P1-16-3-2

प्रश्नपत्र-1

कोड **2**

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 186

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

सामान्य

1. यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोडें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस प्रष्ठ के ऊपरी दायें कोने और इस पुस्तिका के पिछले प्रष्ठ के दायें कोने पर छपा है।
3. प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) (ORS) का उपयोग करें।
4. प्रश्नपत्र कोड ओ.आर.एस. के बायें तथा दायें भाग में छापे हुए हैं। सुनिश्चित करें की यह दोनों कोड समरूप हैं तथा ये प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपे कोड के समान हैं। यदि नहीं, तो ओ.आर.एस. को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
5. कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गयें हैं।
6. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिये गए स्थान में अपना नाम व रोल नंबर लिखिए एवं हस्ताक्षर बनाइये।
7. **पूर्वाह्न 9.00 बजे** इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के बाद कृपया जाँच लें की इसमें **36** पृष्ठ हैं और सभी **54** प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं। यदि नहीं, तो प्रश्नपत्र को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
8. परीक्षार्थी प्रश्नपत्र को परीक्षा की समाप्ती पर ले जा सकते हैं।

ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.)

9. दी गयी ओ.आर.एस. (ऊपरी शीट) के साथ परीक्षार्थी की शीट (निचली शीट) संलग्न है। परीक्षार्थी की शीट ओ.आर.एस. कि कार्बन-रहित प्रति है।
10. ओ.आर.एस. पर अनुरूप बुलबुलों (bubbles) को पर्याप्त दबाव डालकर काला करें। ऐसा करने से परीक्षार्थी की शीट पर भी अनुरूप स्थान पर चिन्ह लग जायेगा।
11. ओ.आर.एस. को परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जाएगा।
12. परीक्षा के समापन पर आपको परीक्षार्थी की शीट ले जाने की अनुमति है।
13. ओ.आर.एस. में हेर-फेर/विकृति न करें। **ओ.आर.एस. का कच्चे काम के लिए प्रयोग न करें।**
14. अपना नाम, रोल नंबर एवं परीक्षा केंद्र का कोड ओ.आर.एस. में दिए गए खानों में कलम से लिखें और अपने हस्ताक्षर करें। **इनमें से कोई भी विवरण ओ.आर.एस. में कहीं और न लिखें।** रोल नंबर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि

15. ओ.आर.एस. के बुलबुलों को **काले बॉल पॉइन्ट कलम** से काला करें।
16. बुलबुले ◯ को **पूर्ण रूप** से काला करें।
17. बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका है: ●
18. ओ.आर.एस. मशीन-जाँच्य है। सुनिश्चित करें की बुलबुले सही विधि से काले किए गयें हैं।
19. बुलेबुले को **तभी काला करें** जब आप उत्तर के बारे में निश्चित हो। काले किए हुए बुलबुले को मिटाने अथवा साफ करने का कोई तरीका नहीं है।

कृपया शेष निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें ।

204112

* 2

SEAL

निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहरें न तोड़ें

SEAL

भाग I : भौतिक विज्ञान

खंड 1 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पाँच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक	: +3	यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
शून्य अंक	: 0	यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक	: –1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.1 प्लांक स्थिरांक निकालने के लिए एक एतिहासिक प्रयोग में एक धातु की सतह को अलग-अलग तरंगदैर्ध्य के प्रकाश से प्रदीप्त किया गया। उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा को निरोधी विभव (stopping potential) लगाकर मापा गया। उपयोग में लाये गए आपतित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य (λ) एवं संबन्धित निरोधी विभव (V_0) के आंकडे नीचे दिये गए हैं :

λ (μm)	V_0 (Volt)
0.3	2.0
0.4	1.0
0.5	0.4

$eV_{0_1} + W = \frac{hc}{\lambda_1}$

$eV_{0_2} + W = \frac{hc}{\lambda_2}$

प्रकाश की गति $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ तथा इलेक्ट्रॉन का आवेश $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C दिया गया है। इस प्रयोग से निकाले गए प्लांक स्थिरांक (J s मात्रक में) का मान है

(A) 6.0×10^{-34} (B) 6.4×10^{-34} (C) 6.6×10^{-34} (D) 6.8×10^{-34}

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$e(V_{0_1} - V_{0_2}) = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$

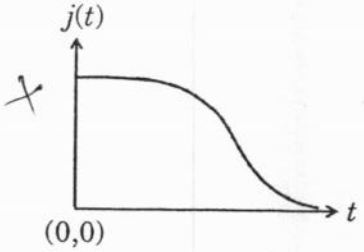
$h = \frac{e\Delta V}{c}\left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\right)$

$e = \frac{\frac{1}{10} \times 10^6 \; hc}{\frac{12}{100} \times 10^6} = \frac{10}{12} \times 10^6 hc = 1.6 \times 10^{-19}$

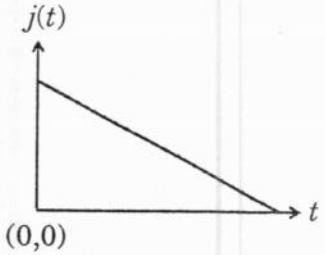
$h = \frac{12}{10} \times 10^{-6} \times 9 \times 10^8 = 1.6 \times 10^{-34}$

Q.2 एक बेलनाकार अनंत विद्युतचालक कवच की त्रिज्या R है। बेलन के अक्ष पर एक अनंत रेखीय विद्युत आवेश स्थित है जिसका एकसमान रेखीय घनत्व λ है। बेलन के अंदर की जगह को समय $t = 0$ पर एक पदार्थ से भरा जाता है, जिसका पराविद्युतांक ε एवं विद्युतचालकता σ है। पदार्थ में विद्युत आवेश की चालकता ओम् के नियम (Ohm's law) का पालन करती है। परवर्ती समय में पदार्थ में किसी भी बिन्दु पर विद्युत धारा घनत्व $j(t)$ के परिमाण में परिवर्तन का सबसे अच्छा वर्णन कौनसा लेखाचित्र करता है?

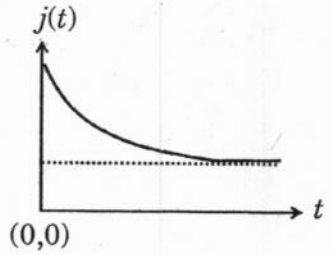
(A)



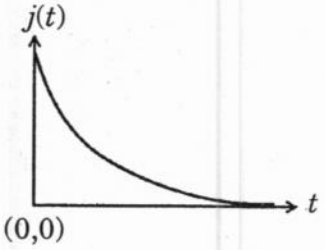
(B)



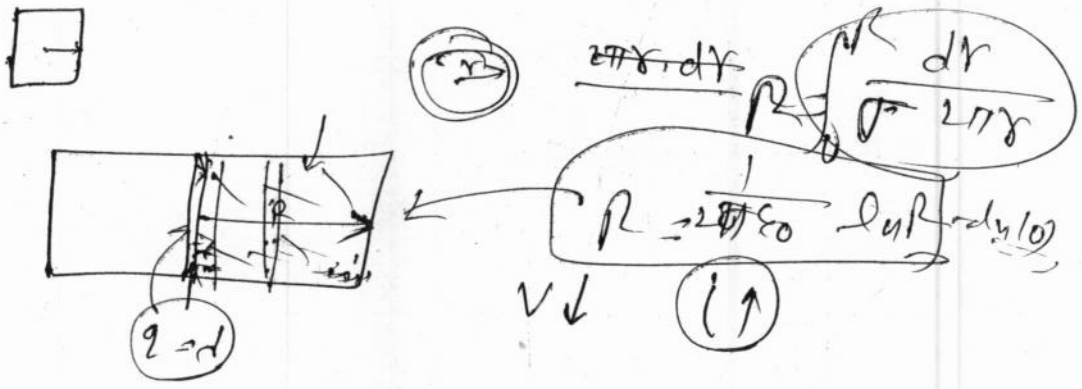
(C)



