 2.5×10^4 गुनी दूरी पर स्थित है। पृथ्वी के गुरूत्वाकर्षण क्षेत्र के लिए पलायन गति (escape velocity) $11.2 km\ s^{-1}$ है। राकेट को सूर्य एवं पृथ्वी निकाय (Sun-Earth system) के गुरूत्वाकर्षण से मुक्त होने के लिए कम से कम प्रारंभिक वेग (v_s) का निकटतम मान है

(पृथ्वी की चक्रीय गति और परिभ्रमण तथा किसी अन्य ग्रह की उपस्थिति की उपेक्षा करें)

(A) $v_s = 72\ km\ s^{-1}$ (B) $v_s = 22\ km\ s^{-1}$ (C) $v_s = 42\ km\ s^{-1}$ (D) $v_s = 62\ km\ s^{-1}$

Ans. **(C)**

Sol.



Given दिया है $\sqrt{\frac{2GM_e}{R}}$ = 11.2 km/s

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_e}{R} - \frac{GM_s m}{2.5\times10^4 R} \geq 0$$

for v = v_e के लिये

$$v_e^2 = \frac{2GM_e}{R} + \frac{2GM_s}{2.5\times10^4 R}$$

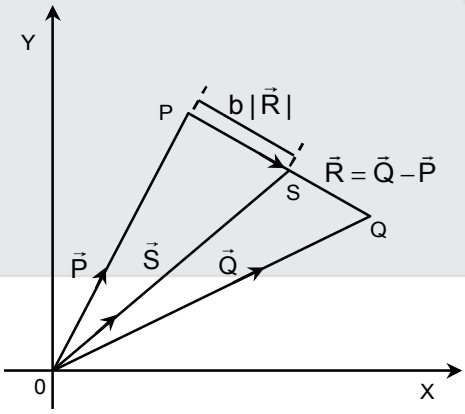
$$= \frac{2GM_e}{R} + \frac{6\times10^5 GM_e}{2.5\times10^4 R}$$

$$= \frac{GM_e}{R}(2 + 24)$$

$$= \sqrt{\frac{26GM_e}{R}} = 40.4 \text{ km/sec.}$$

5. Three vectors $\vec{P}$, $\vec{Q}$ and $\vec{R}$ are shown in the figure. Let S be any point on the vector $\vec{R}$. The distance between the point P and S is $b|\vec{R}|$. The general relation among vectors $\vec{P}$, $\vec{Q}$ and $\vec{S}$ is :

तीन वेक्टर $\vec{P}$, $\vec{Q}$ एवं $\vec{R}$ चित्र द्वारा दर्शाए गए हैं। वेक्टर $\vec{R}$ पर एक बिन्दु S दर्शाया गया है। बिन्दु P एवं बिन्दु S के बीच की दूरी $b|\vec{R}|$ है। $\vec{P}$, $\vec{Q}$ एवं $\vec{S}$ वेक्टरों के बीच सम्बन्ध है



(A) $\vec{S} = (b-1)\vec{P} + b\vec{Q}$ (B) $\vec{S} = (1-b^2)\vec{P} + b\vec{Q}$ (C) $\vec{S} = (1-b)\vec{P} + b^2\vec{Q}$ (D) $\vec{S} = (1-b)\vec{P} + b\vec{Q}$

Ans. **(D)**

Sol. $\vec{S} = \vec{P} + b\vec{R} = \vec{P} + b(\vec{Q} - \vec{P}) = \vec{P}(1-b) + b\vec{Q}$

6. A photoelectric material having work-function ϕ_0 is illuminated with light of wavelength λ $\left(\lambda < \frac{hc}{\phi_0}\right)$. The fastest photoelectron has a de Broglie wavelength λ_d. A change in wavelength of the incident light by $\Delta\lambda$ results in a change $\Delta\lambda_d$ in λ_d. Then the ratio $\frac{\Delta\lambda_d}{\Delta\lambda}$ is proportional to :

प्रकाश विद्युत पदार्थ (photo electric material) जिसका कार्य फलन (work-function) ϕ_0 है, तरंग–दैर्ध्य $\lambda\left(\lambda < \frac{hc}{\phi_0}\right)$ के प्रकाश से प्रदीप्त किया गया है। द्रुत प्रकाश इलेक्ट्रान की डी ब्रोग्ली (de Broglie) तरंग–दैर्ध्य λ_d है। आपतित प्रकाश (incident light) की तरंग–दैर्ध्य में $\Delta\lambda$ के परिवर्तन से λ_d के मान में $\Delta\lambda_d$ का परिवर्तन होता है। तब $\frac{\Delta\lambda_d}{\Delta\lambda}$ का अनुपात समानुपाती होगा

(A) $\frac{\lambda_d^3}{\lambda^2}$ (B) $\frac{\lambda_d^3}{\lambda}$ (C) $\frac{\lambda_d^2}{\lambda^2}$ (D) $\frac{\lambda_d}{\lambda}$

Ans. **(A)**

Sol. $\frac{hc}{\lambda} = W + KE_{max}$

$$KE = \frac{P^2}{2m_e} = \frac{h^2}{2m_e\lambda_d^2}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \phi_0 + \frac{h^2}{2m_e\lambda_d^2}$$

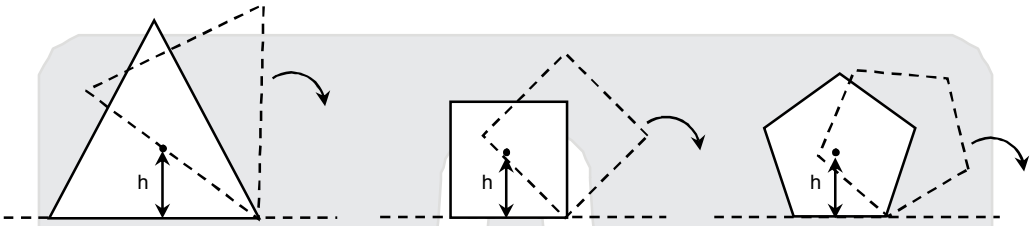
$$-\frac{hc}{\lambda^2}d\lambda = 0 + \frac{h^2}{2m_e}\frac{(-2)}{\lambda_d^3}d\lambda_d$$

$$\frac{d\lambda_d}{d\lambda} = \frac{2m_e\lambda_d^3}{h^2 \times \lambda^2}.hc$$

$$\frac{d\lambda_d}{d\lambda} \propto \frac{\lambda_d^3}{\lambda^2}$$

7. Consider regular polygons with number of sides n = 3, 4, 5 ..... as shown in the figure. The centre of mass of all the polygons is at height h from the ground. They roll on a horizontal surface about the leading vertex without slipping and sliding as depicted. The maximum increase in height of the locus of the center of mass for each polygon is Δ. Then Δ depends on n and h as

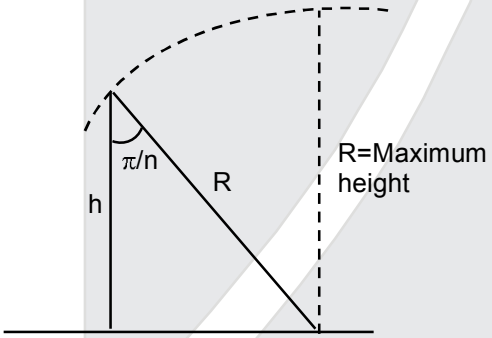
चित्र द्वारा दर्शाये समबहुभुजों की भुजाओं की संख्या n = 3, 4, 5 ..... है। सभी बहुभुजों का संहति केन्द्र (centre of mass) अनुभूमिक तल से h ऊँचाई पर है। ये बिना फिसले क्षितिज तल पर प्रतिगामी शीर्ष (leading vertex) के चारों ओर घूर्णन कर अग्रसरित हो रहे है। प्रत्येक बहुभुज के संहति केन्द्र के रेखापथ (locus) की ऊँचाई की अधिकतम वृद्धि Δ है। तब Δ की h और n पर निर्भरता निम्न में से दी जाएगी



(A) $\Delta = h\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ (B) $\Delta = h\tan^2\left(\frac{\pi}{2n}\right)$ (C) $\Delta = h\sin^2\left(\frac{\pi}{n}\right)$ (D) $\Delta = h\left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} - 1\right)$

Ans. **(D)**

Sol.



$$\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{h}{R}$$

$$\Delta = R - h = \frac{h}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} - h$$

$$= h\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) - 1}\right]$$

SECTION – 2 : (Maximum Marks : 28)

- This section contains **SEVEN** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct.
- For each question, darken the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks	:	+4	If only the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) is(are) darkened.
Partial Marks	:	+1	For darkening a bubble corresponding **to each correct option,** provided NO incorrect option is darkened.
Zero Marks	:	0	If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks	:	–2	In all other cases.

- For example, if (A), (C) and (D) are all the correct options for a question, darkening all these three will get +4 marks; darkening only (A) and (D) will get +2 marks and darkening (A) and (B) will get –2 marks, as a wrong option is also darkened.

खंड 2 : (अधिकतम अंक : 28)

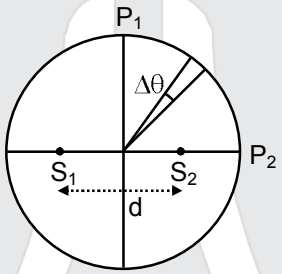
- इस खंड में **सात** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :**

पूर्ण अंक	:	+4	यदि सिर्फ सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक	:	+1	प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक	:	–2	अन्य सभी परिस्थितियों में

- उदाहारण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) तथा (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगे ; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगे तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर –2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

8. Two coherent monochromatic point sources S_1 and S_2 of wavelength λ = 600 nm are placed symmetrically on either side of the center of the circle as shown. The sources are separated by a distance d = 1.8 mm. This arrangement produces interference fringes visible as alternate bright and dark spots on the circumference of the circle. The angular separation between two consecutive bright spots is $\Delta\theta$. Which of the following options is/are correct ?

दो कलासंबध एकवर्णी (coherent monochromatic) बिन्दु स्त्रोत S_1 तथा S_2 जिनकी तरंग दैर्ध्य λ = 600 nm हैं एक वृत्त के केन्द्र के दोनों ओर सममित अवस्था में स्थित है (जैसे चित्र में दिखाया गया है)। स्त्रोत S_1 एवं S_2 के बीच की दूरी d = 1.8 mm है। इस व्यवस्था द्वारा व्यतिकिरण फ्रिन्जें (interference fringes) प्रतिवर्ती दीप्त एवं अदीप्त चित्तियों (spots) के रूप में एक वृत्त की परिधि पर दिखती है। $\Delta\theta$ दो क्रमागत दीप्त चित्तियों के बीच की कोणीय दूरी (angular separation between two consecutive bright spots) है। निम्न में से कौनसा (से) प्रकथन सही है/हैं ?



(A) The total number of fringes produced between P_1 and P_2 in the first quadrant is close to 3000

(B) A dark spot will be formed at the point P_2

(C) At P_2 the order of the fringe will be maximum

(D) The angular separation between two consecutive bright spots decreases as we move from P_1 to P_2 along the first quadrant

(A) P_1 एवं P_2 के बीच के प्रथम वृत्तपाद (first quadrant) में कुल करीब 3000 फ्रिन्जे बनेगी।

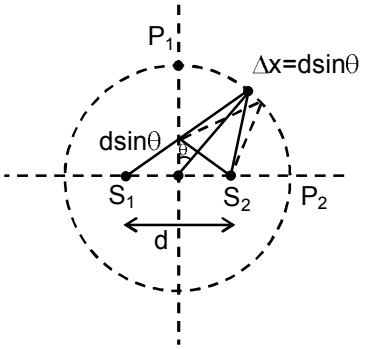
(B) P_2 पर एक अदीप्त बिन्दु बनेगा।

(C) P_2 पर फ्रिन्जों का क्रम उच्चतम् होगा।

(D) प्रथम वृत्तपाद में P_1 से P_2 तक जाने में दो क्रमागत दीप्त चित्तियों के बीच की कोणीय दूरी घटती है।

Ans. **(AC)**

Sol.



λ = 600 nm

at P_1 $\Delta x = 0$

at P_2 $\Delta x = 1.8mm = n\lambda$

No. maximum will be = $n = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{1.8mm}{600nm} = 3000$

at P_2 $\Delta x = 3000\lambda$

hence bright fringe will be formed.

at P_2 3000th maxima is formed.

for 'D' option

$\Delta x = d\sin\theta$

$d\Delta x = d\cos.d\theta$

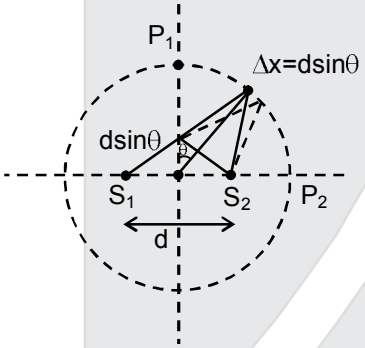
$R\lambda = d\cos\theta.Rd\theta$

$Rd\theta = \frac{R\lambda}{d\cos\theta}$

as we move from P_1 to P_2

$\theta \uparrow \cos\theta \downarrow Rd\theta \uparrow$

Sol.



λ = 600 nm

P_1 पर $\Delta x = 0$

P_2 पर $\Delta x = 1.8mm = n\lambda$

उच्चिष्ठों की संख्या $= n = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{1.8mm}{600nm} = 3000$

P_2 पर $\Delta x = 3000\lambda$

अतः चमकीली फ्रिंज बनेगी

P_2 पर 3000th उच्चिष्ठ बनता है.

'D' विकल्प के लिये

$\Delta x = d\sin\theta$

$d\Delta x = d\cos.d\theta$

$R\lambda = d\cos\theta.Rd\theta$

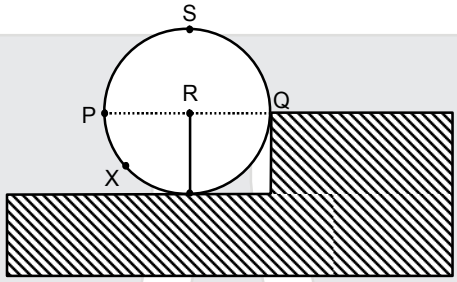
$Rd\theta = \frac{R\lambda}{d\cos\theta}$

जैसे ही P_1 से P_2 की तरफ गति करते हैं तो

$\theta \uparrow \cos\theta \downarrow Rd\theta \uparrow$

9. A wheel of radius R and mass M is placed at the bottom of a fixed step of height R as shown in the figure. A constant force is continuously applied on the surface of the wheel so that it just climbs the step without slipping. Consider the torque τ about an axis normal to the plane of the paper passing through the point Q. Which of the following options is/are correct ?

एक त्रिज्या R एवं द्रव्यमान M का पहिया (wheel) एक R ऊँचाई वाले दृढ़ सोपान (step) के तल पर रखा है (जैसे चित्र में दिखाया गया है)। पहिये को सोपान चढ़ाने मात्र के लिए एक अचर बल पहिये के पृष्ठपर सतत् (continuous constant force) कार्यरत है। कागज के पृष्ठ से अभिलम्ब दिशा में (perpendicular to the plane of the paper) बिन्दु Q से जाने वाली अक्ष के सापेक्ष बलआघूर्ण τ मानिये। निम्न में से कौन(सा) से प्रकथन सही है/हैं ?