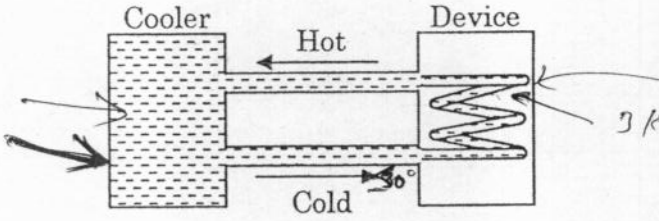
(D)



कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.3 120 लिटर क्षमता वाला पानी का एक कूलर समान दर P watts से पानी को ठंडा कर सकता है। एक बंद परिसंचारण में (जैसा व्यवस्था चित्र में दर्शाया गया है) कूलर के पानी से एक बाहरी यंत्र को ठंडा किया जाता है जो हमेशा 3 kW ऊष्मा उत्पन्न करता है। यंत्र को दिया गया पानी का तापमान 30 °C से ज्यादा नहीं हो सकता एवं पूरा 120 लिटर पानी प्रारम्भ में 10 °C तक ठंडा किया गया है। पूरा निकाय तापरोधी है। इस यंत्र को तीन घंटे तक चालू रखने के लिए कम से कम कितनी शक्ति P (watts में) की जरूरत है?



(पानी की विशिष्ट ऊष्मा = 4.2 kJ $kg^{-1} K^{-1}$ और पानी का घनत्व = 1000 kg m^{-3})

(A) 1600 (B) 2067 (C) 2533 (D) 3933

Q.4 1.6 kg द्रव्यमान और l लंबाई की एकसमान लकड़ी की एक डंडी एक चिकनी खड़ी दीवार, जिसकी ऊंचाई $h(<l)$ है, पर आनत तरीके से इस तरह से रखी गयी है कि डंडी का एक छोटा सा भाग दीवार से ऊपर निकला हुआ है। डंडी पर दीवार का प्रतिक्रिया बल डंडी के लम्बरूप में है। डंडी दीवार के साथ 30° का कोण बना रही है और डंडी का आधार एक घर्षण वाली ज़मीन पर है। दीवार से डंडी पर प्रतिक्रिया तथा ज़मीन से डंडी पर प्रतिक्रिया की मात्रा समान है। h/l का अनुपात एवं डंडी के आधार पर घर्षण बल f है

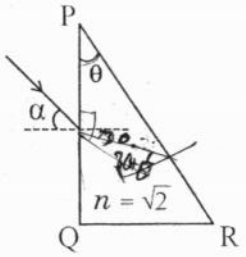
($g = 10$ m s^{-2})

(A) $\frac{h}{l}=\frac{\sqrt{3}}{16}, f=\frac{16\sqrt{3}}{3}$N (B) $\frac{h}{l}=\frac{3}{16}, f=\frac{16\sqrt{3}}{3}$N

(C) $\frac{h}{l}=\frac{3\sqrt{3}}{16}, f=\frac{8\sqrt{3}}{3}$N (D) $\frac{h}{l}=\frac{3\sqrt{3}}{16}, f=\frac{16\sqrt{3}}{3}$N

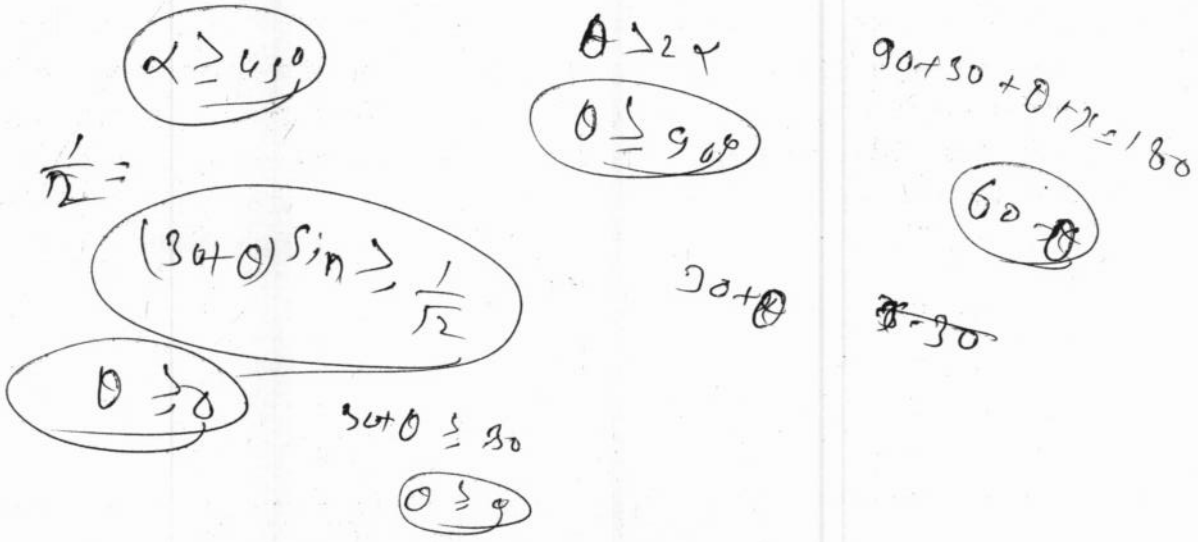
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.5 वायु से आती प्रकाश की एक समानान्तर किरण-पुंज (parallel beam) एक समकोण त्रिभुजीय प्रिज्म (right angled triangular prism), जिसका अपवर्तनांक $n=\sqrt{2}$ है, के PQ तल पर α कोण से आपतित होती है। जब α का न्यूनतम मान $45°$ है तो प्रकाश का प्रिज्म की PR सतह पर पूर्ण आंतरिक परावर्तन (total internal reflection) होता है। प्रिज्म का कोण θ क्या होगा?



(A) 15° (B) 22.5° (C) 30° (D) 45°

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।

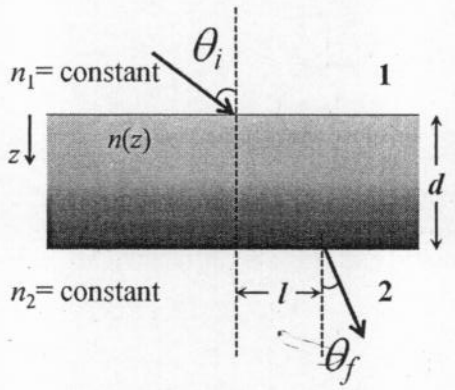
आंशिक अंक : +1 **प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला **नहीं** किया है।

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला **नहीं** किया है।

ऋण अंक : –2 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) और (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगें; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगें; तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर –2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.6 *'d'* मोटाई के एक पारदर्शी पट्ट का अपवर्तनांक $n(z)$ का मान z बढ़ाने से बढ़ता है। यहाँ z पट्ट के अंदर ऊपरी सतह से मापी गयी ऊर्ध्वाधर दूरी है। पट्ट को दो माध्यमों के बीच रखा गया है जिनके एकसमान (uniform) अपवर्तनांक n_1 एवं $n_2 (> n_1)$ है, जैसा की चित्र में दर्शाया गया है। यहाँ n_1 और n_2 स्थिर (constant) हैं। प्रकाश की एक किरण माध्यम 1 से पट्ट पर θ_i कोण से आपतित है तथा माध्यम 2 में पार्श्विक विस्थापन (lateral displacement) l से अपवर्तन कोण θ_f पर निकसित होती है।



निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

(A) $n_1 \sin\theta_i = (n_2 - n_1)\sin\theta_f$

(B) $n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_f$

(C) l का मान $n(z)$ पर निर्भर करता है

(D) l का मान n_2 पर निर्भर नहीं करता है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.7 एक लंबाई माप (l) की निर्भरता, पराविद्युत पदार्थ के पराविद्युतांक (ε), बोल्टज़मान स्थिरांक (Boltzmann constant) (k_B), परम ताप (T), एक आयतन में कुछ आवेशित कणों की संख्या (n) (संख्या–घनत्व) तथा हर एक कण के आवेश (q) पर होती है। l के लिए निम्नलिखित में से सही विमीयता वाला कौनसा/कौनसे सूत्र है/हैं?

(A) $l = \sqrt{\left(\frac{nq^2}{\varepsilon k_B T}\right)}$

(B) $l = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon k_B T}{nq^2}\right)}$

(C) $l = \sqrt{\left(\frac{q^2}{\varepsilon n^{2/3} k_B T}\right)}$

(D) $l = \sqrt{\left(\frac{q^2}{\varepsilon n^{1/3} k_B T}\right)}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.8 एक तापदीप्त बल्ब के टंग्स्टन तन्तु को विद्युत धारा के प्रवाह से उच्च तापमान पर गरम करने पर टंग्स्टन तन्तु कृष्णिका विकिरण (black-body radiation) उत्सर्जित करता है। यह देखा गया है कि लंबे समय के प्रयोग के बाद टंग्स्टन तन्तु में असमान वाष्पीकरण के कारण तन्तु किसी भी जगह से टूट जाता है। यदि बल्ब को विद्युत शक्ति एक स्थिर वोल्टता पर दी गयी है तो निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

(A) तन्तु पर तापमान का वितरण एक समान है

(B) तन्तु के छोटे भागों का प्रतिरोध समय के साथ कम होता जाता है

(C) टूटने से पहले तन्तु उच्च आवृती पट्टी (high frequency band) का प्रकाश पहले से ज्यादा उत्सर्जित करता है

(D) तन्तु अपनी आयु के आखरी समय में कम विद्युत शक्ति का प्रयोग करता है

Q.9 m द्रव्यमान के एक कण का स्थिति-सदिश $\vec{r}$ नीचे समीकरण में दिया गया है

$$\vec{r}(t)=\alpha t^3\,\hat{i}+\beta t^2\,\hat{j},$$

जिसमें $\alpha=10/3\ \text{m s}^{-3}$, $\beta=5\ \text{m s}^{-2}$ एवं $m=0.1\ \text{kg}$ हैं। समय $t=1\ \text{s}$ पर, निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

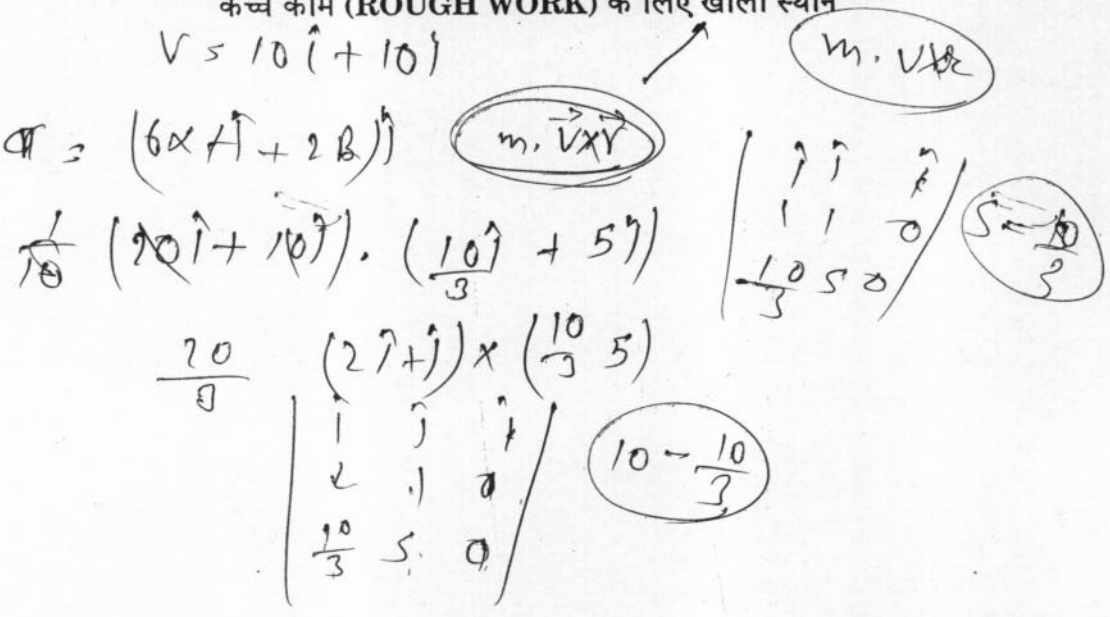
(A) वेग का मान $\vec{v}=(10\hat{i}+10\hat{j})\ \text{m s}^{-1}$ है

(B) मूल बिन्दु के गिर्द कोणीय संवेग का मान $\vec{L}=-(5/3)\hat{k}\ \text{N m s}$ है

(C) बल का मान $\vec{F}=(\hat{i}+2\hat{j})\text{N}$ है

(D) मूल बिन्दु के गिर्द घूर्णन का मान $\vec{\tau}=-(20/3)\hat{k}\ \text{N m}$ है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.10 एक समतल-उत्तल लेंस के पदार्थ का अपवर्तनांक n है। जब एक छोटी वस्तु को लेंस के वक्रप्रष्ट के सामने 30 cm की दूरी पर रखते हैं तो उस वस्तु की दुगुनी साइज़ का प्रतिबिम्ब बनता है। उत्तल प्रष्ट से परावर्तन के कारण लेंस से 10 cm की दूरी पर एक क्षीण प्रतिबिम्ब भी बनता है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

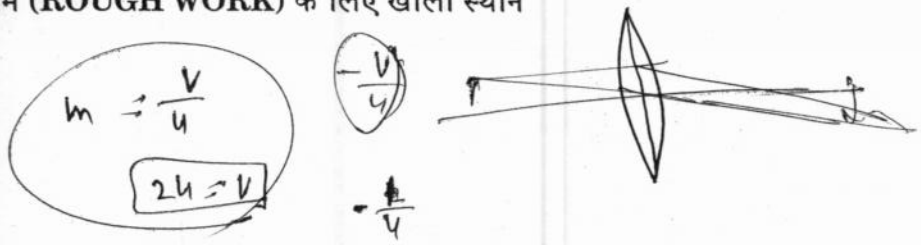
(A) लेंस का अपवर्तनांक 2.5 है

(B) उत्तल प्रष्ट की वक्रता त्रिज्या 45 cm है

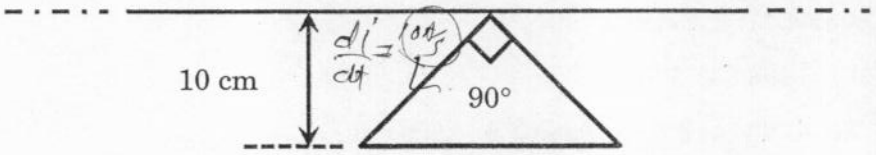
(C) क्षीण प्रतिबिम्ब वास्तविक एवं सीधा है

(D) लेंस की फोकस दूरी 20 cm है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.11 एक समकोणीय त्रिकोण चालकीय फंदे की ऊंचाई 10 cm है एवं इसकी दो भुजाएं समान है। इस फंदे का समकोणीय बिन्दु एक अनंत लम्बाई के चालकीय तार के बहुत नजदीक इस तरह से रखा गया है की त्रिकोण का कर्ण चालकीय तार के समानान्तर है (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है)। तार तथा फंदा एक दूसरे से विद्युतरोधी है। त्रिकोणिय फंदे में धारा वामावर्त् दिशा में एक समान दर $10\ \mathrm{A\,s^{-1}}$ से बढ़ती है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?