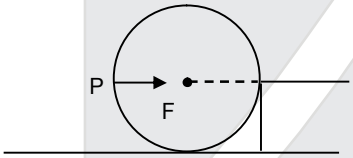


(A) If the force is applied normal to the circumference at point P then τ is zero
(B) If the force is applied tangentially at point S then $\tau \neq 0$ but the wheel never climbs the step
(C) If the force is applied at point P tangentially then τ decreases continuously as the wheel climbs
(D) If the force is applied normal to the circumference at point X then τ is constant

(A) यदि बिन्दु P पर पहिये की परिधि से अभिलंब दिशा में बल लगाया जाय तब τ शून्य रहेगा।
(B) यदि बिन्दु S पर स्पर्शीय बल लगाया जाए तब $\tau \neq 0$ है किन्तु पहिया सोपान पर कभी भी नहीं चढ़ेगा
(C) यदि बिन्दु P पर स्पर्शीय बल (tangential force) लगाया जाए तब जैसे पहिया सोपान पर चढ़ेगा वैसे τ सतत् घटेगा।
(D) यदि बिन्दु X पर पहिये की परिधि से अभिलंब दिशा (normal direction) में बल लगाया जाए तब τ अचर रहेगा।

Ans. **(C)**

Sol.



$\tau = 0$, it can never climb, so option (A) is incorrect.

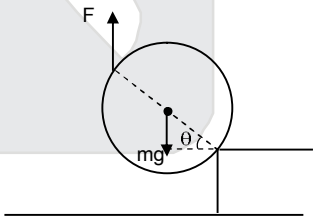
(B) Wheel can climb, so option (B) is incorrect.

(C) $\tau = F(2R\cos\theta) - mgR\cos\theta$

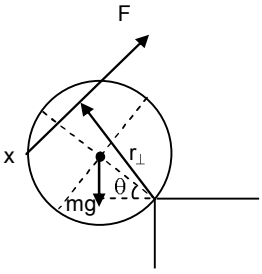
$\tau \propto \cos\theta$

since when θ increases, τ decreases.

So its correct.



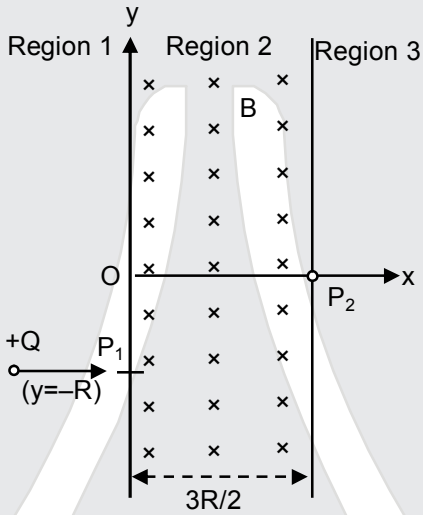
(D)



$\tau = Fr_{\perp} - mg\cos\theta$; τ increases with θ

10. A uniform magnetic field B exists in the region between x = 0 and x = $\frac{3R}{2}$ (region 2 in the figure) pointing normally into the plane of the paper. A particle with charge +Q and momentum p directed along x-axis enters region 2 from region 1 at point P_1 (y = –R). Which of the following option(s) is/are correct ?

एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र (uniform magnetic field) B कागज के तल के अभिलम्ब दिशा में x = 0 एवं x = $\frac{3R}{2}$ के बीच के क्षेत्र (चित्र में region 2) में सर्वत्र (जैसे कि चित्र में दिखाया है), उपस्थित है। एक कण जिसका आवेश +Q एवं संवेग p है, वह x अक्ष के अनुदिश क्षेत्र 2 में बिन्दु P_1 (y = –R) पर प्रवेश करता है। निम्न में कौन सा (से) कथन सही है/है?



(A) When the particle re-enters region 1 through the longest possible path in region 2, the magnitude of the change in its linear momentum between P_1 and the farthest point from y-axis is $p/\sqrt{2}$.

(B) For a fixed B, particles of same charge Q and same velocity v, the distance between the point P_1 and the point of re-entry into region 1 is inversely proportional to the mass of the particle.

(C) For $B = \frac{8}{13}\frac{p}{QR}$, the particle will enter region 3 through the point P_2 on x-axis

(D) For $B > \frac{2}{3}\frac{p}{QR}$, the particle will re-enter region 1.

(A) जब कण सबसे लम्बे सम्भवपथ से क्षेत्र 2 (region 2) से क्षेत्र 1 (region 1) में पुनः प्रवेश करता है, तब बिन्दु P_1 और y-अक्ष से सबसे दूर बिन्दु के लिए रेखिक संवेग के परिमाण में बदलाव $p/\sqrt{2}$ है

(B) एक नियत B के लिए एकसमान आवेश Q एवं एक समान वेग v वाले कणों के लिए बिन्दु P_1 एवं क्षेत्र 1 (region1) में पुनः प्रवेश बिन्दु की दूरी का अंतर कणों के द्रव्यमान के व्युक्तक्रमानुपाती है

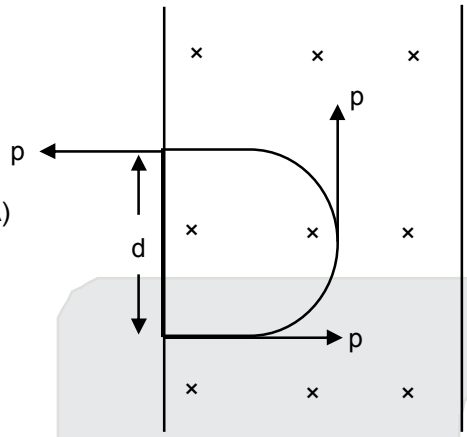
(C) $B = \frac{8}{13}\frac{p}{QR}$ के लिए, कण क्षेत्र 3 (region 3) में x-अक्ष पर बिन्दु P_2 से प्रवेश करेगा

(D) $B > \frac{2}{3}\frac{p}{QR}$ के लिए, कण क्षेत्र 1 (region 1) में पुनः प्रवेश करेगा

Ans. **(CD)**

Sol.

(A)



$|\Delta\vec{p}| = \sqrt{2}p$

(B) $R' = \dfrac{mv}{QB}$

$d = 2R' = \dfrac{2mv}{QB}$ $\qquad d \propto m$

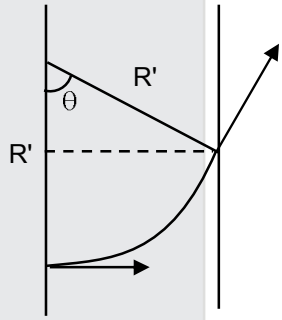
(C) $R'(1-\cos\theta) = R$

$R'\sin\theta = \dfrac{3R}{2}$

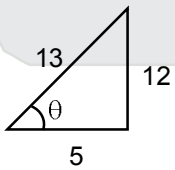
$\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \dfrac{3}{2}$

$\dfrac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\sin^2\frac{\theta}{2}} = \dfrac{3}{2}$

$\cot\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{2}{3}$



$\Rightarrow \tan\theta = \dfrac{2\left(\frac{2}{3}\right)}{1-\frac{4}{9}} = \dfrac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = \dfrac{4}{3}\times\dfrac{9}{5} = \dfrac{12}{5}$



$\sin\theta = \dfrac{12}{13}$

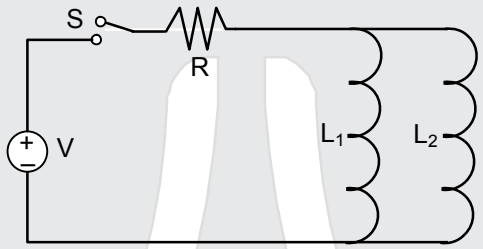
$R'\left(\dfrac{12}{13}\right) = \dfrac{3R}{2}$; $R' = \dfrac{13R}{8} = \dfrac{P}{QB}$; $B = \dfrac{8P}{13QR}$

(D) $\dfrac{P}{QB} < \dfrac{3R}{2}$

$B > \dfrac{2P}{3QR}$

11. A source of constant voltage V is connected to a resistance R and two ideal inductor L_1 and L_2 through a switch S as shown. There is no mutual inductance between the two inductors. The switch S is initially open. At t = 0, the switch is closed and current begins to flow. Which of the following options is/are correct ?

दो आदर्श प्रेरक (ideal inductor) L_1 एवं L_2 और एक प्रतिरोध (resistance) R को एक अचल वोल्टता V के स्त्रोत से एक स्विच S द्वारा जोडा जाता है (जैसा चित्र में दिखाया गया है) L_1 एवं L_2 के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व (mutual inductance) नहीं है। प्रारंभ में स्विच S खुला है। समय t = 0 पर स्विच बंद किया जाता है और धारा बहनी शुरू होती है। निम्न में कौनसा (से) प्रकथन सही है/हैं?



(A) After a long time, the current through L_2 will be $\frac{V}{R}\frac{L_1}{L_1+L_2}$

(B) At t = 0, the current through the resistance R is $\frac{V}{R}$

(C) After a long time, the current through L_1 will be $\frac{V}{R}\frac{L_2}{L_1+L_2}$

(D) The ratio of the currents through L_1 and L_2 is fixed at all times (t > 0)

(A) दीर्घकाल के बाद L_2 में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R}\frac{L_1}{L_1+L_2}$ होगी

(B) t = 0 पर प्रवाहित R में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R}$ है

(C) दीर्घकाल के बाद L_1 में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R}\frac{L_2}{L_1+L_2}$ होगी

(D) L_1 एवं L_2 में प्रवाहित धारा का अनुपात हर समय (t > 0) नियत रहता है

Ans. **(ACD)**

Sol. (A) & (C) After long time current through R = $I = \frac{V}{R}$

बहुत अधिक समय पश्चात् R से गुजरने वाली धारा = $I = \frac{V}{R}$

and तथा $LI_1 = L_2I_2$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$I_1 = \frac{L_2 I}{L_1+L_2} \qquad I_2 = \frac{L_1 I}{L_1+L_2} = \left(\frac{L_1}{L_1+L_2}\right)\frac{V}{R}$$

(B) t = 0 $\qquad I = 0$

12. The instantaneous voltages at three terminals marked X, Y and Z are given by

तीन टर्मिनलों के बिन्दुओं X,Y एवं Z के लिए तात्क्षणिक वोल्टता (instantaneous voltage) दी गई है।

$$V_X = V_0 \sin\omega t,$$

$$V_Y = V_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ and}$$

$$V_Z = V_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

An ideal voltmeter is configured to read rms value of the potential difference between its terminals. It is connected between points X and Y and then between Y and Z. The reading (s) of the voltmeter will be

एक आदर्श वोल्टमापी (ideal voltmeter) दो बिन्दुओं के विभवान्तर का आर एम एस (root mean square, V^{rms}) मान देता है। यह वोल्टमापी बिन्दु X एवं Y से जोडा जाता है फिर Y एवं Z से जोडा जाता है। इस वोल्टमापी का मापन होगा/होगें।

(A) $V_{XY}^{rms} = V_0\sqrt{\frac{3}{2}}$

(B) $V_{YZ}^{rms} = V_0\sqrt{\frac{1}{2}}$

(C) independent of the choice of the two terminals (किसी भी दो बिन्दुओं के चयन पर निर्भर नहीं करता)

(D) $V_{XY}^{rms} = V_0$

Ans. **(AC)**

Sol. $V_{xy} = V_x - V_y = (V_{xy})_0 \sin(\omega t + \phi_1)$

$$(V_{xy})_0 = \sqrt{V_0^2 + V_0^2 - 2V_0^2\cos\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3}V_0$$

$$(V_{xy})_{rms} = \frac{(V_{xy})_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}V_0$$

$V_{yz} = V_y - V_z = (V_{yz})_0 \sin(\omega t + \phi_2)$

$$(V_{yz})_0 = \sqrt{V_0^2 + V_0^2 - 2V_0^2\cos\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3}V_0$$

$$(V_{yz})_{rms} = \frac{(V_{yz})_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}V_0$$

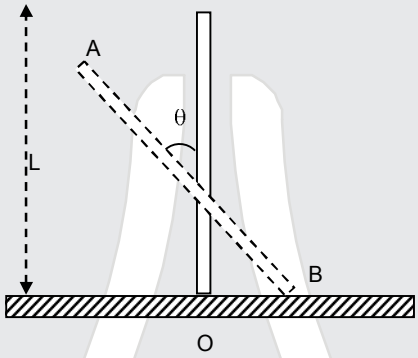
$V_{xz} = V_x - V_z = (V_{xz})_0 \sin(\omega t + \phi_3)$

$$(V_{xz})_0 = \sqrt{V_0^2 + V_0^2 - 2V_0^2\cos\frac{4\pi}{3}} = \sqrt{3}V_0$$

$$(V_{xz})_{rms} = \frac{(V_{yz})_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}V_0$$

13. A rigid uniform bar AB of length L is slipping from its vertical position on a frictionless floor (as shown in the figure). At some instant of time, the angle made by the bar with the vertical is θ. Which of the following statements about its motion is/are correct ?

एक L लम्बाई का द्रढ दंड (rigid bar) AB अपनी उर्ध्वाधर स्थिति से घर्षणहीन अनुभूमिक तल (frictionless horizontal surface) पर चित्रानुसार फिसल रहा है। समय के किसी क्षण पर दंड उर्ध्वाधर से बनाया कोण θ है। निम्न में से कौनसा (से) प्रकथन सही है/हैं ?



(A) The trajectory of the point A is a parabola

(B) Instantaneous torque about the point in contact with the floor is proportional to sin θ.

(C) When the bar makes an angle θ with the vertical, the displacement of its midpoint from the initial position is proportional to $(1-\cos\theta)$

(D) The midpoint of the bar will fall vertically downward.

(A) बिन्दु A का प्रपथ परवलयिक (parabolic path) है।

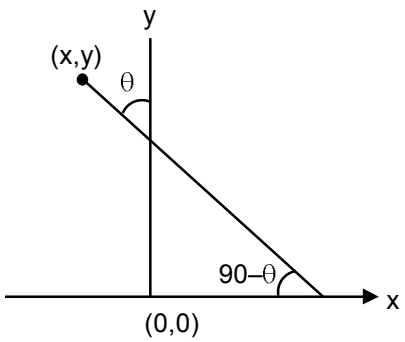
(B) दंड और भूतल के स्पर्श बिन्दु के चारों तरफ तात्क्षणिक बलयाघूर्ण (Instantaneous torque) sin θ के समानुपाती है।

(C) जब दंड उर्ध्वाधर से θ कोण बनाता है तब दंड के मध्य बिन्दु का विस्थापन उसके आरंभिक स्थिति $(1-\cos\theta)$ के समानुपाती है।

(D) दंड का मध्य बिन्दु उर्ध्वाधर नीचे की ओर (vertically downward) गिरेगा।

Ans. **(CD)**

Sol.