(A) यदि फंदे को एकसमान कोणिय गति से तार के अक्ष पर घुमाया जाता है तब तार में $\left(\frac{\mu_0}{\pi}\right)$ volt परिमाण का अतिरिक्त् *emf* प्रेरित होता है

(B) तार में उत्पन्न *emf* का परिमाण $\left(\frac{\mu_0}{\pi}\right)$ volt है

(C) फंदे एवं तार के मध्य प्रतिकर्षी बल है

(D) तार में प्रेरित धारा कर्ण में धारा के विपरीत दिशा में है

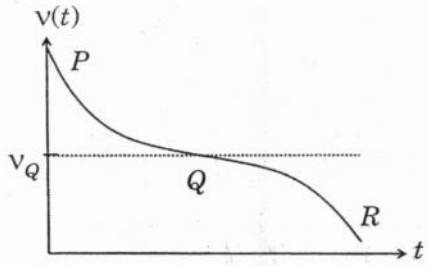
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.12 दो लाउडस्पीकर M एवं N जो की एक दूसरे से 20 m की दूरी पर है, क्रमशः 118 Hz एवं 121 Hz की ध्वनि उत्सर्जित करते हैं। बिन्दु P रेखा MN के द्विभाजक लंब पर स्थित है तथा MN के मध्य बिन्दु Q से 1800 m की दूरी पर है। एक कार बिन्दु P से बिन्दु Q की तरफ 60 km/hr की स्थित गति से चलना प्रारम्भ करती है। कार Q बिन्दु को पार कर अंततोगत्वा बिन्दु R के आगे चली जाती है, जहां बिन्दु R बिन्दु Q से 1800 m की दूरी पर है। कार में बैठा व्यक्ति समय t पर विस्पंद-आवृती (beat frequency) $\nu(t)$ मापता है। बिन्दु P, Q, R पर विस्पंद-आवृती क्रमशः ν_P, ν_Q, ν_R है। ध्वनि की हवा में गति 330 m s^{-1} है। कार में बैठे व्यक्ति द्वारा सुनी गयी ध्वनि के बारे में निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

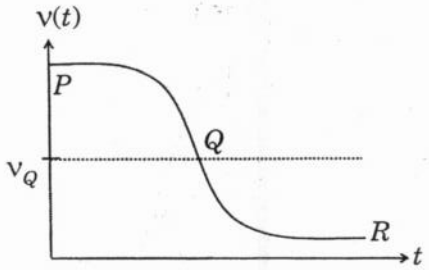
(A) जब कार Q बिन्दु को पार करती है तो विस्पंद-आवृती की दर में अधिकतम परिवर्तन होता है

(B) $\nu_P + \nu_R = 2\,\nu_Q$

(C) नीचे दिखाया गया लेखाचित्र विस्पंद-आवृती का समय के साथ परिवर्तन की व्यवस्था को दर्शाता है



(D) नीचे दिखाया गया लेखाचित्र विस्पंद-आवृती का समय के साथ परिवर्तन की व्यवस्था को दर्शाता है



कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.13 Ze नाभिकीय आवेश के हाइड्रोजन की तरह के परमाणु की अत्यधिक उत्तेजित अवस्था (जिसे रिड्बर्ग अवस्था भी कहते हैं) को उसके मुख्य क्वांटम अंक n $(n >> 1)$ से परिभाषित किया जाता है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

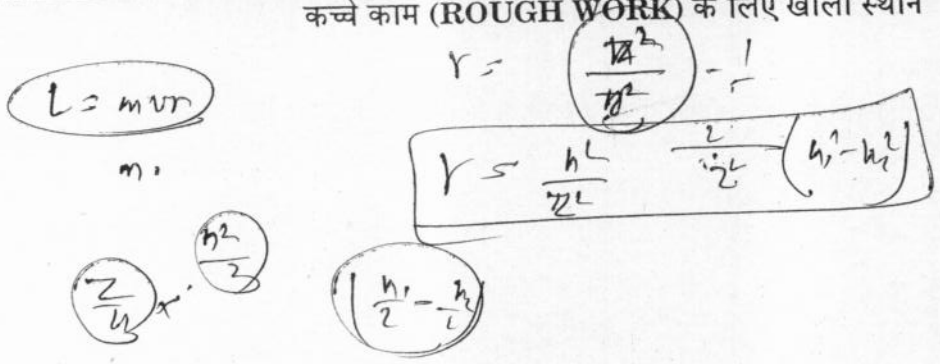
(A) दो क्रमागत कक्षों की त्रिज्या का आपेक्षित अंतर (relative change) Z के ऊपर निर्भर नहीं करता है

(B) दो क्रमागत कक्षों की त्रिज्या का आपेक्षित अंतर $1/n$ के समानुपात होता है

(C) दो क्रमागत कक्षों की ऊर्जा का आपेक्षित अंतर $1/n^3$ के समानुपात होता है

(D) दो क्रमागत कक्षों के कोणिय संवेग का आपेक्षित अंतर $1/n$ के समानुपात होता है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



खंड 3 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में **पाँच** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न में ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

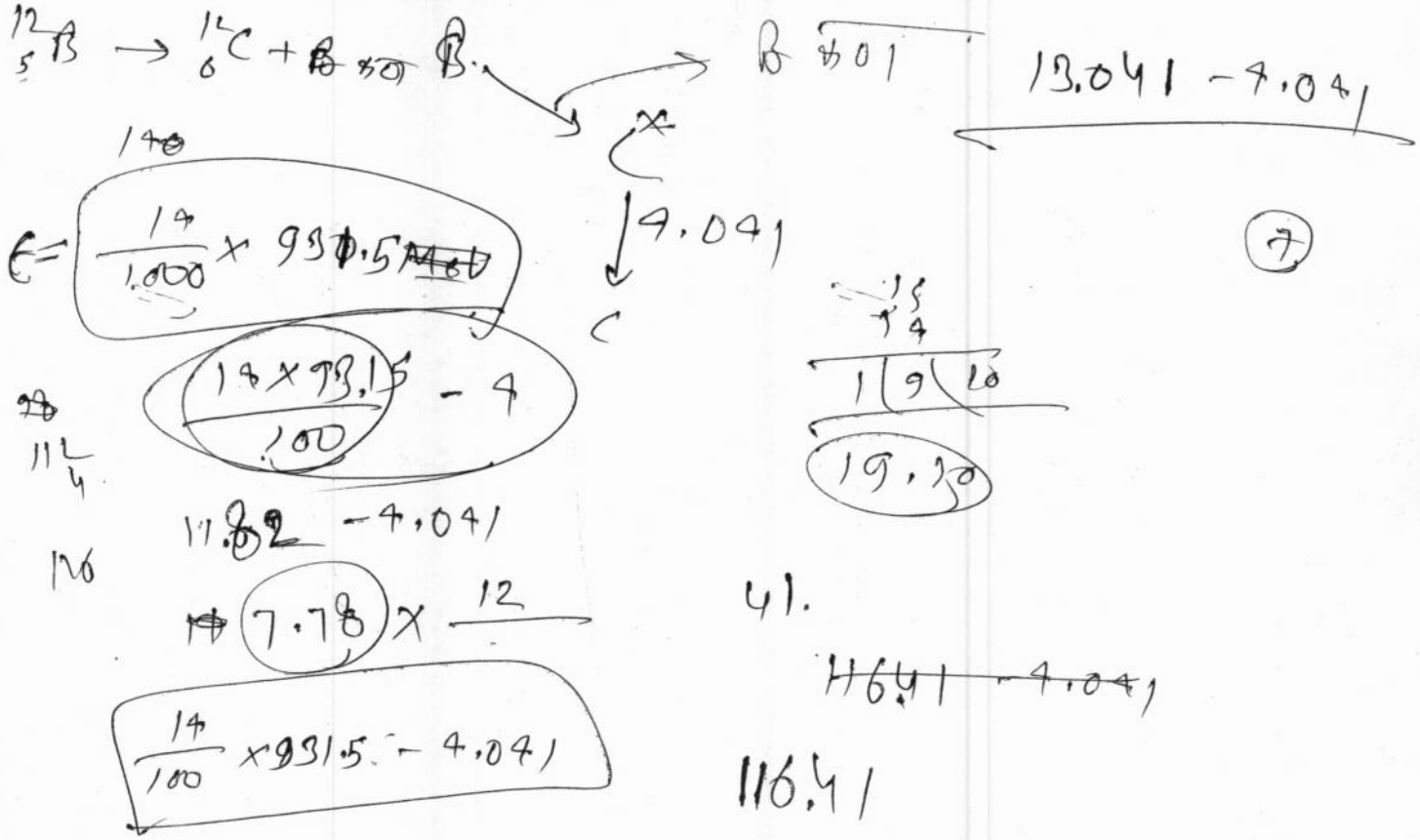
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.14 एक धातु को भट्टी में गरम करते हुए उसकी विकिरण शक्ति (P) को धातु के ऊपर रखे हुए एक संवेदक (sensor) से पढ़ते है। संवेदक का पैमाना $\log_2(P/P_0)$ को पढ़ता है, यहाँ P_0 एक स्थिरांक है। जब धातु का तापमान 487 °C है तो संवेदक का पठन 1 है। मान लीजिये कि धातु की सतह की उत्सर्जकता स्थिर है। धातु की सतह का तापमान 2767 °C तक बढ़ाने पर संवेदक का पठन क्या होगा?

Q.15 समस्थानिक (isotope) $^{12}_{5}B$ जिसका द्रव्यमान 12.014 u है, बीटा क्षय (β-decay) की प्रक्रिया से $^{12}_{6}C$ में परिवर्तित हो जाता है। $^{12}_{6}C$ की एक नाभिकीय उत्तेजित अवस्था ($^{12}_{6}C^*$) निम्नतम अवस्था से 4.041 MeV ऊपर होती है। अगर $^{12}_{5}B$ क्षय होकर $^{12}_{6}C^*$ में परिवर्तित होता है तो बीटा कण की अधिकतम गतिक ऊर्जा (MeV की मात्रा में) क्या होगी? (1 u = 931.5 MeV/c^2, यहाँ c निर्वात में प्रकाश की गति है)

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.16 8 gm cm^{-3} घनत्व वाले दो ठोस गोले P तथा Q का व्यास क्रमशः 1 cm एवं 0.5 cm हैं। गोले P को 0.8 gm cm^{-3} घनत्व एवं $\eta = 3$ poiseulles श्यानत्व (viscosity) वाले एक तरल में गिराया जाता है और गोले Q को 1.6 gm cm^{-3} घनत्व एवं $\eta = 2$ poiseulles श्यानत्व (viscosity) वाले दूसरे तरल में गिराया जाता है। गोले P एवं Q के अंतिम वेगों का अनुपात क्या होगा?

Q.17 एक हाइड्रोजन परमाणु को उसकी निम्नतम अवस्था में 970 Å तरंगदैर्ध्य वाले प्रकाश से प्रदीप्त किया जाता है। यहाँ पर $hc/e = 1.237 \times 10^{-6}$ eV m तथा हाइड्रोजन परमाणु की न्यूनतम अवस्था की ऊर्जा –13.6 eV है। उत्सर्जित मानावली (emission spectrum) में रेखाओं की संख्या क्या होगी?

Q.18 दो प्रेरकों (Inductors) L_1 तथा L_2 का प्रेरकत्व क्रमशः 1 mH एवं 2 mH हैं, एवं आंतरिक प्रतिरोध क्रमशः 3 Ω एवं 4 Ω हैं। इन दोनों प्रेरकों तथा एक प्रतिरोधक R, जिसका प्रतिरोध 12 Ω है, सभी को एक 5 V की बैट्री से समानान्तर में जोड़ दिया गया है। परिपथ को समय $t = 0$ पर चालू किया जाता है। बैट्री से निकली अधिकतम एवं न्यूनतम धाराओं का अनुपात (I_{max} / I_{min}) क्या होगा?

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

भाग II : रसायन विज्ञान

खंड 1 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पाँच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक	: +3	यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।
शून्य अंक	: 0	यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक	: –1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.19 पूर्ण हाइड्रोजनीकरण पर प्राकृतिक रबर क्या उत्पादित करती है?

(A) एथिलीन–प्रोपिलीन सहबहुलक (B) वल्कनीकृत (vulcanised) रबर

(C) पॉलीप्रोपिलीन (D) पॉलीब्यूटिलीन

Q.20 $[Ni(CO)_4]$, $[NiCl_4]^{2-}$, $[Co(NH_3)_4Cl_2]Cl$, $Na_3[CoF_6]$, Na_2O_2 तथा CsO_2 में अनुचुम्बकीय (paramagnetic) यौगिकों की कुल संख्या है

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

Q.21 एक आदर्श गैस का एक मोल 300 K पर परिवेश (surroundings) के साथ ऊष्मीय सम्पर्क (thermal contact) में समतापीय अवस्था में 3.0 atm के स्थिर दाब पर 1.0 L से 2.0 L तक प्रसारित होता है। इस प्रक्रिया में परिवेश की एन्ट्रॉपी में परिवर्तन, (ΔS_{surr}) J K^{-1} मात्रक में, क्या होगा?

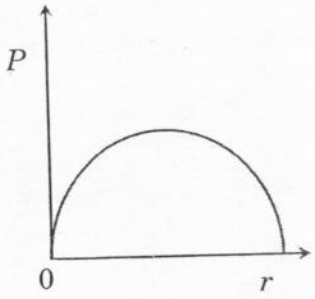
(1 L atm = 101.3 J)

(A) 5.763 (B) 1.013 (C) –1.013 (D) –5.763

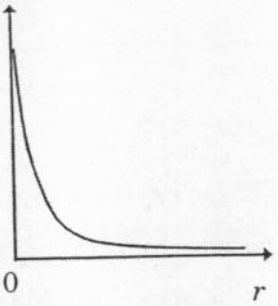
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.22 हाइड्रोजन परमाणु के $1s$ इलेक्ट्रॉन के नाभिक से r दूरी पर एक अनन्त सूक्ष्म मोटाई, dr, के गोलीय कोश में पाये जाने की प्रायिकता (probability) P है। इस कोश का आयतन $4\pi r^2 dr$ है। P की r पर निर्भरता का गुणात्मक रेखाचित्र है

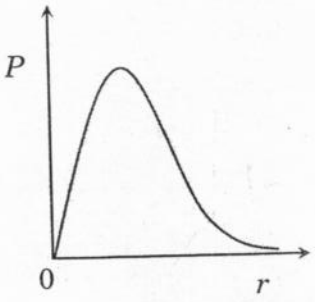
(A)



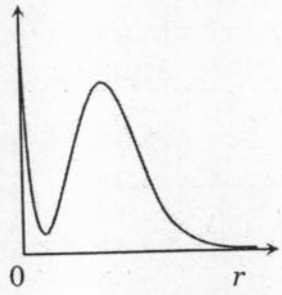
(B)



(C)



(D)



Q.23 निम्नलिखित समूह (Group) 13 के तत्वों की बढ़ती हुई परमाणु त्रिज्याओं का क्रम है

(A) $Al < Ga < In < Tl$

(B) $Ga < Al < In < Tl$

(C) $Al < In < Ga < Tl$

(D) $Al < Ga < Tl < In$

कच्चे काम **(ROUGH WORK)** के लिए खाली स्थान

B
Al
Ga
Ga
Al
Zn
Zn
Tl
Tl

खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे**:

  पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।

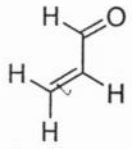
  आंशिक अंक : +1 **प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला **नहीं** किया है।

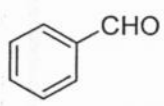
  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला **नहीं** किया है।

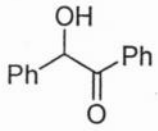
  ऋण अंक : –2 अन्य सभी परिस्थितियों में।

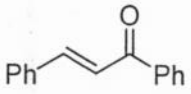
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) और (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगें; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगें; तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर –2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.24 निम्नलिखित में से कौन सा (कौन से) विकल्प सकारात्मक (Positive) टॉलेन परीक्षण (Tollen's test) दिखाता (दिखाते) है (हैं)?