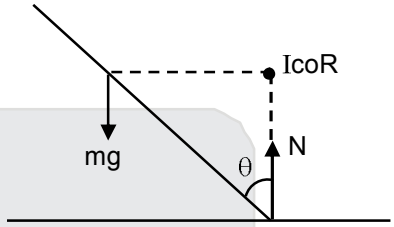


$x = -\frac{\ell}{2}\sin\theta$

$y = \ell\cos\theta$

$\frac{y^2}{\ell^2} + \frac{4x^2}{\ell^2} = 1$

Path of A is ellipse A का पथ दीर्घ वृत्त है।



$mg\frac{\ell}{2}\sin\theta = \left(\frac{m\ell^2}{12} + m\frac{\ell^2}{4}\sin^2\theta\right)\alpha = \frac{m\ell^2}{12}\left(1+3\sin^2\theta\right)\alpha$

$\alpha = \frac{6g\sin\theta}{\ell(1+3\sin^2\theta)}$

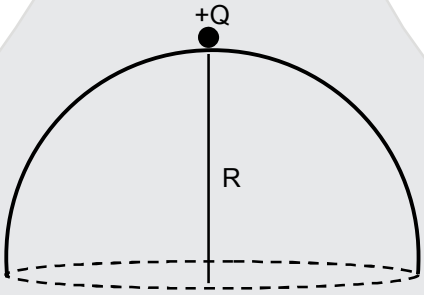
torque w.r.t. B के सापेक्ष बल आघूर्ण $= \frac{m\ell^2}{3}\alpha$

$= \frac{m\ell^2}{3}\left(\frac{6g\sin\theta}{1+3\sin^2\theta}\right)$

(c) $y_{cm} = \frac{L}{2}(1-\cos\theta)$

(D) midpoint will fall vertically downwards मध्य बिन्दु ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिरेगा।

14. A point charge +Q is placed just outside an imaginary hemispherical surface of radius R as shown in the figure. Which of the following statements is/are correct ?
धनात्मक बिन्दु आवेश +Q एक काल्पनिक अर्धगोलीय पृष्ठ जिसकी त्रिज्या R है, के बाहर रखा है (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है) निम्न में से कौन सा (से) प्रकथन सही है/हैं ?



(A) Total flux through the curved and the flat surface is $\frac{Q}{\varepsilon_0}$

(B) The component of the electric field normal to the flat surface is constant over the surface

(C) The circumference of the flat surface is an equipotential

(D) The electric flux passing through the curved surface of the hemisphere is $-\frac{Q}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(A) वक्रिता एवं समतल पृष्ठ से गुजरने वाला कुल फ्लक्स $\frac{Q}{\varepsilon_0}$ है।

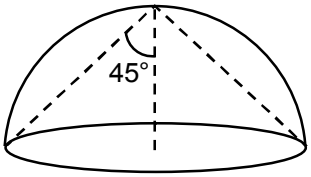
(B) विद्युत क्षेत्र का समतल पृष्ठ से अभिलम्बित घटक पूरे पृष्ठ पर अचल रहेगा।

(C) समतल पृष्ठ की परिधि एक समविभव पृष्ठ (equipotential surface) है।

(D) अर्धगोलीय वक्रित पृष्ठ से गुंजरने वाले विद्युत फ्लक्स (electric flux) का मान $-\frac{Q}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ है।

Ans. **(CD)**

Sol.



(A)

ϕ total due to charge Q is = $\frac{Q}{\varepsilon_0}$

so ϕ through the curved and flat surface will be less than $\frac{Q}{\varepsilon_0}$

आवेश Q के कारण कुल $\phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

अतः वक्र तथा सममतल सतह से गुजरने वाला ϕ का मान $\frac{Q}{\varepsilon_0}$ से कम होगा।

(B)

The component of the electric field perpendicular to the flat surface will decrease so we move away from the centre as the distance increases (magnitude of electric field decreases) as well as the angle between the normal and electric field will increase.

Hence the component of the electric field normal to the flat surface is not constant.

समतल सतह के लम्बवत् वैद्युत क्षेत्र का घटक घटेगा जब हम जैसे–जैसे केन्द्र से दूर जाते हैं दूरी बढ़ती है (वैद्युत क्षेत्र का परिमाण घटता है) साथ में अभिलम्ब व वैद्युत क्षेत्र के मध्य कोण बढ़ता है।

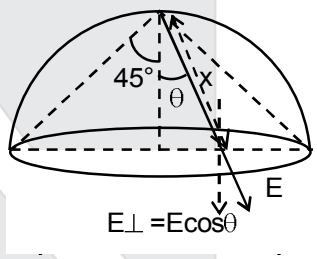
अतः समतल सतह के लम्बवत् वैद्युत क्षेत्र का घटक अचर नहीं है।

Aliter :

$x = \frac{R}{\cos\theta}$

$E = \frac{KQ}{x^2} = \frac{KQ\cos^2\theta}{R^2}$

$E\perp = \frac{KQ\cos^3\theta}{R^2}$



As we move away from centre $\theta\uparrow$ $\cos\theta\downarrow$ so $E\perp\downarrow$

जैसे–जैसे हम केन्द्र से दूर जाते हैं $\theta\uparrow$ $\cos\theta\downarrow$ so $E\perp\downarrow$

(C)

Since the circumference is equidistant from 'Q' it will be equipotential $V = \frac{KQ}{\sqrt{2}R}$

चूंकि परिधि 'Q' से समान दूरी पर है अतः यह समविभव $V = \frac{KQ}{\sqrt{2}R}$ रखेगी।

(D)

$\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta)$; $\theta = 45°$

$\phi = -\frac{\Omega}{4\pi} \times \frac{Q}{\varepsilon_0} = -\frac{2\pi(1-\cos\theta)}{4\pi}\frac{Q}{\varepsilon_0}$

$= -\frac{Q}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

SECTION – 3 : (Maximum Marks : 12)

- This section contains **TWO** paragraphs.
- Based on each paragraph, there are **TWO** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct answer is darkened.
Zero Marks : 0 In all other cases.

खंड 3 : (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **दो अनुच्छेद** हैं।
- प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित **दो प्रश्न** दिये गये हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें **केवल एक विकल्प सही है।**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :
- पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

PARAGRAPH -1
अनुच्छेद-1

Consider a simple RC circuit as shown in figure 1.

Process 1 : In the circuit the switch S is closed at t = 0 and the capacitor is fully charged to voltage V_0 (i.e., charging continues for time T>> RC). In the process some dissipation (E_D) occurs across the resistance R. The amount of energy finally stored in the fully charged capacitor is E_C.

Process 2 : In a different process the voltage is first set to $\frac{V_0}{3}$ and maintained for a charging time T >>RC. Then the voltage is raised to $\frac{2V_0}{3}$ without discharging the capacitor and again maintained for a time T >> RC. The process is repeated one more time by raising the voltage to V_0 and the capacitor is charged to the same final voltage V_0 as in Process 1.

These two processes are depicted in figure 2.

एक साधारण RC परिपथ को देखिये, जैसा चित्र 1 (Figure 1) में दर्शाया गया है।

प्रक्रम 1 (Process 1): t = 0 पर स्विच S द्वारा परिपथ पूर्ण किया जाता है एवं संधारित्र पूर्ण रूप से वोल्टता V_0 से आवेशित हो जाता है (T>> RC समय तक आवेषण चलता रहता है) इस प्रक्रम में प्रतिरोध R के द्वारा कुछ विद्युत–ऊर्जा क्षय (energy dissipated) E_D होती है। पूर्ण रूप से आवेशित संधारित्र मे संचित ऊर्जा (stored energy in a charged capacitor) का मान E_C है।

प्रक्रम 2 (Process 2) : एक अलग प्रक्रम मे पहले $\frac{V_0}{3}$ वोल्टता को आवेशित समय T >>RC के लिए अनुरक्षित किया जाता है और बिना संधारित्र आवेश विसर्जन के समय को T >> RC के लिए अनुरक्षित करके वोल्टता को $\frac{2V_0}{3}$ तक बढाया जाता है। वोल्टता को V_0 तक बढाने के लिए यह प्रक्रम एक और बार दोहराया जाता है। संधारित्र को अंतिम वोल्टता V_0 (जैसे कि प्रक्रम 1 में) तक आवेशित किया जाता है।

दोनों प्रक्रम चित्र 2 (figure 2) में दिखाया गए है।

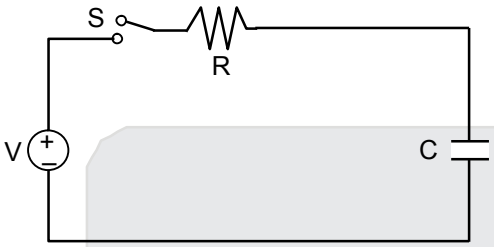


Figure 1

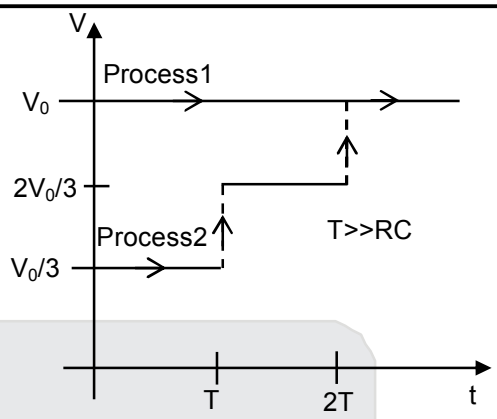


Figure 2

15. In process 1, the energy stored in the capacitor E_C and heat dissipated across resistance E_D are related by :

प्रक्रम 1, में संधारित्र में संचित ऊर्जा E_C और प्रतिरोध R द्वारा ऊर्जा क्षय E_D में सम्बन्ध है।

(A) $E_C = \frac{1}{2}E_D$ (B) $E_C = E_D \ln 2$ (C) $E_C = 2E_D$ (D) $E_C = E_D$

Ans. **(D)**

Sol. $E_C = \frac{1}{2}CV_0^2$; $E_D = V_0CV_0 - \frac{1}{2}CV_0^2$

$= \frac{1}{2}CV_0^2$

$\therefore E_C = E_D$

16. In process 2, total energy dissipated across the resistance E_D is :

प्रक्रम 2 के दौरान प्रतिरोध के द्वारा कुल क्षय ऊर्जा E_D है।

(A) $E_D = 3\left(\frac{1}{2}CV_0^2\right)$ (B) $E_D = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}CV_0^2\right)$

(C) $E_D = 3CV_0^2$ (D) $E_D = \frac{1}{2}CV_0^2$

Ans. **(B)**

Sol. $E_{D_1} = \frac{V_0}{3}\left(\frac{CV_0}{3}\right) - \frac{1}{2}C.\left(\frac{V_0}{3}\right)^2 = \frac{CV_0^2}{9} - \frac{CV_0^2}{18}$

$= \frac{CV_0^2}{18}$

$E_{D_2} = \frac{2V_0}{3}\left[\frac{2CV_0}{3} - \frac{CV_0}{3}\right] - \left[\frac{1}{2}C\left(\frac{2V_0}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}C.\left(\frac{V_0}{3}\right)^2\right]$

$= \frac{2V_0}{3}\left[\frac{CV_0}{3}\right] - \frac{1}{2}C\left[\frac{4V_0^2}{9} - \frac{V_0^2}{9}\right]$

$= \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{2\times 9}\times 3\right)CV_0^2 = \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{6}\right)CV_0^2 = \left(\frac{12-9}{9\times 6}\right)CV_0^2$

$E_{D_2} = \frac{1}{18}CV_0^2$

$E_{D_3} = V_0\left[CV_0 - \frac{2CV_0}{3}\right] - \left[\frac{1}{2}CV_0^2 - \frac{1}{2}C\left(\frac{2V_0}{3}\right)^2\right]$

$= \frac{1}{3}CV_0^2 - \frac{1}{2}CV_0^2\left[1 - \frac{4}{9}\right]$

$= \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{18}\right)CV_0^2 = \left(\frac{6-5}{18}\right)CV_0^2 = \left(\frac{1}{18}\right)CV_0^2$

Total कुल $= \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18}\right)CV_0^2$

$= \frac{3}{18}CV_0^2$

$E_D = \frac{3}{9}\left[\frac{1}{2}CV_0^2\right] = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}CV_0^2\right)$

PARAGRAPH-2

अनुच्छेद-2

One twirls a circular ring (of mass M and radius R) near the tip of one's finger as shown in Figure-1. In the process the finger never loses contact with the inner rim of the ring. The finger traces out the surface of a cone, shown by the dotted line. The radius of the path traced out by the point where the ring and the finger is in contact is r. The finger rotates with an angular velocity ω_0. The rotating ring rolls without slipping on the outside of a smaller circle described by the point where the ring and the finger is in contact (Figure-2). The coefficient of friction between the ring and the finger is μ and the acceleration due to gravity is g.

एक वृत्ताकार वलय (circular ring) (द्रव्यमान M एवं त्रिज्या R) एक उंगली के परित ध्रुतघूर्णन करता है (जैसा चित्र 1 (Figure 1) में दर्शाया गया है)। इस प्रक्रम में उंगली वलय के अंतरिक पृष्ठ से हमेशा स्पर्श करती है। उंगली एक शंकु (cone) के पृष्ठ का अनुरखिय पथ का अनुसरण करती है जैसे की बिन्दुकित रेखा द्वारा दर्शाया गया है। उंगली एवं वलय के स्पर्श बिन्दु के अनुरेखिय पथ की त्रिज्या r है। उंगली कोणीय वेग ω_0 से घूर्णन कर रही है। वलय r त्रिज्यावाले वृत्त के बाहरी पृष्ठ पर फिसलन रहित घूर्णन (rolls without slipping) करता है। जैसा चित्र 2 (Figure 2) में वलय एवं उंगली के स्पर्श बिन्दु द्वारा दर्शाया गया है। वलय एवं उंगली के बीच घर्षण गुणांक (coefficient of friction) μ, एवं गुरूत्वीय त्वरण g है।

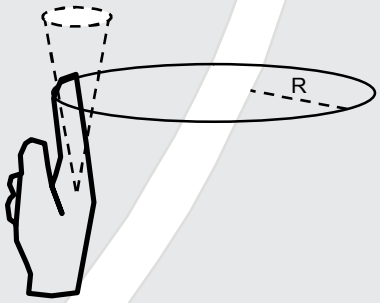


Figure-1

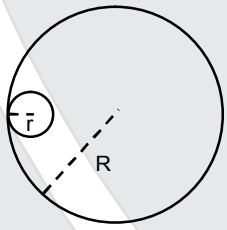


Figure-2

17. The total kinetic energy of the ring is :

वलय की कुल गतिज उर्जा है

(A) $\frac{1}{2}M\omega_0^2(R-r)^2$ (B) $\frac{3}{2}M\omega_0^2(R-r)^2$ (C) $M\omega_0^2R^2$ (D) $M\omega_0^2(R-r)^2$

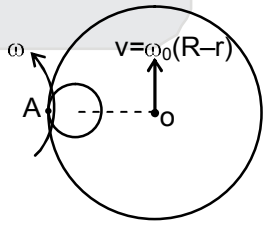
Ans. **(D)**

Sol. A will be IOR

$\omega R = \omega_0(R-r)$

$\omega = \omega_0\left(\frac{R-r}{R}\right)$

K.E. = $\frac{1}{2}(2mR^2)\omega^2 = m\omega_0^2(R-r)^2$



18. The minimum value of ω_0 below which the ring will drop down is :

न्यूनतम ω_0 जिसके कम होते ही वलय गिर जायेगा, वह है

(A) $\sqrt{\frac{g}{\mu(R-r)}}$ (B) $\sqrt{\frac{g}{2\mu(R-r)}}$ (C) $\sqrt{\frac{3g}{2\mu(R-r)}}$ (D) $\sqrt{\frac{2g}{\mu(R-r)}}$

Ans. **(A)**

PART : II CHEMISTRY

SECTION – 1 : (Maximum Marks : 21)

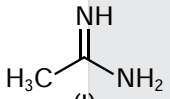
- This section contains **SEVEN** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct option in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

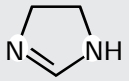
Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct option is darkened.