(A) 

(B) 

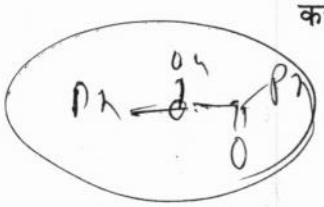
(C) 

(D) 

Q.25 यौगिक/यौगिकों, जिसके/जिनके केन्द्रीय परमाणु के पास दो एकॉकी इलेक्ट्रॉन युग्म है/हैं

(A) BrF_5 (B) ClF_3 (C) XeF_4 (D) SF_4

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.26 स्थायी नाभिकों के न्यूट्रॉनों की संख्या (N) विरूद्ध प्रोटॉनों की संख्या (P) का आलेख परमाणु क्रमांक, $Z > 20$ के लिये रैखिकता से ऊर्ध्वमुखी विचलन प्रदर्शित करता है। एक अस्थायी नाभिक के लिये जिसका N/P अनुपात 1 से कम है, क्षय की संभव विधा(यें) है/ हैं

(A) β^--क्षय (β उत्सर्जन)

(B) कक्षीय अथवा K-इलेक्ट्रॉन प्रग्रहण (capture)

(C) न्यूट्रॉन उत्सर्जन

(D) β^+-क्षय (पॉज़िट्रान उत्सर्जन)

Q.27 बोरैक्स (borax) के क्रिस्टलीय रूप में

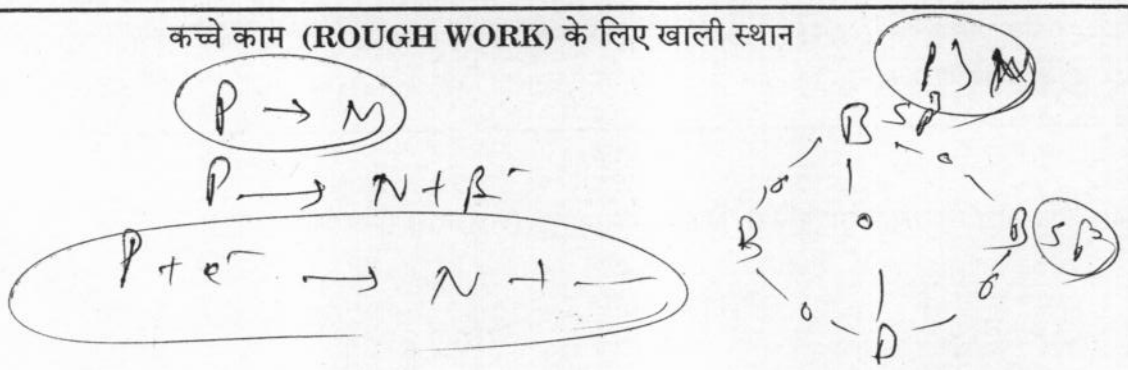
(A) चतुर्नाभिकीय $[B_4O_5(OH)_4]^{2-}$ एकक (unit) है

(B) सभी बोरॉन परमाणु एक ही तल में हैं

(C) sp^2 तथा sp^3 संकरित (hybridized) बोरॉन परमाणुओं की संख्या समान है

(D) प्रति बोरॉन परमाणु पर एक अन्तस्थ (terminal) हाइड्रोक्सॉइड है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.28 अभिकारक (reagent) जो S^{2-} तथा SO_4^{2-} के मिश्रण से S^{2-} को वरणात्मक (selectively) अवक्षेप द्वारा जलीय विलयन से पृथक कर सकता (सकते) है/हैं

(A) $CuCl_2$ (B) $BaCl_2$ (C) $Pb(OOCCH_3)_2$ (D) $Na_2[Fe(CN)_5NO]$

Q.29 निम्नलिखित अभिक्रिया अभिक्रम से संबंधित सही कथन है/हैं

क्युमीन
Cumene (C_9H_{12}) $\xrightarrow[\text{ii) } H_3O^+]{\text{i) } O_2}$ **P** $\xrightarrow{CHCl_3/NaOH}$ **Q** (मुख्य) + **R** (गौण)

$$\mathbf{Q} \xrightarrow[PhCH_2Br]{NaOH} \mathbf{S}$$

(A) **R** भाप वाष्पशील (steam volatile) है।

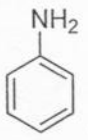
(B) 1% जलीय $FeCl_3$ विलयन के साथ **Q** गहन बैंगनीं रंग देता है

(C) 2, 4 –डाइनाइट्रोफेनिलहाइड्रेज़ीन (dinitrophenylhydrazine) के साथ **S** पीला अवक्षेप देता है

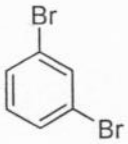
(D) 1% जलीय $FeCl_3$ विलयन के साथ **S** गहन बैंगनीं रंग देता है

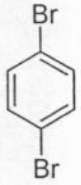
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

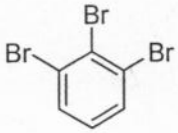
Q.30 निम्नलिखित अभिक्रिया अभिक्रम का (के) उत्पाद है/हैं

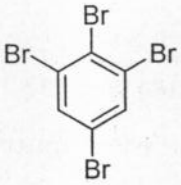


i) एसिटिक एनहाइड्राइड (Acetic anhydride)/ पिरिडीन (pyridine)
ii) $KBrO_3/HBr$
iii) H_3O^+, ऊष्मा
iv) $NaNO_2/HCl$, 273–278 K
v) Cu/HBr

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

Q.31 आर्रेनिअस (Arrhenius) समीकरण के अनुसार

(A) उच्च सक्रियण ऊर्जा (activation energy) सामान्यत: तीव्र अभिक्रिया दर्शाती है।

(B) तापमान के बढ़ने से वेग-स्थिरांक (rate constant) बढ़ता है। यह उन टक्करों की संख्या बढ़ने के कारण है जिनकी ऊर्जा सक्रियण ऊर्जा से ज्यादा हो जाती है।

(C) सक्रियण ऊर्जा की मात्रा जितनी उच्च होगी, वेग-स्थिरांक की तापमान पर निर्भरता उतनी ही प्रबल होगी।

(D) उनकी ऊर्जा पर विचार किए बिना, पूर्व-चरघातांकी गुणक (pre-exponential factor) टक्करों की दर (rate of collisions) का मापक है।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 3 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पाँच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न में ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार** दिये जाएंगे:

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.32 संकुल $[CoL_2Cl_2]^-$ $(L = H_2NCH_2CH_2O^-)$ के संभावित ज्यामितीय समावयवियों (geometric isomers) की संख्या है

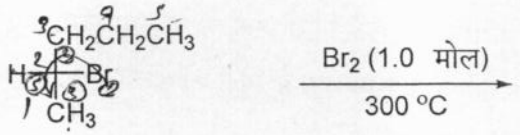
Q.33 उदासीन अथवा धूमिल क्षारीय विलयन (alkaline solution) में 8 मोल परमैन्गनेट ऋणायन (permanganate anion) थायोसल्फेट ऋणायनों (thiosulphate anions) का मात्रात्मक आक्सीकरण कर **X** मोल सल्फर (sulphur) अन्तर्विष्ट उत्पाद उत्पादित करते हैं। **X** की मात्रा है

Q.34 एक विलेय का एक विलयन में मोल भिन्न (mole fraction) 0.1 है। 298 K पर इस विलयन की मोलरता (molarity) इसकी मोललता (molality) के समान है। इस विलयन का घनत्व 298 K पर 2.0 g cm^{-3} है। विलेय तथा विलायक के अणुभारों का अनुपात, $\left[\frac{\text{अणुभार}_{\text{विलेय}}}{\text{अणुभार}_{\text{विलायक}}}\right]$, है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.35 एक आदर्श गैस का विसरण गुणांक (diffusion coefficient) इसके माध्य मुक्त पथ (mean free path) तथा माध्य चाल (mean speed) के समानुपातिक है। एक आदर्श गैस का परम तापमान 4 गुना बढ़ाया जाता है और इसका दाब 2 गुना बढ़ाया जाता है। परिणामस्वरूप, इस गैस का विसरण गुणांक x गुना बढ़ जाता है। x का मान है