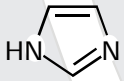
Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.

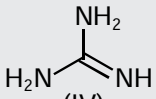
Negative Marks : –1 In all other cases.

19. The order of basicity among the following compounds is
निम्नलिखित यौगिकों में क्षारकता का क्रम है।


(I)


(II)

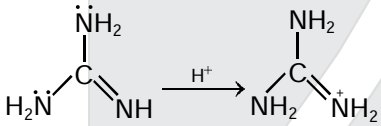

(III)

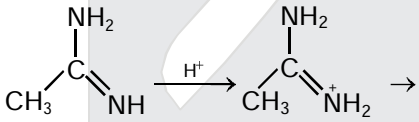

(IV)

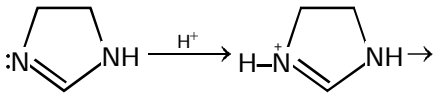
(A) II > I > IV > III (B) I > IV > III > II (C) IV > II > III > I (D) IV > I > II > III

Ans. **(D)**

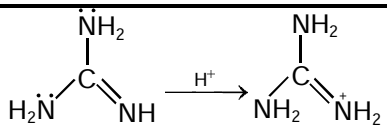
Sol.

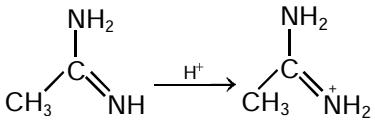

→ The conjugate acid is stabilized by resonance with two different $-NH_2$ group.

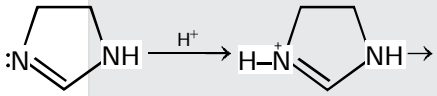

→ The conjugate acid is stabilized by resonance with one $-NH_2$ group and by hyperconjugation of $-CH_3$ group.


→ The conjugate acid is stabilized by resonance with only one NH_2 group.

(III) Least basic, as the LP is used in aromaticity.

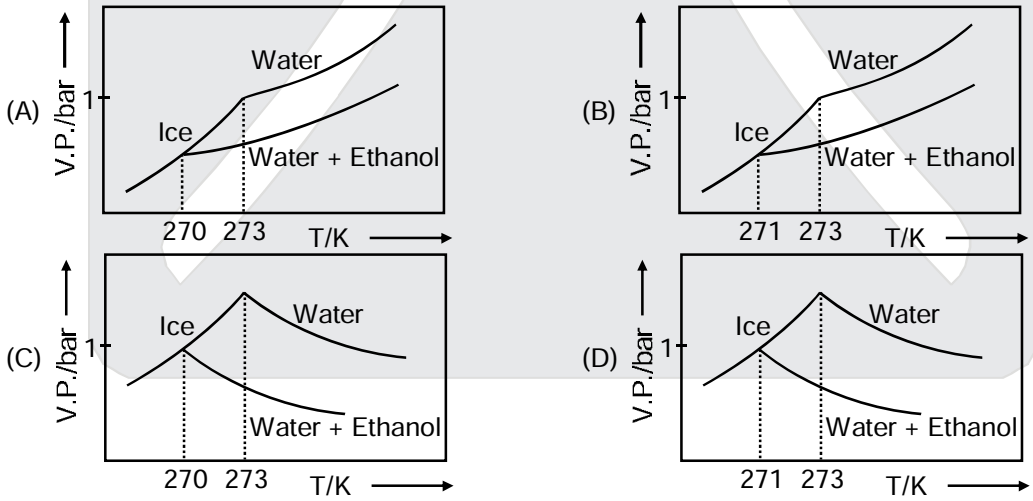
हल :  → संयुग्मी अम्ल दो $-NH_2$ समूहों के अनुनाद के द्वारा स्थायीकत होता है।

 → संयुग्मी अम्ल एक $-NH_2$ समूह के अनुनाद तथा $-CH_3$ समूह के अतिसंयुग्मन के द्वारा स्थायीकत होता है।

 → संयुग्मी अम्ल केवल एक NH_2 समूह के अनुनाद के द्वारा स्थायीकत होता है

(III) न्यूनतम क्षारीय क्योकि एंकाकी इलेक्ट्रॉन युग्म ऐरोमेटिकता में भाग लेता है।

20. Pure water freezes at 273 K and 1 bar. The addition of 34.5 g of ethanol to 500 g of water changes the freezing point of the solution. Use the freezing point depression constant of water as 2 K kg mol^{-1}. The figures shown below represent plots of vapour pressure (V.P.) versus temperature (T). [molecular weight of ethanol is 46 g mol^{-1}]
Among the following, the option representing change in the freezing point is
शुद्ध जल 273 K और 1 bar पर हिमीभूत (freezes) होता है। 34.5 g एथेनॉल को 500 g पानी मे डालने पर विलयन का हिमांक बदल जाता है। जल का हिमांक अवनमन स्थिरांक (freezing point depression constant) 2 K kg mol^{-1} लें। नीचे दिखाए चित्र वाष्प दाब (V.P.) को तापमान (T) के विरूद्ध आलेखों को निरूपित करते हैं। निम्नलिखित में से विकल्प जो हिमांक में बदलाव को निरूपित करता हैं, है (एथेनॉल का आणविक भार 46 g mol^{-1})



Ans. **(A)**

Sol. As T increase, V.P. increases. So C & D options get rejected.

T में वद्धि के साथ V.P. में भी वद्धि होती है। इस प्रकार C तथा D विकल्प निरस्त हो जाते है।

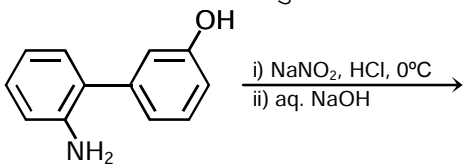
$\Delta T_f = K_f \times m$

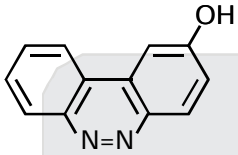
$273 - T'_f = 2 \times \dfrac{34.5/46}{0.5}$

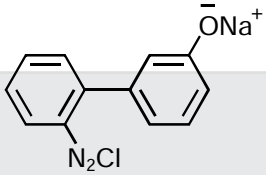
$\therefore \quad T'_f = 270$ K

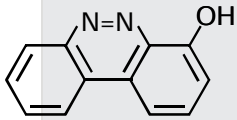
21. The major product of the following reaction is

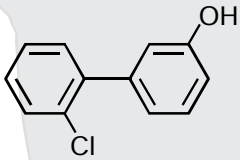
निम्नलिखित अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है–



(A) 

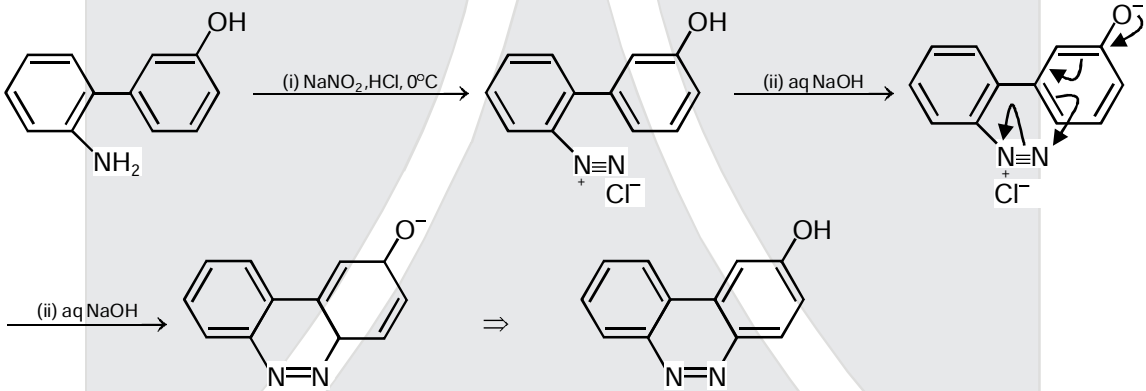
(B) 

(C) 

(D) 

Ans. **(A)**

Sol.



22. For the following cell,

$$Zn(s) \mid ZnSO_4(aq) \parallel CuSO_4\ (aq) \mid Cu(s)$$

when the concentration of Zn^{2+} is 10 times the concentration of Cu^{2+}, the expression for ΔG (in J mol^{-1}) is

[F is Faraday constant ; R is gas constant ; T is temperature; E°(cell) = 1.1 V]

निम्नलिखित सैल के लिए,

$$Zn(s) \mid ZnSO_4(aq) \parallel CuSO_4\ (aq) \mid Cu(s)$$

जब Zn^{2+} की सांद्रता Cu^{2+} की सान्द्रता से 10 गुना है तो ΔG (J mol^{-1} में) के लिए व्यंजक (expression) हैं

[F फैराडे नियतांक है ; R गैस नियतांक है ; T तापमान है; और सैल के E° का मान = 1.1 V है]

(A) 2.303 RT + 1.1 F (B) 1.1 F (C) 2.303 RT – 2.2 F (D) –2.2 F

Ans. **(C)**

Sol. $\Delta G = \Delta G° + 2.303\ RT \log_{10} Q$; $Q = \dfrac{[Zn^{2+}]}{[Cu^{2+}]}$

$= -2F(1.1) + 2.303\ RT \log_{10} 10$

$= 2.303\ RT - 2.2\ F$

23. The order of the oxidation state of the phosphorus atom in H_3PO_2, H_3PO_4, H_3PO_3, and $H_4P_2O_6$ is

H_3PO_2, H_3PO_4, H_3PO_3, और $H_4P_2O_6$ में फोस्फोरस परमाणु की आक्सीकरण अवस्था का क्रम है।

(A) $H_3PO_4 > H_3PO_2 > H_3PO_3 > H_4P_2O_6$ (B) $H_3PO_4 > H_4P_2O_6 > H_3PO_3 > H_3PO_2$

(C) $H_3PO_2 > H_3PO_3 > H_4P_2O_6 > H_3PO_4$ (D) $H_3PO_3 > H_3PO_2 > H_3PO_4 > H_4P_2O_6$

Ans. **(B)**

Sol. Correct order सही क्रम : $\underset{(+5)}{H_3PO_4} > \underset{(+4)}{H_4P_2O_6} > \underset{(+3)}{H_3PO_3} > \underset{(+1)}{H_3PO_2}$

24. The standard state Gibbs free energies of formation of C(graphite) and C(diamond) at T = 298 K are

$$\Delta_f G^o[C(graphite)] = 0 \text{ kJ mol}^{-1}$$
$$\Delta_f G^o[C(diamond)] = 2.9 \text{ kJ mol}^{-1}$$

The standard state means that the pressure should be 1 bar, and substance should be pure at a given temperature. The conversion of graphite [C(graphite)] to diamond [C(diamond)] reduces its volume by 2×10^{-6} m^3 mol^{-1}. If C(graphite) is converted to C(diamond) isothermally at T = 298 K, the pressure at which C(graphite) is in equilibrium with C(diamond), is

[Useful information : 1 J = 1 kg m^2 s^{-2}, 1 Pa = 1 kg m^{-1} s^{-2} ; 1 bar = 10^5 Pa]

C(ग्रेफाइट, graphite) C(हीरा, diamond) बनने की T = 298 K पर मानक अवस्था गिब की मुक्त ऊर्जायें (standard state Gibbs free energies of formation at T = 298 K)

$$\Delta_f G^o[C(\text{ग्रेफाइट, graphite})] = 0 \text{ kJ mol}^{-1}$$
$$\Delta_f G^o[C(\text{हीरा, diamond})] = 2.9 \text{ kJ mol}^{-1} \text{ हैं।}$$

मानक अवस्था का मतलब है कि दिये गये तापमान पर दाब 1 bar होना चाहिए और पदार्थ शुद्ध होना चाहिए। C (ग्रेफाइट) का C (हीरा) में परिवर्तन इसके आयतन को 2×10^{-6} m^3 mol^{-1} घटाता है। यदि C (ग्रेफाइट) का C(हीरा) में समतापी परिवर्तन किया जाय तो वह दाब जिस पर C (ग्रेफाइट), C (हीरा) के साथ साम्यावस्था में है, है

[उपयोगी सूचना : 1 J = 1 kg m^2 s^{-2}, 1 Pa = 1 kg m^{-1} s^{-2} ; 1 bar = 10^5 Pa]

(A) 58001 bar (B) 1450 bar (C) 14501 bar (D) 29001 bar

Ans. **(C)**

Sol. dG = VdP – SdT

At 298 K, SdT = 0

∴ dG = VdP

$\int_1^P dG = \int_1^P VdP$ ∴ G – G° = V (P–1) [∵ Solids involved ∴ V almost constant]

∴ $\Delta_r G = [G^\circ_{diamond} + V_d(P-1)] - [G^\circ_{graphite} + V_g(P-1)]$

$0 = 2.9 \times 10^3 + (P-1)10^5(-2 \times 10^{-6})$

∴ P = 14501 bar

हल : dG = VdP – SdT

298 K पर, SdT = 0

∴ dG = VdP

$\int_1^P dG = \int_1^P VdP$ ∴ G – G° = V (P–1) [∵ठोस निहित है इसलिए V लगभग नियत रहता है।]

∴ $\Delta_r G = [G^\circ_{\text{हीरा}} + V_d(P-1)] - [G^\circ_{\text{ग्रेफाइट}} + V_g(P-1)]$

$0 = 2.9 \times 10^3 + (P-1)10^5(-2 \times 10^{-6})$

∴ P = 14501 bar

25. Which of the following combination will produce H_2 gas ?

(A) Fe metal and conc. HNO_3

(B) Cu metal and conc. HNO_3

(C) Au metal and NaCN(aq) in the presence of air

(D) Zn metal and NaOH(aq)

निम्नलिखित में से कौन सा संयोजन H_2 गैस उत्पादित करेगा?

(A) Fe धातु एवं सान्द्र HNO_3

(B) Cu धातु एवं सान्द्र HNO_3

(C) Au धातु एवं NaCN वायु की उपस्थिति में (जलीय)

(D) Zn धातु एवं NaOH(जलीय)

Ans. **(D)**

Sol. Fe + conc. $HNO_3 \longrightarrow$ Passivity

Cu + conc. $HNO_3 \longrightarrow NO_2$

Au + NaCN + $O_2 \longrightarrow [Au(CN)_2]^-$

Zn + NaOH $\longrightarrow Na_2ZnO_2 + H_2$

हल : Fe + सान्द्र $HNO_3 \longrightarrow$ निष्क्रियता

Cu + सान्द्र $HNO_3 \longrightarrow NO_2$

Au + NaCN + $O_2 \longrightarrow [Au(CN)_2]^-$

Zn + NaOH $\longrightarrow Na_2ZnO_2 + H_2$

SECTION – 2 : (Maximum Marks : 28)

- This section contains **SEVEN** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct.
- For each question, darken the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks	:	+4	If only the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) is(are) darkened.
Partial Marks	:	+1	For darkening a bubble corresponding **to each correct option,** provided NO incorrect option is darkened.
Zero Marks	:	0	If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks	:	–2	In all other cases.

- For example, if (A), (C) and (D) are all the correct options for a question, darkening all these three will get +4 marks; darkening only (A) and (D) will get +2 marks and darkening (A) and (B) will get –2 marks, as a wrong option is also darkened.

26. For a reaction taking place in a container in equilibrium with its surroundings, the effect of temperature on its equilibrium constant K in terms of change in entropy is described by

(A) With increase in temperature, the value of K for endothermic reaction increases because unfavourable change in entropy of the surroundings decreases

(B) With increase in temperature, the value of K for exothermic reaction decreases because favourable change in entropy of the surroundings decreases

(C) With increase in temperature, the value of K for endothermic reaction increases because the entropy change of the system is negative

(D) With increase in temperature, the value of K for exothermic reaction decreases because the entropy change of the system is positive

परिवेश (surroundings) के साथ साम्यावस्था में एक पात्र में हो रही एक अभिक्रिया के लिए, एन्ट्रापी में बदलाव के अनुसार इसके साम्यावस्था स्थिरांक K पर तापमान के प्रभाव का वर्णन ऐसे किया जाता है।

(A) तापमान बढ़ने के साथ, ऊष्माशोषी (Endothermic) अभिक्रिया के साम्यावस्था स्थिरांक K का मान बढ़ता है क्योंकि परिवेश की प्रतिकूल एंट्रोपी में बदलाव घटता है

(B) तापमान बढ़ने के साथ, ऊष्माक्षेपी (Exothermic) अभिक्रिया के साम्यावस्था स्थिरांक K का मान घटता है क्योंकि परिवेश की अनुकूल एंट्रोपी में बदलाव घटता है

(C) तापमान बढ़ने के साथ, ऊष्माशोषी (Endothermic) अभिक्रिया के साम्यावस्था स्थिरांक K का मान बढ़ता है क्योंकि निकाय की एंट्रोपी में बदलाव ऋणात्मक है

(D) तापमान बढ़ने के साथ, ऊष्माक्षेपी (Exothermic) अभिक्रिया के साम्यावस्था स्थिरांक K का मान घटता है क्योंकि निकाय की एंट्रोपी में बदलाव धनात्मक है

Ans. **(AB)**

Sol. $\Delta S_{Surr} = \dfrac{-\Delta H}{T_{Surr}}$

For endothermic, if $T_{surr.}$ increases, ΔS_{surr} will increases.

For exothermic, if $T_{surr.}$ increases, $\Delta S_{surr.}$ will decreases.

हल : $\Delta S_{\text{परिवेश}} = \dfrac{-\Delta H}{T_{\text{परिवेश}}}$

ऊष्माशोषी अभिक्रिया के लिए, यदि $T_{\text{परिवेश}}$ वद्धि होती है, तब $\Delta S_{\text{परिवेश}}$ में वद्धि होगी।

ऊष्माक्षेपी अभिक्रिया के लिए, यदि $T_{\text{परिवेश}}$ वद्धि होती है, तब $\Delta S_{\text{परिवेश}}$ में कमी होगी।

27. In a bimolecular reaction, the steric factor P was experimentally determined to be 4.5. the correct option(s) among the following is(are)

(A) The activation energy of the reaction is unaffected by the value of the steric factor.

(B) Experimentally determined value of frequency factor is higher than that predicted by Arrhenius equation.

(C) The value of frequency factor predicted by Arrhenius equation is higher than that determined experimentally.

(D) Since P = 4.5, the reaction will not proceed unless an effective catalyst is used.

एक द्विअणुक अभिक्रिया में त्रिविम विन्यासी घटक (steric factor) P का प्रायोगिक मान 4.5 निर्धारित किया गया। निम्नलिखित में से सही विकल्प है(हैं)

(A) त्रिविम विन्यासी घटक के मान से अभिक्रिया की सक्रियण ऊर्जा (activation energy) अप्रभावित रहती है।

(B) आवत्ति घटक (frequency factor) का प्रायोगिक मान आरीनियस समीकरण द्वारा अनुमानित मान से ज्यादा है।

(C) आरीनियस समीकरण द्वारा अनुमानित मान आवत्ति घटक (frequency factor) के प्रायोगिक मान से ज्यादा है।

(D) क्योंकि P = 4.5 है, जब तक प्रभावी उत्प्रेरक का उपयोग ना किया जाए, अभिक्रिया आगे नहीं बढ़ेगी।

Ans. **(AB)**

Sol. (A) E_a is independent of steric factor

(B) $P = \dfrac{K_{actual}}{K_{theoretical}}$

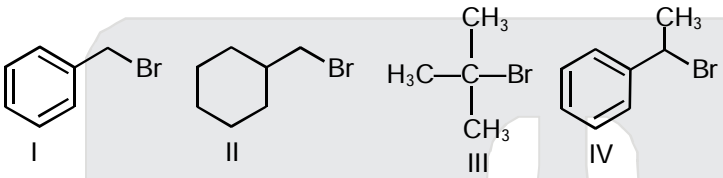
So, $A_{actual} > A_{theoretical}$

हल : (A) E_a त्रिविम विन्यासी घटक से स्वतंत्र है।

(B) $P = \frac{K_{\text{प्रायोगिक}}}{K_{\text{सैद्धान्तिक}}}$

अत : $A_{\text{प्रायोगिक}} > A_{\text{सैद्धान्तिक}}$

28. For the following compounds, the correct statement(s) with respect to nucleophilic substitution reaction is (are)



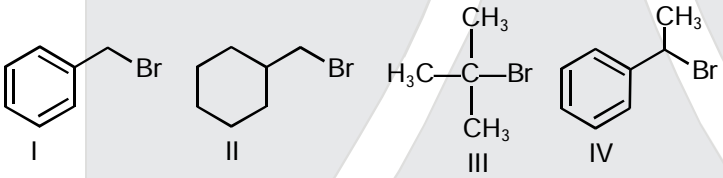
(A) Compound **IV** undergoes inversion of configuration

(B) The order of reactivity for **I**, **III** and **IV** is : **IV > I >III**

(C) **I** and **III** follow S_N1 mechanism

(D) **I** and **II** follow S_N2 mechanism

नुक्लिओफिलिक प्रतिस्थापन अभिक्रियाओं (nucleophilic substitution reactions) के सन्दर्भ में निम्नलिखित यौगिकों के लिए सही कथन है (हैं)



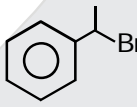
(A) यौगिक **IV** के विन्यास (configuration) का प्रतीपन (inversion) होता है।

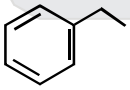
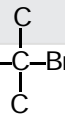
(B) **I**, **III** और **IV** के लिए अभिक्रियाशिलता का क्रम है : **IV > I >III**

(C) **I** और **III** S_N1 क्रियाविधि का अनुसरण करते हैं

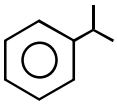
(D) **I** और **II** S_N2 क्रियाविधि का अनुसरण करते हैं

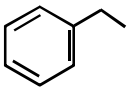
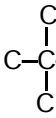
Ans. **(ACD)**

Sol. (A) Compound  Br ,2° Benzylic may follow both path S_N1 and S_N2.

(C) I is  Br (1° benzylic halide) and  (3º alkyl halide). Follow S_N1.

(D) I and II follow S_N2 also, as both are 1° halide.

हल : (A) यौगिक  Br ,2° बेन्जाईलिक S_N1 तथा S_N2 क्रियाविधि का अनुसरण करता है।

(C) I,  Br (1° बेन्जाईलिक हैलाइड) तथा  (3º एल्किल हैलाइड) S_N1 क्रियाविधि प्रदर्शित करता है।

(D) I तथा II दोनो जो कि 1° हैलाइड S_N2 क्रियाविधि प्रदर्शित करता है।

29. Among the following, the correct statement(s) is(are)

(A) $Al(CH_3)_3$ has the three-centre two-electron bonds in its dimeric structure.

(B) The Lewis acidity of BCl_3 is greater than that of $AlCl_3$

(C) $AlCl_3$ has the three-centre two-electron bonds in its dimeric structure.

(D) BH_3 has the three-centre two-electron bonds in its dimeric structure.

निम्नलिखित में से सही कथन है (हैं)

(A) $Al(CH_3)_3$ की द्वितीय संरचना (dimeric structure) में त्रिकेद्र–दो इलेक्ट्रॉन आबंध है।

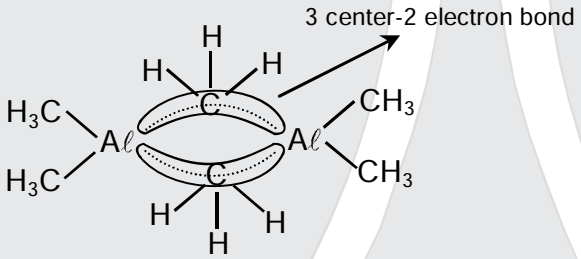
(B) BCl_3 की लुईस अम्लता $AlCl_3$ से अधिक है।

(C) $AlCl_3$ की द्वितीय संरचना (dimeric structure) में त्रिकेद्र–दो इलेक्ट्रॉन आबंध है।

(D) BH_3 की द्वितीय संरचना में (dimeric structure) त्रिकेंद्र–दो इलेक्ट्रॉन आबंध है।

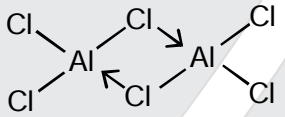
Ans. **(ABD)**

Sol. Structure of $Al_2(CH_3)_6$

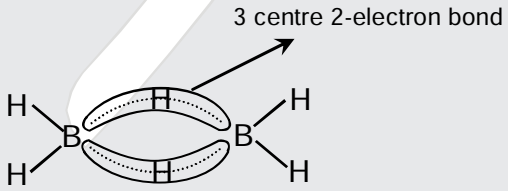


⇒ BCl_3 is stronger lewis acid due to small size of boron.

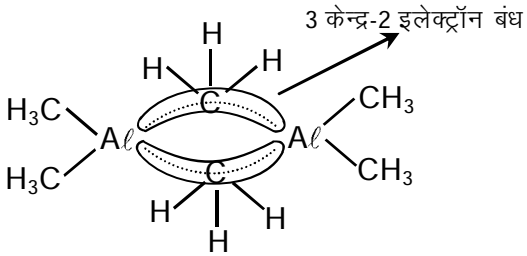
⇒ Structure of Al_2Cl_6



⇒ Structure of B_2H_6

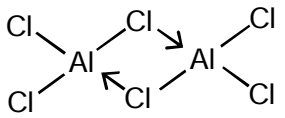


हल: $Al_2(CH_3)_6$ की संरचना :

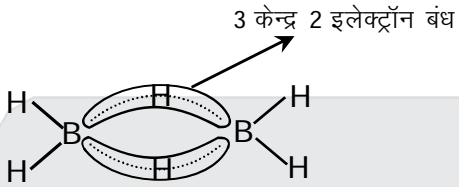


⇒ बोरॉन के छोटे आकार के कारण BCl_3 प्रबल लुईस अम्ल है

⇒ Al_2Cl_6 की संरचना :



⇒ B_2H_6 की संरचना :



30. The option(s) with only amphoteric oxides is(are)

केवल उभयधर्मी (amphoteric) आक्साइडों वाला (वाले) विकल्प है (हैं)

(A) NO, B_2O_3, PbO, SnO_2 (B) Cr_2O_3,CrO, SnO, PbO

(C) Cr_2O_3, BeO, SnO,SnO_2 (D) ZnO, Al_2O_3, PbO,PbO_2

Ans. **(CD)**

Sol. NO ⇒ Neutral

B_2O_3 ⇒ Acidic

CrO ⇒ Basic

All other oxides are amphoteric

हल : NO ⇒ उदासीन

B_2O_3 ⇒ अम्लीय

CrO ⇒ क्षारीय

अन्य सभी ऑक्साइड उभयधर्मी है।

31. The correct statement(s) about surface properties is(are)

(A) The critical temperatures of ethane and nitrogen are 563 K and 126 K, respectively. The adsorption of ethane will be more than that of nitrogen of same amount of activated charcoal at a given temperature.

(B) Cloud is an emulsion type of colloid in which liquid is dispersed phase and gas is dispersion medium.

(C) Adsorption is accompanied by decrease in enthalpy and decrease in entropy of the system.

(D) Brownian motion of colloidal particles does not depend on the size of the particles but depends on viscosity of the solution.

पष्ठ गुणों के बारे में सही कथन है (हैं)

(A) एथेन और नाइट्रोजन के क्रांतिक तापमान (critical temperatures) क्रमशः 563 K और 126 K हैं। एक दिये गये तापमान पर सक्रियत चारकोल की समान मात्रा पर एथेन का अवशोषण नाइट्रोजन की अपेक्षा अधिक होगा

(B) बादल एक इमल्शन प्रकार का कोलाइड है जिसमें द्रव परिक्षिप्त प्रावस्था (dispersed phase) है और गैस परिक्षेपण माध्यम (dispersion medium) है।

(C) अधिशोषण (Adsorption), निकाय की एन्ट्रापी घटने और एन्थेल्पी घटने के साथ होता है।

(D) कोलाईडी कणों की ब्राऊनी गति कणों के साइज पर निर्भर नहीं होती है। परन्तु विलयन की श्यानता (viscosity) पर निर्भर करती है।

Ans. **(AC)**

Sol. ⇒ Higher the critical temperature, higher will be extent of adsorption.

⇒ Cloud is an arosol, imulsions are liquid-liquid colloidal system.

⇒ For adsorption ΔH ⇒negative : ΔS ⇒ negative

⇒ Brownian movement of colloidal particals depends on size of particles.

हल : ⇒ उच्च क्रान्तिक ताप होने पर, अधिशोषण की परास भी अधिक होगी।

⇒ बादल एक ऐरोसॉल है, पायस एक द्रव–द्रव कोलाइडल तंत्र है।

⇒ अधिशोषण के लिए ΔH ⇒ ऋणात्मक : ΔS ⇒ ऋणात्मक

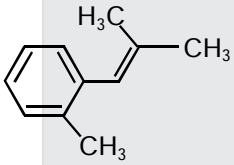
⇒ कोलाइड कणों की ब्राउनीयन गति कणों के आकार पर निर्भर करती है।

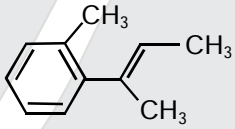
32. Compound **P** and **R** upon ozonolysis produce **Q** and **S**, respectively. The molecular formula of **Q** and **S** is C_8H_8O. **Q** undergoes Cannizzaro reaction but not haloform reaction, whereas S undergoes haloform reaction but not Cannizzaro reaction.

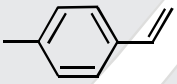
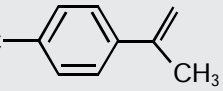
(i) $P \xrightarrow[\text{ii) } Zn/H_2O]{\text{i) } O_3/CH_2Cl_2} \underset{(C_8H_8O)}{Q}$

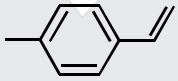
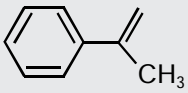
(ii) $R \xrightarrow[\text{ii) } Zn/H_2O]{\text{i) } O_3/CH_2Cl_2} \underset{(C_8H_8O)}{S}$

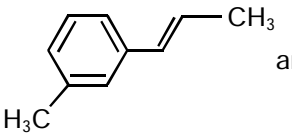
The options(s) with suitable combination of **P** and **R**, respectively, is(are)

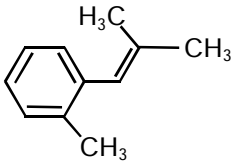
(A) 

and 

(B) H_3C  and H_3C 

(C) H_3C  and 

(D) 

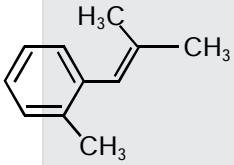
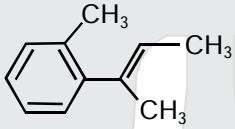
and 

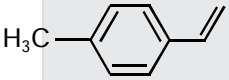
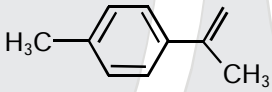
यौगिक **P** और **R** के ओजोनीकरण (ozonolysis) करने पर क्रमशः **Q** और **S**, उत्पन्न होते हैं। उत्पाद **Q** और **S** का आणविक सूत्र C_8H_8O है। **Q** की कैनिजारो अभिक्रिया (Cannizzaro reaction) होती है परन्तु हालोफोर्म अभिक्रिया (haloform reaction) नहीं होती, जबकि S की हालोफोर्म अभिक्रिया होती है परन्तु कैनिजारो अभिक्रिया नहीं होती।

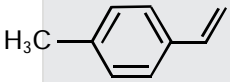
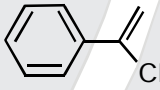
(i) $P \xrightarrow[\text{ii) } Zn/H_2O]{\text{i) } O_3/CH_2Cl_2} \underset{(C_8H_8O)}{Q}$

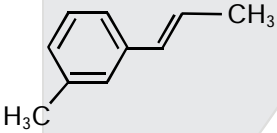
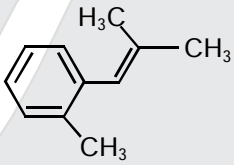
(ii) $R \xrightarrow[\text{ii) } Zn/H_2O]{\text{i) } O_3/CH_2Cl_2} \underset{(C_8H_8O)}{S}$

P और **R** के उचित संयोजन वाला विकल्प क्रमशः है (हैं)

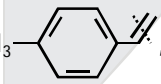
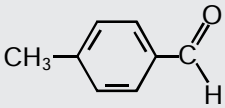
(A)  और 

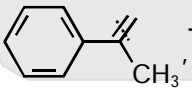
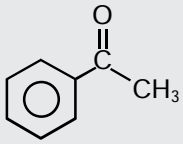
(B)  और 

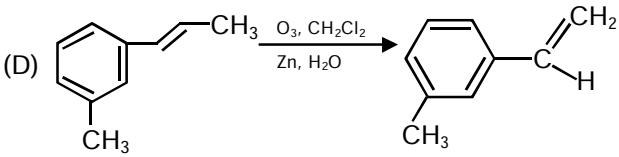
(C)  और 

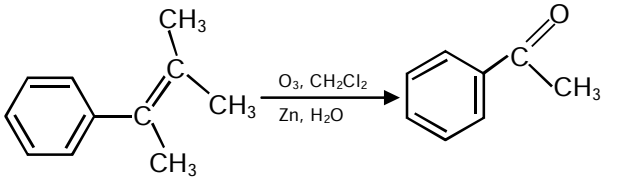
(D)  और 

Ans. **(CD)**

Sol. (C)  $\xrightarrow[\text{(ii)Zn, } H_2O]{\text{(i)}O_3,\ CH_2Cl_2}$ Q (C_8H_8O). ie 

 $\xrightarrow[\text{(ii)Zn, } H_2O]{\text{(i)}O_3,\ CH_2Cl_2}$ (S) 

(D) 



SECTION – 3 : (Maximum Marks : 12)

- This section contains **TWO** paragraphs.
- Based on each paragraph, there are **TWO** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct answer is darkened.

Zero Marks : 0 In all other cases.

PARAGRAPH - 1

Upon heating $KClO_3$ in the presence of catalytic amount of MnO_2, a gas **W** is formed. Excess amount of **W** reacts with white phosphorus to give **X**. The reaction of **X** with pure HNO_3 gives **Y** and **Z**.

MnO_2 की उपस्थिति में $KClO_3$ का तापन करने पर एक गैस **W** बनती है। **W** की आधिक्य मात्रा सफेद फास्फोरस के साथ अभिक्रिया करके **X** देती है। **X** की शुद्ध HNO_3 के साथ अभिक्रिया **Y** और **Z** देती है।

33. **Y** and **Z** are, respectively

(A) N_2O_4 and HPO_3 (B) N_2O_4 and H_3PO_3

(C) N_2O_3 and H_3PO_4 (D) N_2O_5 and HPO_3

Y और **Z** क्रमशः हैं

(A) N_2O_4 और HPO_3 (B) N_2O_4 और H_3PO_3

(C) N_2O_3 और H_3PO_4 (D) N_2O_5 और HPO_3

Ans. **(D)**

34. **W** and **X** are, respectively

W और **X** क्रमशः हैं

(A) O_2 और P_4O_{10} (B) O_2 और P_4O_6

(C) O_3 और P_4O_6 (D) O_3 और P_4O_{10}

Ans. **(A)**

Sol. **(33 & 34)**

$$KClO_3 \xrightarrow[MnO_2]{\Delta} KCl + \underset{(W)}{O_2}$$

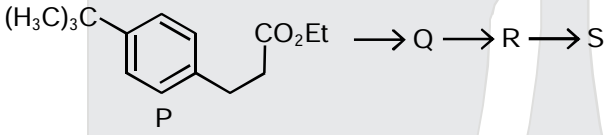
$$\underset{(white)}{P_4} + \underset{(excess)}{O_2} \longrightarrow \underset{(X)}{P_4O_{10}}$$

$$P_4O_{10} + HNO_3 \longrightarrow \underset{(Y)}{N_2O_5} + \underset{(Z)}{HPO_3}$$

Paragraph 2

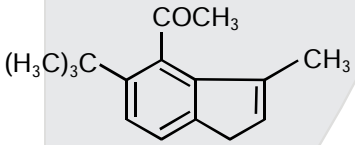
The reaction of compound **P** with CH_3MgBr(excess) in $(C_2H_5)_2O$ followed by addition of H_2O gives **Q**. The compound **Q** on treatment with H_2SO_4 at 0ºC gives **R**. The reaction of **R** with CH_3COCl in the presence of anhydrous $AlCl_3$ in CH_2Cl_2 followed by treatment with H_2O produces compound **S**. [Et in compound **P** is ethyl group]

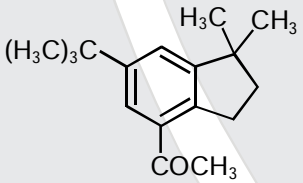
$(C_2H_5)_2O$ में यौगिक **P** की CH_3MgBr की अधिकता के साथ अभिक्रिया के उपरान्त जल डालने पर **Q** मिलता है। यौगिक **Q** H_2SO_4 के साथ 0ºC पर विवेचन करने पर **R** देता है। CH_2Cl_2 में **R** की निर्जलीय $AlCl_3$ की उपस्थिति में CH_3COCl के साथ अभिक्रिया के उपरान्त जल डालने पर यौगिक **S** उत्पन्न होता है। [यौगिक **P** में Et एथिल ग्रुप है।]

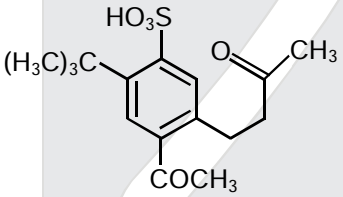


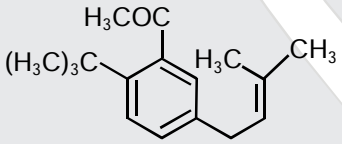
35. The product **S** is

उत्पाद **S** है।

(A) 

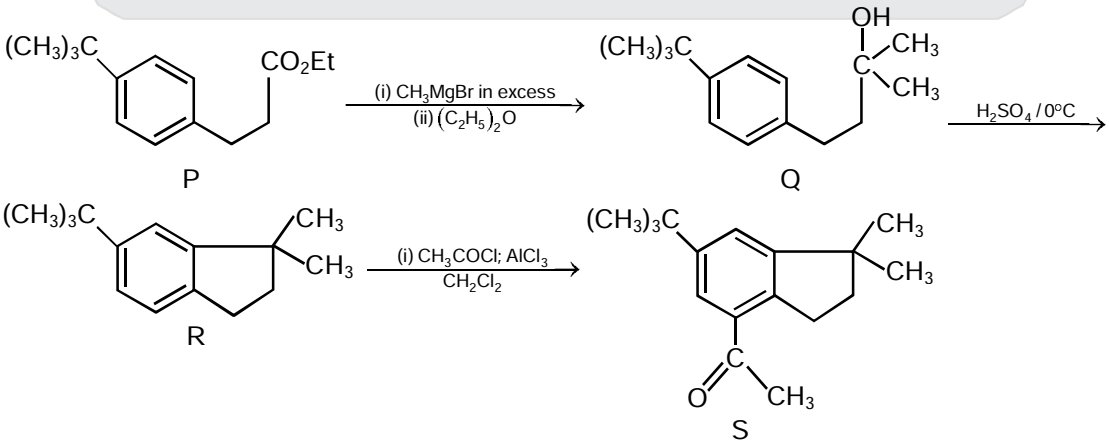
(B) 

(C) 

(D) 

Ans. **(B)**

Sol.



36. The reactions, **Q** to **R** and **R** to **S**, are

(A) Aromatic sulfonation and Friedel-Crafts acylation

(B) Friedel-Crafts alkylation and Friedel-Crafts acylation

(C) Friedel-Crafts alkylation, dehydration and Friedel-Crafts acylation

(D) Dehydration and Friedel-Crafts acylation

Q से **R** और **R** से **S** अभिक्रियाएँ हैं

(A) ऐरोमेटिक सल्फोनैसन और फ्रीडल–क्राफ्ट ऐसिलिकरण (Friedel-Crafts acylation)

(B) फ्रीडल–क्राफ्ट एल्किलीकरण (Friedel-Crafts alkylation) और फ्रीडल–क्राफ्ट ऐसिलिकरण (Friedel-Crafts acylation)

(C) फ्रीडल–क्राफ्ट एल्किलीकरण (Friedel-Crafts alkylation), निर्जलीकरण और फ्रीडल–क्राफ्ट ऐसिलिकरण (Friedel-Crafts acylation)

(D) निर्जलीकरण और फ्रीडल–क्राफ्ट ऐसिलिकरण (Friedel-Crafts acylation)

Ans. **(B)**

Sol. Process involved in Q $\longrightarrow$ R reaction is alkylation

Process involved in R $\longrightarrow$ S reaction is acylation.

हल : प्रक्रम Q $\longrightarrow$ R अभिक्रिया में एल्कलीकरण है।

प्रक्रम R $\longrightarrow$ S अभिक्रिया में ऐसिलीकरण होती है।

PART : III MATHEMATICS

SECTION – 1 : (Maximum Marks : 21)

- This section contains **SEVEN** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct option in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct option is darkened.
Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks : –1 In all other cases.

खंड 1 : (अधिकतम अंक : 21)

- इस खंड में **सात** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें **केवल एक विकल्प सही है।**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :**
- पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक : –1 अन्य सभी परिस्थितयों में।

37. If $f : R \to R$ is a twice differentiable function such that $f''(x) > 0$ for all $x \in R$, and $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, $f(1) = 1$, then

यदि $f : R \to R$ एक इस प्रकार का द्विअवकलनीय (twice differentiable) फलन है कि सभी $x \in R$ के लिए $f''(x) > 0$, एवम् $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, $f(1) = 1$ है, तब

(A) $f'(1) \le 0$ (B) $f'(1) > 1$ (C) $0 < f'(1) \le \frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2} < f'(1) \le 1$

Ans. **(B)**

Sol. $f''(x) > 0$ for all $x \in R$, $f(1/2) = 1/2$, $f(1) = 1$

$\Rightarrow f'(x)$ increases

Let $g(x) = f(x) - x$, $x \in [1/2,1]$

Then $g'(x) = 0$ has atleast one real root in $(1/2,1)$

$f'(x) = 1$ has atleast one real root in $(1/2,1)$

Hence $f'(x)$ increases $\Rightarrow f'(1) > 1$

Hindi x के सभी वास्तविक मानों के लिए $f''(x) > 0$, $f(1/2) = 1/2$, $f(1) = 1$

$\Rightarrow f'(x)$ वर्धमान है

माना $g(x) = f(x) - x$, $x \in [1/2,1]$

तब $g'(x) = 0$, अन्तराल $(1/2,1)$ में कम से कम एक वास्तविक मूल रखता है।

$f'(x) = 1$ अन्तराल $(1/2,1)$ में कम से कम एक वास्तविक मूल रखता है।

अत : $f'(x)$ वर्धमान है $\Rightarrow f'(1) > 1$

38. If y = y(x) satisfies the differential equation $8\sqrt{x}\left(\sqrt{9+\sqrt{x}}\right)dy = \left(\sqrt{4+\sqrt{9+\sqrt{x}}}\right)^{-1}dx$, x > 0 and y (0) = $\sqrt{7}$, then y(256) =

यदि y = y(x) अवकलनीय समीकरण (differential equation) $8\sqrt{x}\left(\sqrt{9+\sqrt{x}}\right)dy = \left(\sqrt{4+\sqrt{9+\sqrt{x}}}\right)^{-1}dx$, x > 0 को सन्तुष्ट करता है एवम् y (0) = $\sqrt{7}$ है, तब y(256) =

(A) 16 (B) 3 (C) 9 (D) 80

Ans. **(B)**

Sol. $\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\sqrt{4+\sqrt{9+x}}\right)^{-1}}{8\sqrt{x}\sqrt{9+\sqrt{x}}}$

$dy = \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{9+\sqrt{x}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{9+\sqrt{x}}} \cdot \frac{1}{8\sqrt{x}}dx$

Let माना $4 + \sqrt{9+\sqrt{x}} = t \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{9+\sqrt{x}}} \times \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = dt$

$\int dy = \int \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \frac{1}{2}dt$

$y = \sqrt{t} + c$

$y = \sqrt{4+\sqrt{9+\sqrt{x}}} + c$

at x = 0 पर , $y = \sqrt{7}$

$\Rightarrow \sqrt{7} = \sqrt{7} + c \Rightarrow c = 0$

$y = \sqrt{4+\sqrt{9+\sqrt{x}}}$

at x = 256 पर $\Rightarrow y = \sqrt{4+\sqrt{9+\sqrt{256}}} = 3$

39. How many 3 × 3 matrices M with entries from {0, 1, 2} are there, for which the sum of the diagonal entries of $M^T M$ is 5 ?

ऐसे कितने 3 × 3 आव्यूह M हैं जिनकी प्रविष्टियाँ (entries) {0, 1, 2} में हैं एवम् $M^T M$ की विकर्णीय प्रविष्टियों (diagonal elements) का योग 5 है?

(A) 198 (B) 162 (C) 126 (D) 135

Ans. **(A)**

Sol. $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$

$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2 + g^2 + h^2 + i^2 = 5$

Case स्थिति -I : Five पाँच (1's) and four और चार (0's)

$^9C_5 = 126$

Case- स्थिति II : One एक (2) and one और एक (1)

$^9C_2 \times 2! = 72$

$\therefore$ Total कुल = 198

40. Three randomly chosen nonnegative integers x, y and z are found to satisfy the equation x + y + z = 10. Then the probability that z is even, is

यह पाया गया है कि यादृच्छिक (randomly) रूप से चयनित तीन अऋणात्मक पूर्णांक (nonnegative integers) x, y एवम् z समीकरण x + y + z = 10 को सन्तुष्ट करते हैं। तब z के सम (even) होने की प्रायिकता (probability) हैं

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{36}{55}$ (C) $\frac{6}{11}$ (D) $\frac{5}{11}$

Ans. **(C)**

Sol. x + y + z = 10

Total number of non-negative solutions = ${}^{10+3-1}C_{3-1} = {}^{12}C_2 = 66$

Now Let z = 2n.

x + y + 2n = 10 ; n ≥ 0

Total number of non-negative solutions = 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 36

Required probability = $\frac{36}{66} = \frac{6}{11}$

Hindi x + y + z = 10

अऋणात्मक हलों की कुल संख्या = ${}^{10+3-1}C_{3-1} = {}^{12}C_2 = 66$

अब माना z = 2n.

x + y + 2n = 10 ; n ≥ 0

अऋणात्मक हलों की कुल संख्या = 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 36

अभिष्ट प्रायिकता = $\frac{36}{66} = \frac{6}{11}$

41. Let S = {1, 2, 3, ..., 9}. For k = 1, 2,.....,5, let N_k be the number of subsets of S, each containing five elements out of which exactly k are odd. Then $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5$ =

माना कि S = {1, 2, 3, ..., 9} है। k = 1, 2,.....,5 के लिये, माना कि N_k, समुच्चय S के उन उपसमुच्चयों की सँख्या है जिनमें प्रत्येक उपसमुच्चय में 5 अवयव है एवम् इन अवयवों में विषम अवयवों की सँख्या k है। तब

$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5$ =

(A) 210 (B) 252 (C) 126 (D) 125

Ans. **(C)**

Sol. $N_1 = {}^5C_1.{}^4C_4 = 5$

$N_2 = {}^5C_2.{}^4C_3 = 40$

$N_3 = {}^5C_3.{}^4C_2 = 60$

$N_4 = {}^5C_4.{}^4C_1 = 20$

$N_5 = {}^5C_5.{}^4C_0 = 1$

∴ Total कुल = 126

42. Let O be the origin and let PQR be an arbitrary triangle. The point S is such that

$\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OR}.\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OR}.\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}.\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OQ}.\overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OS}$

Then the triangle PQR has S as its

(A) centroid (B) orthocenter

(C) incentre (D) circumcenter

माना कि O मूलबिन्दु (origin) है एवम् PQR एक स्वेच्छिक त्रिभुज (arbitrary triangle) है। बिन्दु S इस प्रकार है कि

$\overline{OP}.\overline{OQ} + \overline{OR}.\overline{OS} = \overline{OR}.\overline{OP} + \overline{OQ}.\overline{OS} = \overline{OQ}.\overline{OR} + \overline{OP}.\overline{OS}$

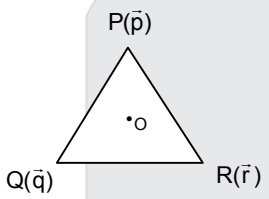
तब बिन्दु S त्रिभुज PQR का है

(A) केन्द्रक(centroid) (B) लम्बकेन्द्र (orthocenter)

(C) अन्तःकेन्द्र (incentre) (D) परिवृत्तकेन्द्र (circumcenter)

Ans. **(B)**

Sol.



$\vec{p}.\vec{q} + \vec{r}.\vec{s} = \vec{r}.\vec{p} + \vec{q}.\vec{s} = \vec{q}.\vec{r} + \vec{p}.\vec{s}$

$\Rightarrow \vec{p}.(\vec{q}-\vec{r}) - \vec{s}.(\vec{q}-\vec{r}) = 0 \Rightarrow \overline{PS}.\overline{QR} = 0$

Similarly इसी प्रकार $\overline{PQ}.\overline{SR} = 0$

$\Rightarrow$ S is orthocentre of the triangle (S, त्रिभुज का लम्ब केन्द्र होगा)

43. The equation of the plane passing through the point (1, 1, 1) and perpendicular to the planes $2x + y - 2z = 5$ and $3x - 6y - 2z = 7$, is

समतलों $2x + y - 2z = 5$ एवम् $3x - 6y - 2z = 7$ के लम्बवत् और बिन्दु (1, 1, 1) से गुजरने वाले समतल का समीकरण है

(A) $14x + 2y - 15z = 1$ (B) $-14x + 2y + 15z = 3$

(C) $14x - 2y + 15z = 27$ (D) $14x + 2y + 15z = 31$

Ans. **(D)**

Sol. Let plane be

$a(x - 1) + b(y - 1) + c(z - 1) = 0$

Now, direction ratio of its normal = $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & -6 & -2 \end{vmatrix} = \hat{i}(-14) - \hat{j}(2) + \hat{k}(-15)$

So, $-14(x - 1) - 2(y - 1) - 15(z - 1) = 0$

$14x + 2y + 15z = 31$

Hindi. **(D)**

माना समतल

$a(x - 1) + b(y - 1) + c(z - 1) = 0$

अभिलम्ब की द्विकोज्या = $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & -6 & -2 \end{vmatrix} = \hat{i}(-14) - \hat{j}(2) + \hat{k}(-15)$

अतः, $-14(x - 1) - 2(y - 1) - 15(z - 1) = 0$

$14x + 2y + 15z = 31$

SECTION – 2 : (Maximum Marks : 28)

- This section contains **SEVEN** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is(are) correct.
- For each question, darken the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks	:	+4	If only the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) is(are) darkened.
Partial Marks	:	+1	For darkening a bubble corresponding **to each correct option,** provided NO incorrect option is darkened.
Zero Marks	:	0	If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks	:	–2	In all other cases.

- For example, if (A), (C) and (D) are all the correct options for a question, darkening all these three will get +4 marks; darkening only (A) and (D) will get +2 marks and darkening (A) and (B) will get –2 marks, as a wrong option is also darkened.

खंड 2 : (अधिकतम अंक : 28)

- इस खंड में **सात** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :**

पूर्ण अंक	:	+4	यदि सिर्फ सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक	:	+1	प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक	:	–2	अन्य सभी परिस्थितियों में

- उदाहारण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) तथा (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगे ; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगे तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर –2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

---

44. If $f : R \to R$ is a differentiable function such that $f'(x) > 2f(x)$ for all $x \in R$, and $f(0) = 1$, then

(A) $f(x) > e^{2x}$ in $(0, \infty)$
(B) $f'(x) < e^{2x}$ in $(0, \infty)$
(C) $f(x)$ is increasing in $(0, \infty)$
(D) $f(x)$ is decreasing in $(0, \infty)$

यदि $f : R \to R$ इस प्रकार का अवकलनीय (differentiable) फलन है कि सभी $x \in R$, के लिये $f'(x) > 2f(x)$, एवम् $f(0) = 1$ है, तब

(A) $(0, \infty)$ में $f(x) > e^{2x}$
(B) $(0, \infty)$ में $f'(x) < e^{2x}$
(C) $(0, \infty)$ में $f(x)$ वर्धमान (increasing) है
(D) $(0, \infty)$ में $f(x)$ ह्रासमान (decreasing) है

Ans. **(A,C)**

Sol. $f'(x) - 2f(x) > 0$

$\Rightarrow \quad \frac{d}{dx}\left(f(x).e^{-2x}\right) > 0 \quad \Rightarrow \quad g(x) = f(x).e^{-2x}$ is an increasing function.

for $x > 0$, $\quad g(x) > g(0)$

$\Rightarrow \quad f(x).e^{-2x} > 1 \quad \Rightarrow \quad f(x) > e^{2x}$

Now $f'(x) > 2f(x) > 2.e^{2x}$

$\therefore$ f(x) is an increasing function

Hindi. **(AC)**

$f'(x) - 2f(x) > 0$

$\Rightarrow \quad \frac{d}{dx}\left(f(x).e^{-2x}\right) > 0 \quad \Rightarrow \quad g(x) = f(x).e^{-2x}$ वर्धमान फलन है

for $x > 0$, $\quad g(x) > g(0)$

$\Rightarrow \quad f(x).e^{-2x} > 1 \quad \Rightarrow \quad f(x) > e^{2x}$

अब $f'(x) > 2f(x) > 2.e^{2x}$

$\therefore$ f(x) वर्धमान फलन है।

45. If $I = \sum_{k=1}^{98}\int_k^{k+1}\frac{k+1}{x(x+1)}dx$, then

यदि $I = \sum_{k=1}^{98}\int_k^{k+1}\frac{k+1}{x(x+1)}dx$, तब

(A) $I > \log_e 99$ (B) $I < \log_e 99$ (C) $I < \frac{49}{50}$ (D) $I > \frac{49}{50}$

Ans. **(BD)**

Sol. Put $x - k = p$ रखने पर

$$I = \sum_{k=1}^{98}\int_0^1 \frac{k+1}{(k+p)(k+p+1)}dp$$

$$I > \sum_{k=1}^{98}\int_0^1 \frac{k+1}{(k+p+1)^2}dp$$

$$I > \sum_{k=1}^{98}(k+1)\left(\frac{-1}{(k+p+1)}\right)_0^1$$

$$I > \sum_{k=1}^{98}(k+1)\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right)$$

$$I > \sum_{k=1}^{98}\frac{1}{k+2} = \frac{1}{3}+.....+\frac{1}{100}$$

$$I > \frac{1}{100}+.....+\frac{1}{100} = \frac{98}{100}$$

$$I > \frac{49}{50}$$

$$\sum_{k=1}^{98}\int_k^{k+1}\frac{k+1}{x(x+1)}dx$$

$$\frac{k+1}{x(x+1)} < \frac{k+1}{x(k+1)} (\because \text{least value of } x+1 \text{ is } k+1)$$

$$\Rightarrow \frac{k+1}{x(x+1)} < \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow I < \sum_{k=1}^{98}\int_k^{k+1}\frac{1}{x}dx$$

$$\Rightarrow I < \sum_{k=1}^{98}\ell n(k+1)-\ell nk \quad \Rightarrow I < \ell n99$$

46. If the line $x = \alpha$ divides the area of region $R = \{(x, y) \in R^2 : x^3 \le y \le x, 0 \le x \le 1\}$ into two equal parts, then

यदि रेखा $x = \alpha$ क्षेत्र (region) $R = \{(x, y) \in R^2 : x^3 \le y \le x, 0 \le x \le 1\}$ के क्षेत्रफल को दो बराबर भागों में विभाजित करती है, तब

(A) $2\alpha^4 - 4\alpha^2 + 1 = 0$ (B) $\alpha^4 + 4\alpha^2 - 1 = 0$ (C) $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ (D) $0 < \alpha \le \frac{1}{2}$

Ans. **(AC)**

Sol. $y = x^3$

$$\int_0^1 (x-x^3)dx = \frac{1}{2}-\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\int_0^\alpha (x-x^3)dx = \frac{1}{8}$$

$4\alpha^2 - 2\alpha^4 = 1$

$2\alpha^4 - 4\alpha^2 + 1 = 0$

$2t^2 - 4t + 1 = 0$ (taking $t = \alpha^2$ लेने पर)

$$t = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{4}$$

$$t = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{4}$$

$$t = \alpha^2 = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \quad \alpha^2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} < \alpha < 1$$

47. Let α and β be nonzero real numbers such that $2(\cos\beta - \cos\alpha) + \cos\alpha\cos\beta = 1$. Then which of the following is/are true?

माना कि α एवम् β इस प्रकार की अशून्य वास्तविक सँख्यायें (nonzero real numbers) हैं कि $2(\cos\beta - \cos\alpha) + \cos\alpha\cos\beta = 1$. तब निम्न मे से कौन सा(से) सत्य है(हैं) ?

(A) $\sqrt{3}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$

(B) $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sqrt{3}\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$

(C) $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sqrt{3}\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$

(D) $\sqrt{3}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0$

Ans. **(BC)**

Sol. $\cos\alpha = \left(\frac{1-a}{1+a}\right)$; $a = \tan^2\frac{\alpha}{2}$

$\cos\beta = \left(\frac{1-b}{1+b}\right)$; $b = \tan^2\frac{\beta}{2}$

$$2\left(\left(\frac{1-b}{1+b}\right)-\left(\frac{1-a}{1+a}\right)\right) + \left(\left(\frac{1-a}{1+a}\right)\left(\frac{1-b}{1+b}\right)\right) = 1$$

$\Rightarrow$ $2((1-b)(1+a) - (1-a)(1+b)) + (1-a)(1-b) = (1+a)(1+b)$

$\Rightarrow$ $2(1 + a - b - ab - (1 + b - a - ab)) + 1 - a - b + ab = 1 + a + b + ab$

$\Rightarrow$ $4(a - b) = 2(a + b)$

$\Rightarrow$ $2a - 2b = a + b$

$\Rightarrow$ $a = 3b$

$\tan^2\frac{\alpha}{2} = 3\tan^2\frac{\beta}{2}$

$\tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{3}\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$

48. Let $f(x) = \frac{1-x(1+|1-x|)}{|1-x|}\cos\left(\frac{1}{1-x}\right)$ for $x \neq 1$. Then

(A) $\lim_{x\to1^+} f(x) = 0$

(B) $\lim_{x\to1^-} f(x)$ does not exist

(C) $\lim_{x\to1^-} f(x) = 0$

(D) $\lim_{x\to1^+} f(x)$ does not exist

माना कि $x \neq 1$ के लिये, $f(x) = \dfrac{1-x(1+|1-x|)}{|1-x|}\cos\left(\dfrac{1}{1-x}\right)$ । तब

(A) $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 0$

(B) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ का अस्तित्व नहीं है (does not exist)

(C) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 0$

(D) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ का अस्तित्व नहीं है (does not exist)

Ans. **(CD)**

Sol. $f(1^+) = \lim_{h\to 0} \dfrac{1-(1+h)(1+h)}{h}\cos\dfrac{1}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \dfrac{1-(1+h)^2}{h}\cos\dfrac{1}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \dfrac{-h^2-2h}{h}\cos\dfrac{1}{h}$

$= \lim_{h\to 0} (-h-2)\cos\dfrac{1}{h}$

$\Rightarrow$ $\lim_{h\to 0} f(1^+)$ does not exist विद्यमान नहीं है

$f(1^-) = \lim_{h\to 0} \dfrac{1-(1-h)(1+h)}{h}\cos\dfrac{1}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \dfrac{1-(1-h^2)}{h}\cos\dfrac{1}{h}$

$= \lim_{h\to 0} \dfrac{h^2}{h}\cos\dfrac{1}{h}$

$= \lim_{h\to 0} h\cos\dfrac{1}{h} = 0$

49. If $g(x) = \int_{\sin x}^{\sin(2x)} \sin^{-1}(t)dt$, then

यदि $g(x) = \int_{\sin x}^{\sin(2x)} \sin^{-1}(t)dt$, तब

(A) $g'\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) = 2\pi$

(B) $g'\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) = -2\pi$

(C) $g'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2\pi$

(D) $g'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -2\pi$

Ans. **(BONUS)**

Sol. $g(x) = \int_{\sin x}^{\sin 2x} \sin^{-1}(t)dt$

$g'(x) = \sin^{-1}(\sin 2x) \,.\, \cos 2x.\, 2 - \sin^{-1}(\sin x) \,.\, \cos x$

$= 2\cos 2x \,.\, \sin^{-1}(\sin 2x) - \cos x \,.\, \sin^{-1}(\sin x)$

$g'\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) = 2\cos(-\pi)\sin^{-1}(\sin(-\pi)) - \cos\left(-\dfrac{\pi}{2}\right).\sin^{-1}\left(\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)\right) = 0$

$g'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2\cos(\pi)\sin^{-1}(\sin(\pi)) - \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right).\sin^{-1}\left(\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\right) = 0$

50. If $f(x) = \begin{vmatrix} \cos(2x) & \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\cos x & \cos x & -\sin x \\ \sin x & \sin x & \cos x \end{vmatrix}$, then

(A) $f(x)$ attains its minimum at x = 0

(B) $f(x)$ attains its maximum at x = 0

(C) $f'(x) = 0$ at more than three points in $(-\pi, \pi)$

(D) $f'(x) = 0$ at exactly three points in $(-\pi, \pi)$

यदि $f(x) = \begin{vmatrix} \cos(2x) & \cos(2x) & \sin(2x) \\ -\cos x & \cos x & -\sin x \\ \sin x & \sin x & \cos x \end{vmatrix}$, तब

(A) x = 0 पर $f(x)$ का न्यूनतम (minimum) है

(B) x = 0 पर $f(x)$ का अधिकतम (maximum) है

(C) $(-\pi, \pi)$ में तीन से अधिक बिन्दुओं पर $f'(x) = 0$ है।

(D) $(-\pi, \pi)$ में केवल तीन बिन्दुओं पर $f'(x) = 0$ है।

Ans. **(BC)**

Sol. $f(x) = \begin{vmatrix} \cos 2x & \cos 2x & \sin 2x \\ -\cos x & \cos x & -\sin x \\ \sin x & \sin x & \cos x \end{vmatrix}$

$= \cos 2x - \cos 2x(-\cos^2 x + \sin^2 x) + \sin 2x(-2\sin x\cos x)$

$f(x) = \cos 4x + \cos 2x$

$\therefore f(x) = 2\cos^2 2x + \cos 2x - 1$

Let माना $\cos 2x = t$

$\Rightarrow f(x) = 2t^2 + t - 1$ and $t \in [-1, 1]$

$f(x)$ attains its minima at $t = -\frac{1}{4} \in [-1, 1]$

$f(x)$, $t = -\frac{1}{4} \in [-1, 1]$ पर निम्ननिष्ठ रखता है।

$\therefore f(x)\big|_{min} = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{-9}{8}$

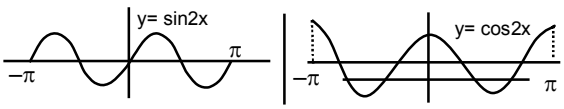
$\therefore f(x)\big|_{max} = 2 + 1 - 1 = 2$.....(when जब $\cos 2x = 1$)

$f'(x) = -4\sin 4x - 2\sin 2x$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4\sin 4x + 2\sin 2x = 0$

$\Rightarrow 8\sin 2x\cos 2x + 2\sin 2x = 0$

$\Rightarrow 2\sin 2x(4\cos 2x + 1) = 0 \Rightarrow \sin 2x = 0$ or या $\cos 2x = -\frac{1}{4}$



Hence option अतः विकल्प (B), (C) सही है।

SECTION – 3 : (Maximum Marks : 12)

- This section contains **TWO** paragraphs.
- Based on each paragraph, there are **TWO** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct.
- For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct answer is darkened.
Zero Marks : 0 In all other cases.

खंड 3 : (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **दो अनुच्छेद** हैं।
- प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित **दो प्रश्न** दिये गये हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। जिनमें **केवल एक विकल्प सही है।**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ. आर. एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जायेंगे :
- पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में

PARAGRAPH 1

Let O be the origin, and $\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}, \overrightarrow{OZ}$ be three unit vectors in the directions of the sides $\overrightarrow{QR}, \overrightarrow{RP}, \overrightarrow{PQ}$, respectively, of a triangle PQR.

अनुच्छेद 1

माना कि O मूलबिन्दु (origin) है एवम् $\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}, \overrightarrow{OZ}$ क्रमशः त्रिभुज PQR की भुजायें $\overrightarrow{QR}, \overrightarrow{RP}, \overrightarrow{PQ}$, की दिशाओ मे तीन एकक सदिश (unit vectors) है।

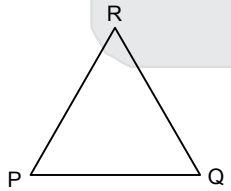
51. If the triangle PQR varies, then the minimum value of cos(P + Q) + cos(Q + R) + cos(R + P) is

यदि त्रिभुज PQR परिवर्ती है (If the triangle PQR varies), तब, cos(P + Q) + cos(Q + R) + cos(R + P) का न्यूनतम मान (minimum value) है

(A) $-\frac{3}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $-\frac{5}{3}$

Ans. **(A)**

Sol.



cos(P + Q) + cos(Q + R) + cos(R + P) = –cosR – cosP – cosQ

In any किसी त्रिभुज में Δ, max of cosP + cosQ + cosR = $\frac{3}{2}$

So minimum value of the given expression is $-\frac{3}{2}$

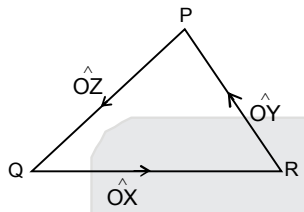
अतः दिए गए व्यंजक का न्यूनतम मान $-\frac{3}{2}$

52. $|\overrightarrow{OX} \times \overrightarrow{OY}| =$

(A) sin(P + Q) (B) sin(P + R) (C) sin(Q + R) (D) sin2R

Ans. **(A)**

Sol.



$\cos R = -\ \hat{OX}.\hat{OY}$

$\Rightarrow |\cos R| = |\hat{OX}.\hat{OY}|$

$|\hat{OX} \times \hat{OY}| = |\sin R| = |\sin(\pi - (P + Q))| = |\sin(P + Q)| = \sin(P + Q)$

PARAGRAPH 2

Let p, q be integers and let α, β be the roots of the equation, $x^2 - x - 1 = 0$ where $\alpha \neq \beta$. For n = 0,1,2,...., let $a_n = p\alpha^n + q\beta^n$.

FACT : If a and b are rational numbers and $a + b\sqrt{5} = 0$, then a = 0 = b.

अनुच्छेद 2

माना कि p, q पूर्णांक है एवम् α, β समीकरण $x^2 - x - 1 = 0$ के मूल है, जहां $\alpha \neq \beta$ है। n = 0,1,2,...., के लिये माना कि $a_n = p\alpha^n + q\beta^n$ है।

तथ्य : यदि a एवम b परिमेय सँख्यायें (rational numbers) हैं एवम् $a + b\sqrt{5} = 0$ है, तब a = 0 = b है।

53. $a_{12} =$

(A) $a_{11} + 2a_{10}$ (B) $2a_{11} + a_{10}$ (C) $a_{11} - a_{10}$ (D) $a_{11} + a_{10}$

Ans. **(D)**

Sol. As α and β are roots of equation $x^2 - x - 1 = 0$, we get :

जैसा कि α और β समीकरण $x^2 - x - 1 = 0$, के मूल है।

अतः $\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \quad \Rightarrow \alpha^2 = \alpha + 1$

$\beta^2 - \beta - 1 = 0 \quad \Rightarrow \beta^2 = \beta + 1$

$\therefore a_{11} + a_{10} = p\alpha^{11} + q\beta^{11} + p\alpha^{10} + q\beta^{10}$

$= p\alpha^{10}(\alpha+1) + q\beta^{10}(\beta+1)$

$= p\alpha^{10} \times \alpha^2 + q\beta^{10} \times \beta^2$

$= p\alpha^{12} + q\beta^{12}$

$= a_{12}$

54. If $a_4 = 28$, then $p + 2q =$

यदि $a_4 = 28$ है, तब $p + 2q =$

(A) 14 (B) 7 (C) 21 (D) 12

Ans. **(D)**

Sol. $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

$a_4 = a_3 + a_2 = 3a_1 + 2a_0 = 3p\alpha + 3q\beta + 2(p + q)$

As जैसा कि $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$, we get

अतः $a_4 = 3p\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + 3q\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + 2p + 2q = 28$

$\Rightarrow \left(\frac{3p}{2} + \frac{3q}{2} + 2p + 2q - 28\right) = 0$ .....(i)

and और $\frac{3p}{2} - \frac{3q}{2} = 0$ .....(ii)

$\Rightarrow$ p = q (from (ii) से)

$\Rightarrow$ 7p = 28 (from (i) and व (ii) से)

$\Rightarrow$ p = 4

$\Rightarrow$ q = 4

$\Rightarrow$ p + 2q = 12

Resonance®
Educating for better tomorrow

CREATES HISTORY NATIONALLY IN JEE (MAIN) 2017

1

ALL INDIA RANK

KALPIT VEERWAL

Reso Roll No.: 12405642

Resonance Udaipur Classroom Student Since Class VIII

First time in the history of JEE (Main) Examination **360/360**

AIR-5

VISHWAJEET AGRAWAL

Reso Roll No.:15101858

Study Centre: Kota

Classroom Student Since Class-XI

Best Rank from Kota City

FROM CLASSROOM PROGRAM | 2 students in top-10 (Gen) | 10 students in top-100 (Gen)

Result @ Resonance

Total Students Qualified for JEE (Advanced)

13445

Classroom: 9165 | DLP+ELP: 4280

Total Students selected in JEE (Main)

23696

Classroom: 17370 | DLP+ELP: 6326

ADMISSIONS OPEN (FOR 2017-18)

Classes: V to XII & XII+

- JEE (MAIN+ADVANCED) • JEE (MAIN) • NEET
- AIIMS • BOARD/ IJSO/ OLYMPIADS/ NTSE/ KVPY

Entrance Test Dates @101 Cities Across India:

28th MAY & 11th JUNE 17

Toll Free: 1800 258 5555

To Know more: sms **RESO** at **56677** | **E-mail:** contact@resonance.ac.in | **Website:** www.resonance.ac.in

DARKENING THE BUBBLES ON THE ORS : (ORS पर बुलबुलों को काला करने की विधि)

15. Use a **BLACK BALL POINT** to darken the bubbles on the ORS. ORS के बुलबुलों को **BLACK BALL POINT** पेन से काला करें।
16. Darken the bubble ◯ **COMPLETELY.** बुलबुले ◯ को पूर्ण रूप से काला करें।
17. The correct way of darkening a bubble is as: ● बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका है : ●
18. The ORS is machine-gradable. Ensure that the bubbles are darkened in the correct way.
    ORS मशीन–जांच्य है। सुनिश्चित करें की बुलबुले सही विधि से काले किये गयें हैं।
19. Darken the bubbles **ONLY IF** you are sure of the answer. There is **NO WAY** to erase or "un-darken" a darkened bubble.
    बुलबुले को तभी काला करें जब आप उत्तर के बारें में निश्चित हो। कोले किए हुए बुलबुले को मिटाने अथवा साफ करने का कोई तरीका नहीं है।

QUESTION PAPER FORMAT AND MARKING SCHEME :

20. The questions paper has **three parts** : **Physics, Chemistry and Mathematics.**
    इस प्रश्न–पत्र में **तीन भाग** हैं: **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान और गणित, ।**
21. Each part has three sections as detailed in the following table :
    हर भाग में तीन खंड हैं। प्रश्न पत्र का प्रारूप और अंकन योजना :

Section खंड	**Ques. Type** प्रश्न का प्रकार	**No. of Ques.** प्रश्नों की संख्या	**Category-wise Marks for Each Ques.** वर्गानुसार प्रत्येक प्रश्न के अंक				**Maximum Marks of the Section** खंड में अधिकतम अंक
			Full Marks पूर्ण अंक	**Partial Marks** आंशिक अंक	**Zero Marks** शून्य अंक	**Negative Marks** ऋण अंक	
1	Single Correct Option (एकल सही विकल्प)	7	+3 If only the bubbles corresponding to the correct option is darkened (यदि सिर्फ सारे सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है)	–	0 If none of the bubbles is darkened (यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है)	–1 In all other cases (अन्य सभी परिस्थितियों में)	21
2	One or More Correct Option(s) (एकल या एक से अधिक सही विकल्प)	7	+4 If only the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) is(are) darkened (यदि सिर्फ सही विकल्प/विकल्पों के अनुरूप बुलबुले/बुलबुलों को काला किया है)	+1 For darkening a bubble corresponding to each correct option, provided NO incorrect option is darkened (प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है)	0 If none of the bubbles is darkened (यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है)	–2 In all other cases (अन्य सभी परिस्थितियों में)	28
3	Comprehension अनुच्छेद	4	+3 If only the bubbles corresponding to the correct answer is darkened (यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है)	–	0 In all other cases (अन्य सभी परिस्थितियों में)	–	12

This solution was download from Resonance JEE ADVANCED 2017 Solution portal