Q.36 निम्नलिखित एकब्रोमिनेशन (monobromination) अभिक्रिया में सम्भावित किरल (chiral) उत्पादों की संख्या है



(1.0 मोल)

(enantiomerically pure)

(ऐनैन्टियोमरीय शुद्ध)

भाग II : रसायन विज्ञान का अंत

कच्चे काम **(ROUGH WORK)** के लिए खाली स्थान

भाग III : गणित

खंड 1 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पाँच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।

  ऋण अंक : −1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.37 माना कि $-\frac{\pi}{6} < \theta < -\frac{\pi}{12}$ है। मान लीजिये कि α_1 और β_1 समीकरण $x^2 - 2x\sec\theta + 1 = 0$ के मूल (roots) हैं और α_2 और β_2 समीकरण $x^2 + 2x\tan\theta - 1 = 0$ के मूल हैं। यदि $\alpha_1 > \beta_1$ और $\alpha_2 > \beta_2$ हैं, तब $\alpha_1 + \beta_2$ का मान है

(A) $2(\sec\theta - \tan\theta)$ (B) $2\sec\theta$

(C) $-2\tan\theta$ (D) 0

Q.38 एक संगणक (computer) निर्माण करने वाले कारखाने में केवल दो संयंत्र (plant) T_1 और T_2 हैं। कुल निर्मित संगणकों का 20% संयंत्र T_1 और 80% संयंत्र T_2 निर्माण करते हैं। कारखाने में निर्मित 7% संगणक खराब (defective) निकलते हैं। यह ज्ञात है कि

P (संगणक खराब निकलता है यदि यह दिया गया है कि संगणक संयंत्र T_1 में निर्मित है)

$= 10P$ (संगणक खराब निकलता है यदि यह दिया गया है कि संगणक संयंत्र T_2 में निर्मित है),

जहाँ $P(E)$ एक घटना E की प्रायिकता दर्शाता है। कारखाने में निर्मित एक संगणक यादृच्छया चुना ज्ञाता है और वह खराब नहीं निकलता है। तब उसके संयंत्र T_2 में निर्मित होने की प्रायिकता है

(A) $\frac{36}{73}$ (B) $\frac{47}{79}$ (C) $\frac{78}{93}$ (D) $\frac{75}{83}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.39 एक वाद-विवाद समूह (club) में 6 लड़कियाँ और 4 लड़के हैं। इस समूह में से एक चार सदस्यीय दल चुनना है जिसमें दल के एक कप्तान (captain) (उन्हीं चार सदस्यों से) का चुनाव भी सम्मिलित है । यदि दल में अधिकतम एक लड़का सम्मिलित हो तब दल को चुनें जाने के तरीकों की संख्या है

(A) 380 (B) 320 (C) 260 (D) 95

Q.40 यदि $\alpha \in \mathbb{R}$ और सभी $x > 0$ है, तब $4\alpha x^2 + \frac{1}{x} \geq 1$ के लिए α का न्यूनतम मान क्या होगा?

(A) $\frac{1}{64}$ (B) $\frac{1}{32}$ (C) $\frac{1}{27}$ (D) $\frac{1}{25}$

Q.41 माना कि $S = \left\{x \in (-\pi, \pi) : x \neq 0, \pm\frac{\pi}{2}\right\}$ है। समुच्चय S में समीकरण $\sqrt{3}\sec x + \operatorname{cosec} x + 2(\tan x - \cot x) = 0$ के सभी भिन्न हलों (all distinct solutions) का योग (sum) है

(A) $-\frac{7\pi}{9}$ (B) $-\frac{2\pi}{9}$ (C) 0 (D) $\frac{5\pi}{9}$

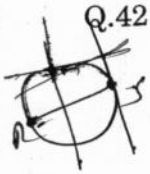
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक	:	+4	यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक	:	+1	**प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।
ऋण अंक	:	–2	अन्य सभी परिस्थितियों में।

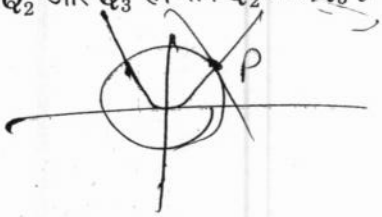
- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) और (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगें; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगें; तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर –2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

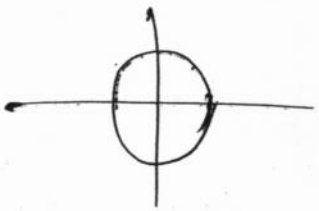


Q.42 माना कि RS वृत्त $x^2+y^2=1$ का व्यास (diameter) है, जहाँ कि S बिंदु $(1, 0)$ है। माना कि P (R और S से भिन्न) वृत्त पर एक चर (variable) बिन्दु है और वृत्त पर बिन्दुओं S और P पर खींची गई स्पर्शरेखाएँ (tangents) बिन्दु Q पर मिलती हैं। वृत्त के बिन्दु P पर अभिलम्ब (normal) उस रेखा को, जो Q से गुजरती है तथा RS के समानान्तर (parallel) है, बिन्दु E पर प्रतिच्छेदित करता है। तब E का बिन्दुपथ (locus) निम्न बिन्दु(ओं) से गुज़रता है

(A) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (B) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$

Q.43 वृत्त $C_1 : x^2+y^2=3$, जिसका केन्द्रबिन्दु O है, परवलय (parabola) $x^2=2y$ को प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में बिन्दु P पर प्रतिच्छेदित (intersect) करता है। माना कि वृत्त C_1 के बिन्दु P पर खींची गई स्पर्शरेखा (tangent) अन्य दो वृत्तों C_2 और C_3 को क्रमशः बिन्दुओं R_2 और R_3 पर स्पर्श करती हैं। मान लीजिये कि C_2 और C_3 दोनों की त्रिज्याएँ $2\sqrt{3}$ के बराबर हैं और उनके केन्द्रबिन्दु क्रमशः Q_2 और Q_3 हैं। यदि Q_2 और Q_3 y-अक्ष पर स्थित हैं, तब





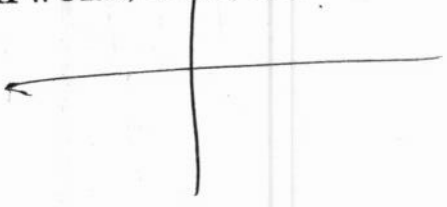
(A) $Q_2Q_3=12$

(B) $R_2R_3=4\sqrt{6}$

(C) त्रिभुज OR_2R_3 का क्षेत्रफल $6\sqrt{2}$ है

(D) त्रिभुज PQ_2Q_3 का क्षेत्रफल $4\sqrt{2}$ है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



$y^2+4y-3=0$

$y=\frac{-4\pm\sqrt{4+12}}{2}$ $=\frac{-4\pm4}{2}=-2\pm2=-3,1$

Q.44 माना कि $P=\begin{bmatrix}3 & -1 & -2\\ 2 & 0 & \alpha\\ 3 & -5 & 0\end{bmatrix}$, जहाँ $\alpha\in\mathbb{R}$ है। मान लीजिए कि $Q=[q_{ij}]$ एक ऐसा आव्यूह (matrix) है कि $PQ=kI$, जहाँ $k\in\mathbb{R}$, $k\neq 0$ और I तीन कोटि (order 3) का तत्समक आव्यूह (identity matrix) है। यदि $q_{23}=-\frac{k}{8}$ और $\det(Q)=\frac{k^2}{2}$ हो, तब

(A) $\alpha=0, k=8$

(B) $4\alpha-k+8=0$

(C) $\det(P\,\text{adj}(Q))=2^9$

(D) $\det(Q\,\text{adj}(P))=2^{13}$

Q.45 माना कि अवकल समीकरण (differential equation) $(x^2+xy+4x+2y+4)\frac{dy}{dx}-y^2=0$, $x>0$, का एक हल वक्र (solution curve) बिंदु (1,3) से गुज़रता है। तब वह हल वक्र

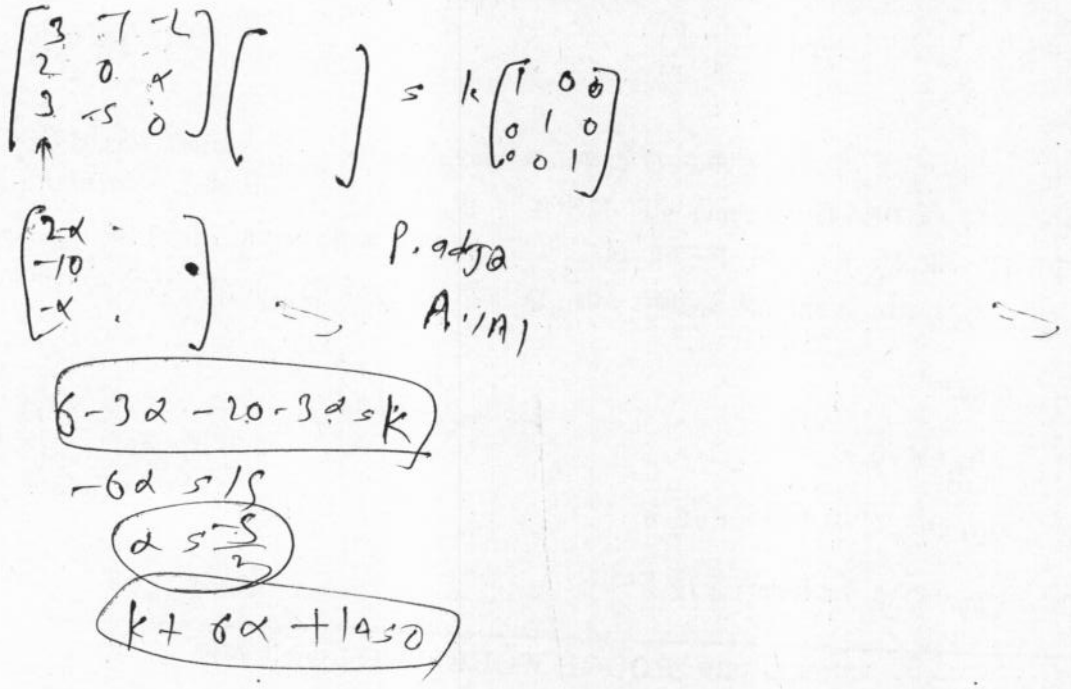
(A) $y=x+2$ को ठीक एक बिंदु (exactly one point) पर प्रतिच्छेदित (intersect) करता है

(B) $y=x+2$ को ठीक दो बिंदुओं (exactly two points) पर प्रतिच्छेदित करता है

(C) $y=(x+2)^2$ को प्रतिच्छेदित करता है

(D) $y=(x+3)^2$ को प्रतिच्छेदित नहीं करता है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.46 माना कि $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ और $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ऐसे अवकलनीय फलन (differentiable functions) हैं कि सभी $x\in\mathbb{R}$ के लिए $f(x)=x^3+3x+2$, $g(f(x))=x$ और $h(g(g(x)))=x$ हैं। तब

(A) $g'(2)=\frac{1}{15}$

(B) $h'(1)=666$

(C) $h(0)=16$

(D) $h(g(3))=36$

Q.47 माना कि त्रिभुज XYZ में कोणों X, Y, Z के सामने की भुजाओं की लम्बाइयाँ क्रमशः x, y, z हैं और $2s=x+y+z$ है। यदि $\frac{s-x}{4}=\frac{s-y}{3}=\frac{s-z}{2}$, और त्रिभुज XYZ के अंतर्वृत्त (incircle) का क्षेत्रफल $\frac{8\pi}{3}$ है, तब

(A) त्रिभुज XYZ का क्षेत्रफल $6\sqrt{6}$ है

(B) त्रिभुज XYZ के परिवृत्त (circumcircle) की त्रिज्या $\frac{35}{6}\sqrt{6}$ है

(C) $\sin\frac{X}{2}\sin\frac{Y}{2}\sin\frac{Z}{2}=\frac{4}{35}$

(D) $\sin^2\left(\frac{X+Y}{2}\right)=\frac{3}{5}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.48 विचार कीजिये, एक सूच्याकार (pyramid) $OPQRS$ जो प्रथम अष्टांशक (first octant) $(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$ में स्थित है, जिसमें O मूलबिन्दु (origin) तथा OP और OR क्रमशः x-अक्ष और y-अक्ष पर हैं। इस सूच्याकार का आधार (base) $OPQR$ एक वर्ग (square) है जिसमें $OP = 3$ है। बिन्दु S कर्ण (diagonal) OQ के मध्यबिन्दु T के ठीक ऊपर इस प्रकार है कि $TS = 3$ है। तब

(A) OQ और OS के बीच का न्यूनकोण (acute angle) $\frac{\pi}{3}$ है

(B) त्रिभुज OQS को अंतर्विष्ट (contain) करने वाले समतल का समीकरण $x - y = 0$ है

(C) P से त्रिभुज OQS को अंतर्विष्ट करने वाले समतल पर लम्ब की लंबाई $\frac{3}{\sqrt{2}}$ है

(D) O से RS को अंतर्विष्ट करती हुई सरल रेखा की लम्ब्वत् दूरी $\sqrt{\frac{15}{2}}$ है

Q.49 माना कि $f:(0,\infty) \to \mathbb{R}$ एक अवकलनीय (differentiable) फलन ऐसा है कि सभी $x \in (0,\infty)$ के लिए $f'(x) = 2 - \frac{f(x)}{x}$, और $f(1) \neq 1$ है। तब

(A) $\lim\limits_{x \to 0+} f'\left(\frac{1}{x}\right) = 1$

(B) $\lim\limits_{x \to 0+} x f\left(\frac{1}{x}\right) = 2$

(C) $\lim\limits_{x \to 0+} x^2 f'(x) = 0$

(D) सभी $x \in (0, 2)$ के लिए $|f(x)| \leq 2$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 3 (अधिकतम अंक : 15)

- इस खंड में पाँच प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है।
- प्रत्येक प्रश्न में ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार** दिये जाएंगे:

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.50 माना कि $z=\dfrac{-1+\sqrt{3}\,i}{2}$ है, जहाँ $i=\sqrt{-1}$ और $r, s \in \{1,2,3\}$ है। माना कि $P=\begin{bmatrix}(-z)^r & z^{2s}\\ z^{2s} & z^r\end{bmatrix}$ और I दो कोटि (order 2) का तत्समक आव्यूह (identity matrix) है। तब वे सभी क्रमित युग्म (ordered pairs) (r, s), जिनके लिए $P^2=-I$ है, की कुल संख्या है

Q.51 ऐसे सभी भिन्न (distinct) $x \in \mathbb{R}$, जिनके लिए $\begin{vmatrix}x & x^2 & 1+x^3\\ 2x & 4x^2 & 1+8x^3\\ 3x & 9x^2 & 1+27x^3\end{vmatrix}=10$ है, की कुल संख्या है

Q.52 माना कि $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ इस प्रकार हैं कि $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin(\beta x)}{\alpha x-\sin x}=1$ है। तब $6(\alpha+\beta)$ का मान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.53 माना, कि m ऐसा न्यूनतम धनात्मक पूर्णांक (smallest positive integer) है कि $(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^{49}+(1+mx)^{50}$ के विस्तार में x^2 का गुणांक $(3n+1)\,{}^{51}C_3$ किसी धनात्मक पूर्णांक n के लिए है। तब n का मान है

Q.54 ऐसे सभी भिन्न (distinct) $x \in [0, 1]$, जिनके लिए $\int_0^x \frac{t^2}{1+t^4}dt = 2x-1$ है, की कुल संख्या है

प्रश्नपत्र का अंत

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान