कोड **1**

प्रश्नपत्र-2

P2-15-1
515211

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 240

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढें

सामान्य :

1. यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोडें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी बायें कोनों और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ के दायें कोनों पर छपा है।
3. प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टीकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) (ORS) का उपयोग करें।
4. ओ.आर.एस. कोड इसके बायें तथा दायें भाग में छपे हुए हैं। सुनिश्चित करें कि यह दोनों कोड समरूप हैं तथा यह कोड तथा प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपा कोड समान है। यदि नहीं, तो निरीक्षक को सम्पर्क करें।
5. कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गये हैं।
6. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम तथा रोल नम्बर लिखिए।
7. इस पुस्तिका की मुहर तोडने के बाद कृपया जाँच लें कि इसमें **32** पृष्ठ हैं और सभी **60** प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढे जा सकते हैं।

प्रश्नपत्र का प्रारूप और अंकन योजना :

8. इस प्रश्नपत्र में तीन भाग हैं: भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान और गणित। हर भाग में तीन खंड हैं।
9. प्रत्येक खंड के प्रारंभ में दिये हुए निर्देशों को ध्यान से पढें।
10. खंड 1 में 8 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है।
    अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए तथा 0 अन्य सभी अवस्थाओं में।
11. खंड 2 में 8 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जिनके एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
    अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा –2 अन्य सभी अवस्थाओं में।
12. खंड 3 में 2 "अनुच्छेद" प्रारूप प्रश्न हैं । प्रत्येक अनुच्छेद एक प्रयोग, एक दशा अथवा एक समस्या को दर्शाता है। इस अनुच्छेद पर दो बहुविकल्पिय प्रश्न पूछे जायगे । एक या एक से अधिक विकल्प सही हो सकते हैं।
    अंक योजना: +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा –2 अन्य सभी अवस्थाओं में।

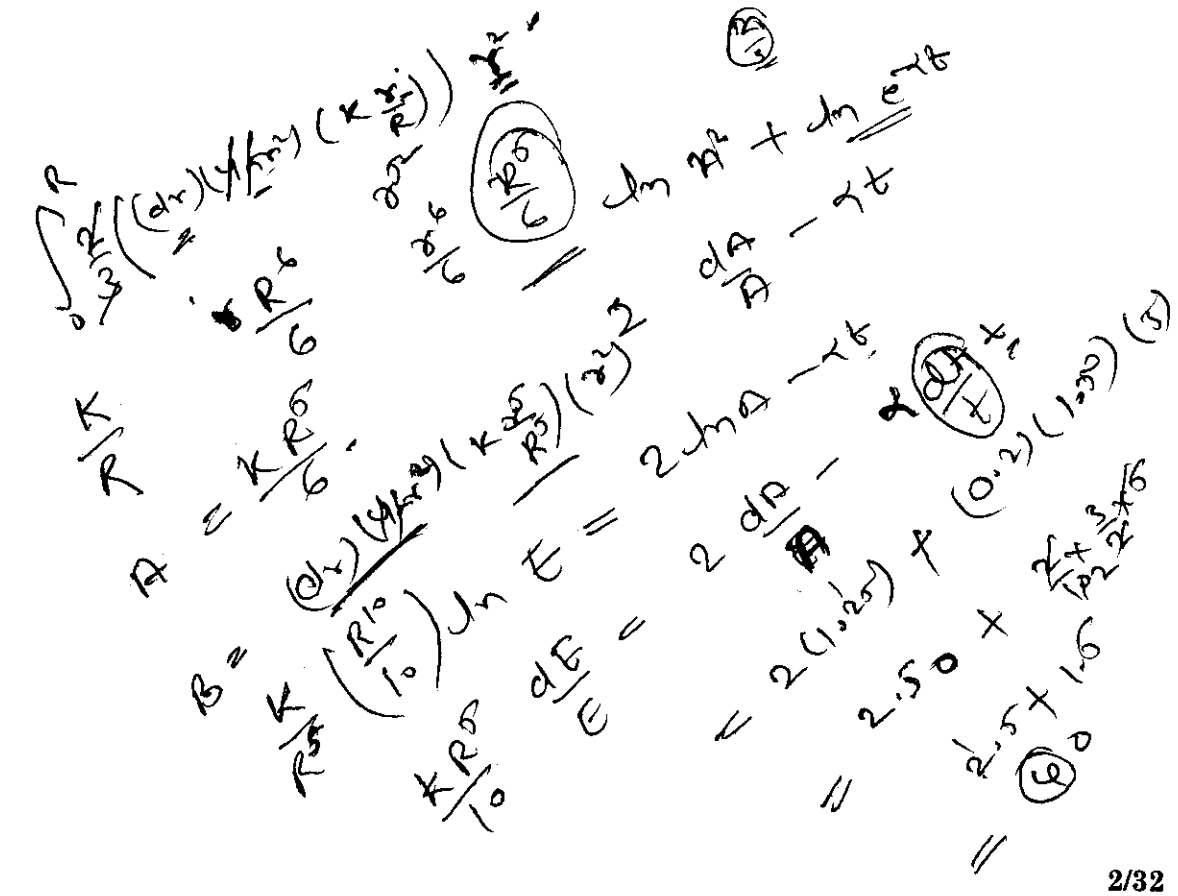
ऑप्टिकल रिस्पांस शीट :

13. एक ओ.आर.एस. में एक मूल (ऊपरी पृष्ठ) और उसकी कार्बन-रहित प्रति (नीचे पृष्ठ) है।
14. ऊपरी मूल पृष्ठ के अनुरूप बुलबुलों (BUBBLES) को पर्याप्त दबाव डालकर काला करें। यह कार्बन-रहित निचले पृष्ठ के अनुरूप स्थान पर चिन्हित करेगा।
15. मूल पृष्ठ मशीन-जाँच्य है तथा यह परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जायेगा।
16. परीक्षा के समापन पर आपको कार्बन-रहित पृष्ठ ले जाने की अनुमति दी जाएगी।
17. ओ.आर.एस. को हेर-फेर/विकृति न करें।
18. अपना नाम, रोल न. और परीक्षा केंद्र का नाम मूल पृष्ठ में दिए गए खानों में कलम से भरें और अपने हस्ताक्षर करें। **इनमें से कोई भी जानकारी कहीं और न लिखें**। रोल नम्बर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहर न तोड़ें

SEAL

कृपया शेष निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें ।



भाग I : भौतिक विज्ञान

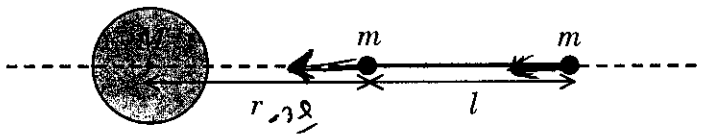
खंड 1 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, दोनों शामिल, के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है
- प्रत्येक प्रश्न में, ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें
- अंकन योजना :

  +4 यदि उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया जाय

  0 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.1 एक बड़ा गोलाकार द्रव्यमान M एक जगह स्थित है तथा दो एकरूप बिंदु द्रव्यमान m द्रव्यमान M के केन्द्र से होकर जाने वाली रेखा पर रखे गये हैं (चित्र देखें) । बिंदु द्रव्यमान एक l लंबाई के द्रव्यमान रहित दृढ़ छड़ से जुड़े हैं तथा यह संयोजन उनको जोड़ने वाली रेखा पर गति कर सकता है । सभी द्रव्यमानों में केवल उनका अपना गुरुत्वाकर्षण है । जब M के निकट वाला बिंदु द्रव्यमान M से $r = 3l$ की दूरी पर है तब $m = k\left(\frac{M}{288}\right)$ के लिए छड़ में तनाव शून्य है । तब k का मान है



Q.2 एक निकाय की समय t पर ऊर्जा $E(t) = A^2 \exp(-\alpha t)$ फलन द्वारा दी जाती है, जहाँ $\alpha = 0.2\ \text{s}^{-1}$ है । A के मापन में 1.25% की प्रतिशत त्रुटि है । यदि समय के मापन में 1.50% की त्रुटि है तब $t = 5$ s पर $E(t)$ के मान में प्रतिशत त्रुटि होगी

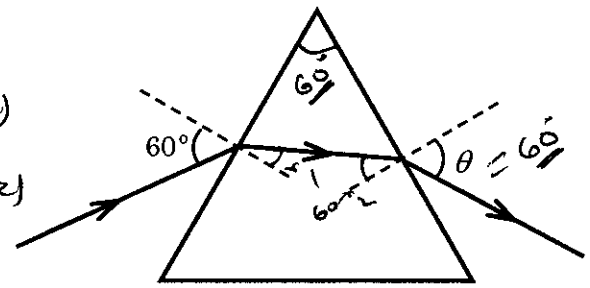
Q.3 R त्रिज्या के दो ठोस गोलों A और B के घनत्वों का त्रिज्य दूरी r के साथ संबंध क्रमशः $\rho_A(r) = k\left(\frac{r}{R}\right)$ तथा $\rho_B(r) = k\left(\frac{r}{R}\right)^5$ हैं, जहाँ k एक स्थिरांक है । गोलों के अपने-अपने केन्द्र से होकर जाने वाली अक्षों के परितः जड़त्वाघूर्ण क्रमशः I_A तथा I_B हैं । यदि $\frac{I_B}{I_A} = \frac{n}{10}$ है, तब n का मान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.4 बराबर आवृत्तियों तथा तीव्रता I_0 की चार आवर्त तरंगों की कला के कोण 0, $\pi/3$, $2\pi/3$ तथा π हैं । जब इन तरंगों को अध्यारोपित सुपरपोस (superpose) किया जाता है तो परिणामी तीव्रता nI_0 है । तब n का मान है

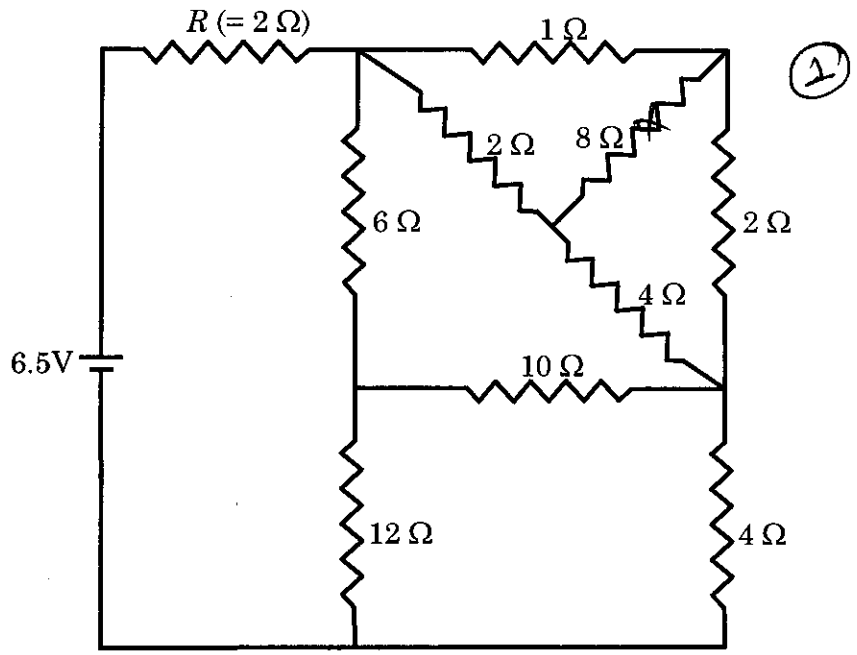
Q.5 एक रेडियोधर्मी पदार्थ की सक्रियता A एवं सक्रियता परिवर्तन की दर R क्रमशः $A = -\frac{dN}{dt}$ तथा $R = -\frac{dA}{dt}$ संबंधों द्वारा परिभाषित की जाती है, जहाँ समय t पर नाभिकों की संख्या $N(t)$ है । दो रेडियोधर्मी स्रोत P (औसत आयु τ) तथा Q (औसत आयु 2τ) की समय $t = 0$ पर समान सक्रियता है । उनकी सक्रियता परिवर्तन की दरें समय $t = 2\tau$ पर क्रमशः R_P तथा R_Q हैं । यदि $\frac{R_P}{R_Q} = \frac{n}{e}$, तब n का मान है

Q.6 एकवर्णी प्रकाश का एक पुंज एक n अपवर्तनांक वाले समबाहु प्रिज़्म के एक फ़लक पर $60°$ के कोण पर आपतित होता है तथा सामने वाले फ़लक से लंब से $\theta(n)$ कोण बनाते हुए निकलता है (चित्र देखें) । $n = \sqrt{3}$ पर θ का मान $60°$ है तथा $\frac{d\theta}{dn} = m$ है । तब m का मान है



कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.7 नीचे दिये गये परिपथ में प्रतिरोध $R\ (=2\Omega)$ में I एम्पियर धारा प्रवाहित होती है । तब I का मान है



Q.8 Li^{2+} आयन की उत्तेजित अवस्था में एक इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग $3h/2\pi$ है । इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य $p\pi a_0$ (जहाँ a_0 बोर त्रिज्या है) है । तब p का मान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

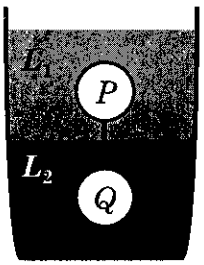
- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :

  +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय

  0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो

  –2 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.9 बराबर त्रिज्या वाले दो गोलों P तथा Q के घनत्व क्रमशः ρ_1 तथा ρ_2 हैं। गोलों को एक द्रव्यमान रहित डोरी से जोड़कर σ_1 एवं σ_2 घनत्व वाले तथा η_1 एवं η_2 श्यानता गुणाकों वाले द्रवों L_1 एवं L_2 में डाला जाता है। साम्यावस्था में गोला P द्रव L_1 में तथा गोला Q द्रव L_2 में तैरता है तथा डोरी तनी रहती है (चित्र देखें)। यदि गोले P को अलग से L_2 में डालने पर उसका सीमांत वेग $\vec{V}_P$ होता है और गोले Q का L_1 में अलग से डालने पर सीमांत वेग $\vec{V}_Q$ है, तब



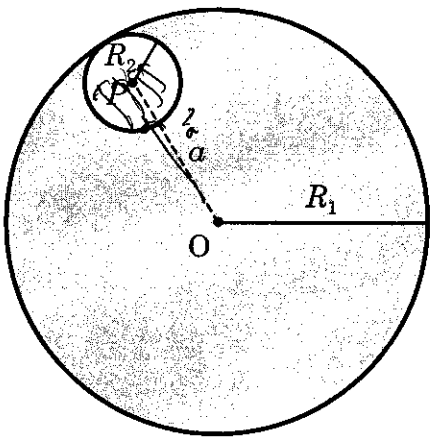
(A) $\frac{|\vec{V}_P|}{|\vec{V}_Q|} = \frac{\eta_1}{\eta_2}$ (B) $\frac{|\vec{V}_P|}{|\vec{V}_Q|} = \frac{\eta_2}{\eta_1}$ (C) $\vec{V}_P \cdot \vec{V}_Q > 0$ (D) $\vec{V}_P \cdot \vec{V}_Q < 0$

Q.10 विभवान्तर V, विद्युत धारा I, परावैद्युतांक ε_0, पारगम्यता μ_0 तथा प्रकाश की चाल c को मिलाकर विमीय रूप से सही विकल्प है (हैं)

(A) $\mu_0 I^2 = \varepsilon_0 V^2$ (B) $\varepsilon_0 I = \mu_0 V$ (C) $I = \varepsilon_0 c V$ (D) $\mu_0 c I = \varepsilon_0 V$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.11 एक त्रिज्या R_1 तथा एक समान आवेश घनत्व का गोलाकार आवेश मूल बिंदु O पर केन्द्रित है। इसमें एक R_2 त्रिज्या तथा P पर केन्द्रित एक गोलाकार गुहिका (cavity), जहाँ $OP = a = R_1 - R_2$ है, बनायी जाती है (चित्र देखें)। यदि गुहिका के अन्दर स्थिति $\vec{r}$ पर विद्युत क्षेत्र $\vec{E}(\vec{r})$ है, तब सही कथन है (हैं)



(A) $\vec{E}$ एक समान है, इसका परिमाण R_2 पर निर्भर नहीं करता है लेकिन इसकी दिशा $\vec{r}$ पर निर्भर करती है।

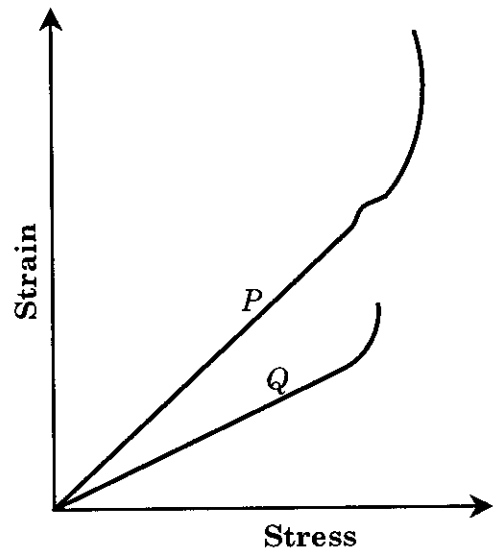
(B) $\vec{E}$ एक समान है, इसका परिमाण R_2 पर निर्भर करता है तथा इसकी दिशा $\vec{r}$ पर निर्भर करती है।

(C) $\vec{E}$ एक समान है, इसका परिमाण a पर निर्भर नहीं करता है लेकिन इसकी दिशा $\vec{a}$ पर निर्भर करती है।

(D) $\vec{E}$ एक समान है, एवं इसका परिमाण तथा दिशा दोनों $\vec{a}$ पर निर्भर करते हैं।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.12 पदार्थों P तथा Q के प्रतिबल–विकृति (stress–strain) ग्राफ़ खींचने में एक छात्र गलती से y-अक्ष पर विकृति तथा x-अक्ष पर प्रतिबल दर्शाता है । तब सही कथन है (हैं)



(A) P का तनन-सामर्थ्य (tensile strength) Q से अधिक है ।

(B) पदार्थ P पदार्थ Q से अधिक तन्य (ductile) है ।

(C) पदार्थ P पदार्थ Q से अधिक भंगुर (brittle) है ।

(D) पदार्थ P का यंग प्रत्यास्थता गुणांक पदार्थ Q के यंग प्रत्यास्थता गुणांक से अधिक है ।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.13 एक एकसमान घनत्व के तरल के गोलाकार पिंड की त्रिज्या R है तथा यह अपने स्वयं के गुरुत्व के प्रभाव में साम्यावस्था में है । यदि इसके केन्द्र से दूरी $r(r < R)$ पर दाब $P(r)$ है, तब सही विकल्प है (हैं)

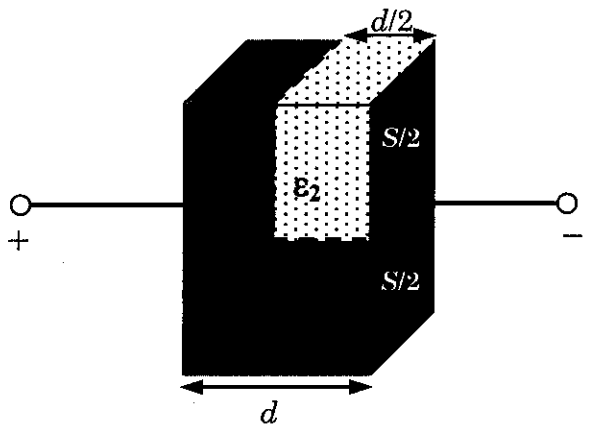
(A) $P(r=0)=0$

(B) $\dfrac{P(r=3R/4)}{P(r=2R/3)}=\dfrac{63}{80}$

(C) $\dfrac{P(r=3R/5)}{P(r=2R/5)}=\dfrac{16}{21}$

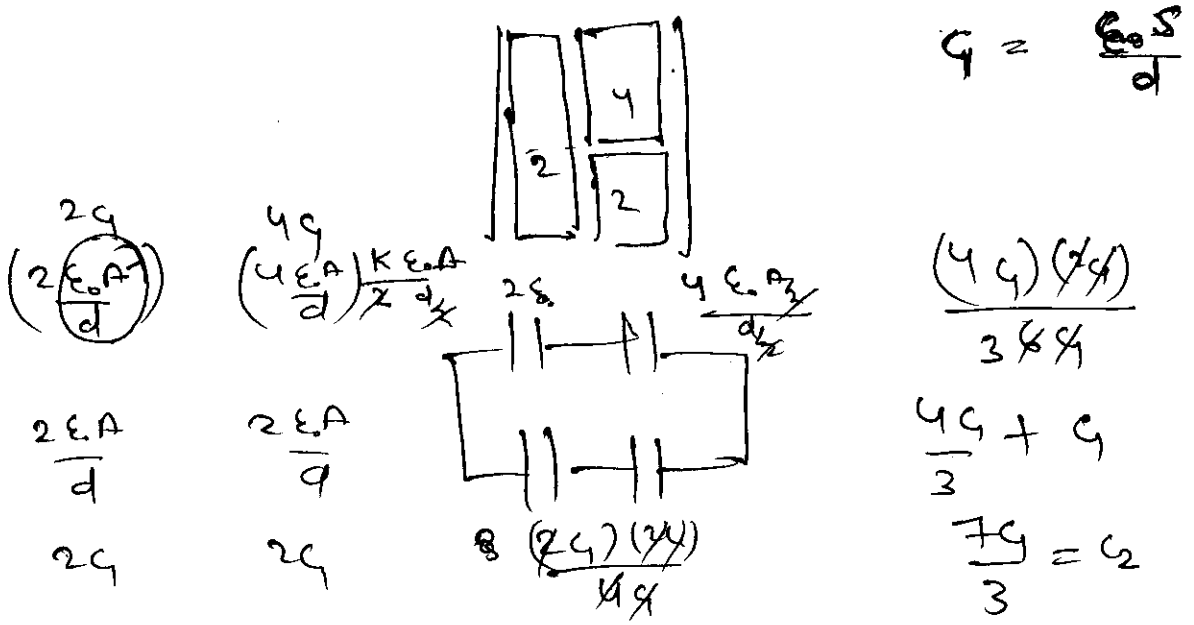
(D) $\dfrac{P(r=R/2)}{P(r=R/3)}=\dfrac{20}{27}$

Q.14 एक समांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं का क्षेत्रफल S तथा पट्टिकाओं के बीच में दूरी d है । तथा इसकी वायु में धारिता C_1 है । जब पट्टिकाओं के मध्य दो अलग-अलग सापेक्ष परावैद्युतांकों ($\varepsilon_1 = 2$ तथा $\varepsilon_2 = 4$) के परावैद्युत पदार्थ दर्शाये चित्रानुसार रखे जाते हैं तब इस प्रकार बने नये संधारित्र की धारिता C_2 हो जाती है । तब अनुपात $\dfrac{C_2}{C_1}$ है

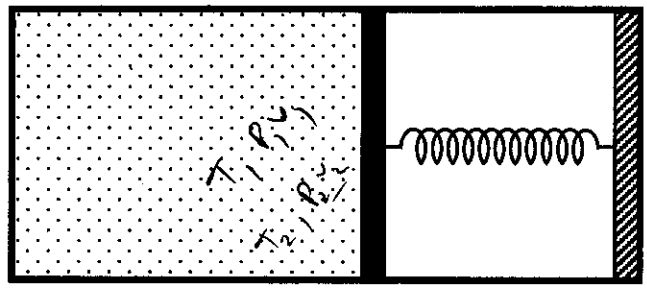


(A) 6/5 (B) 5/3 (C) 7/5 (D) 7/3

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.15 एक एक-परमाणुक आदर्श गैस एक क्षौतिज बर्तन (horizontal cylinder) में स्प्रिंग-युक्त पिस्टन द्वारा बंद है (दर्शाये चित्रानुसार) । प्रारंभ में गैस का तापमान T_1, दाब P_1 तथा आयतन V_1 है तथा स्प्रिंग विश्रांत अवस्था में है । अब गैस को बहुत धीरे-धीरे तापमान T_2 तक गर्म करने पर दाब P_2 तथा आयतन V_2 हो जाता है । इस प्रक्रिया में पिस्टन x दूरी तय करता है । पिस्टन एवं बर्तन के मध्य घर्षण को नगण्य मानते हुए, सही कथन है (हैं)



(A) यदि $V_2 = 2V_1$ तथा $T_2 = 3T_1$ है, तब स्प्रिंग में संचित ऊर्जा $\frac{1}{4}P_1V_1$ है ।

(B) यदि $V_2 = 2V_1$ तथा $T_2 = 3T_1$ है, तब आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन $3P_1V_1$ है ।

(C) यदि $V_2 = 3V_1$ तथा $T_2 = 4T_1$ है, तब गैस द्वारा किया गया कार्य $\frac{7}{3}P_1V_1$ है ।

(D) यदि $V_2 = 3V_1$ तथा $T_2 = 4T_1$ है, तब गैस को दी गयी ऊष्मा $\frac{17}{6}P_1V_1$ है ।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$Kx = P_2A$ —①

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ (V_2)

$V_1A\ell =$

$V_2 = (A)(x)$

Q.16 एक विखंडन प्रक्रिया $^{236}_{92}U \rightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + x + y$ दी गयी है, जहाँ x तथा y दो कण हैं। $^{236}_{92}U$ विरामावस्था में है तथा उत्पादों की गतिज ऊर्जाएं क्रमशः K_{Xe}, K_{Sr}, K_x (2 MeV) तथा K_y (2 MeV) से दर्शायी गयी है। $^{236}_{92}U$, $^{140}_{54}Xe$ तथा $^{94}_{38}Sr$ की प्रति न्यूक्लिऑन बंधन ऊर्जाओं को क्रमशः 7.5 MeV, 8.5 MeV तथा 8.5 MeV लें। विभिन्न संरक्षण नियमों का ध्यान रखते हुए सही विकल्प है (हैं)

(A) $x = n$, $y = n$, $K_{Sr} = 129$ MeV, $K_{Xe} = 86$ MeV

(B) $x = p$, $y = e^-$, $K_{Sr} = 129$ MeV, $K_{Xe} = 86$ MeV

(C) $x = p$, $y = n$, $K_{Sr} = 129$ MeV, $K_{Xe} = 86$ MeV

(D) $x = n$, $y = n$, $K_{Sr} = 86$ MeV, $K_{Xe} = 129$ MeV

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

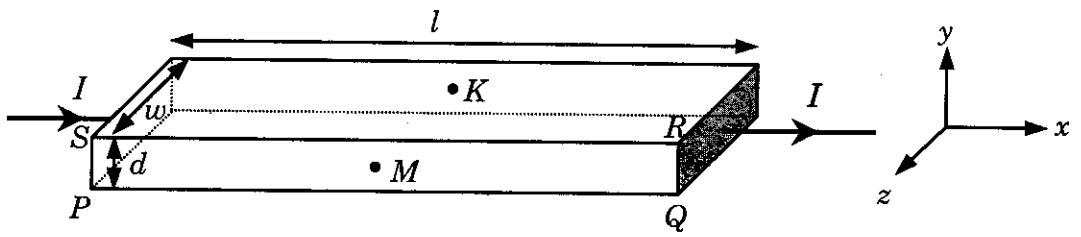
खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

- इस खंड में **दो** अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं । इन चार विकल्पों में **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
  - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
  - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
  - –2 अन्य सभी अवस्थाओं में

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

अनुच्छेद 1

दर्शाये चित्रानुसार धातु की एक पतली आयताकार पट्टी में एकसमान विद्युत धारा I धनात्मक x-दिशा में प्रवाहित हो रही है । पट्टी की लंबाई, चौड़ाई तथा मोटाई क्रमशः l, w तथा d हैं । पट्टी पर धनात्मक y-दिशा में एक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ लगाया गया है । इसके कारण आवेशवाहक z-दिशा की ओर विक्षेपित होते हैं । परिणामतः सतह $PQRS$ पर आवेशवाहकों का संचयन होता है तथा $PQRS$ के सामने के फलक पर बराबर किन्तु विपरीत आवेश आ जाता है । एक विभांतर z-दिशा के साथ इस प्रकार विकसित होता है । आवेश वाहकों का यह संचयन तब तक जारी रहता है जब तक कि चुम्बकीय बल, वैद्युत बल से संतुलित नहीं हो जाता । विद्युत धारा का प्रवाह इलेक्ट्रॉनों के द्वारा तथा पट्टी की अनुप्रस्थ काट पर एकसमान है ।



Q.17 एक ही चालक (metallic) पदार्थ की दो अलग-अलग पट्टियों (1 तथा 2) को लें । उनकी लंबाईयाँ बराबर हैं, चौड़ाईयाँ क्रमशः w_1 एवं w_2 तथा मोटाईयाँ क्रमशः d_1 तथा d_2 हैं । दो बिन्दु K तथा M x-y तल के समांतर आमने-सामने के फलकों पर स्थित हैं। पट्टियों 1 तथा 2 में K तथा M के बीच विभवान्तर क्रमशः V_1 तथा V_2 हैं । तब उनमें बहने वाली एक दी गयी विद्युत धारा I तथा एक दी गयी चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B के लिए सही कथन है (हैं)

(A) यदि $w_1 = w_2$ तथा $d_1 = 2d_2$, तब $V_2 = 2V_1$

(B) यदि $w_1 = w_2$ तथा $d_1 = 2d_2$, तब $V_2 = V_1$

(C) यदि $w_1 = 2w_2$ तथा $d_1 = d_2$, तब $V_2 = 2V_1$

(D) यदि $w_1 = 2w_2$ तथा $d_1 = d_2$, तब $V_2 = V_1$

Q.18 समान आकार (लंबाई l, चौड़ाई w तथा मोटाई d) की अलग-अलग चालक पदार्थों की दो पट्टियों (1 तथा 2) जिनके आवेशवाहकों के घनत्व क्रमशः n_1 तथा n_2 हैं को लें । पट्टी 1 को चुम्बकीय क्षेत्र B_1 तथा पट्टी 2 को चुम्बकीय क्षेत्र B_2 में रखा गया है । चुम्बकीय क्षेत्र B_1 तथा B_2 धनात्मक y-दिशा में हैं । तब पट्टियों 1 तथा 2 में K तथा M के बीच विभवान्तर क्रमशः V_1 तथा V_2 हैं । दोनों पट्टियों में बहने वाली विद्युत धारा I को समान मानते हुए सही विकल्प है (हैं)

(A) यदि $B_1 = B_2$ तथा $n_1 = 2n_2$ तब $V_2 = 2V_1$ है ।

(B) यदि $B_1 = B_2$ तथा $n_1 = 2n_2$ तब $V_2 = V_1$ है ।

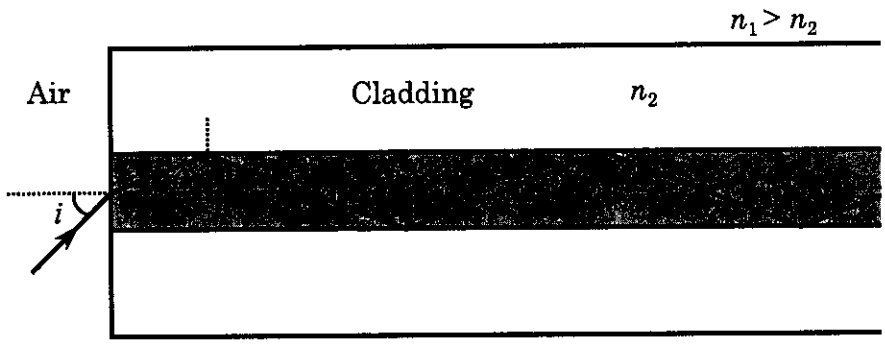
(C) यदि $B_1 = 2B_2$ तथा $n_1 = n_2$ तब $V_2 = 0.5V_1$ है ।

(D) यदि $B_1 = 2B_2$ तथा $n_1 = n_2$ तब $V_2 = V_1$ है ।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

अनुच्छेद 2

एक प्रकाशीय तंतु में प्रकाश का परिवहन एक संरचना जिसमें n_1 अपवर्तनांक वाले काँच का एक पतला बेलन (सिलिंडर) एक उससे कम अपवर्तनांक n_2 वाले माध्यम से घिरा है द्वारा समझा जा सकता है । इस संरचना में प्रकाश का परिवहन माध्यमों n_1 तथा n_2 के अंतरापृष्ठ पर उत्तरोत्तर पूर्ण आंतरिक परावर्तन द्वारा होता है (चित्र देखें) । प्रकाश की वे सभी किरणों जिनका इस संरचना के सिरे पर आपतन कोण i का मान एक विशिष्ट कोण i_m से कम होता है संरचना में n_1 अपवर्तनांक के माध्यम में रहते हुए परिवहन कर सकती हैं । संरचना का संख्यात्मक द्वारक (numerical aperture (NA)) sin i_m द्वारा परिभाषित किया जाता है ।



Q.19 दो संरचनाऐं S_1 जिसमें $n_1 = \sqrt{45}/4$ एवं $n_2 = 3/2$ है तथा S_2 जिसमें $n_1 = 8/5$ एवं $n_2 = 7/5$ लें । पानी का अपवर्तनांक 4/3 एवं वायु का अपवर्तनांक 1 लेते हुए सही विकल्प है (हैं)

(A) S_1 की NA पानी में डुबाने पर वही है जो कि S_2 को $\frac{16}{3\sqrt{15}}$ अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर है ।

(B) S_1 की NA $\frac{6}{\sqrt{15}}$ अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर वही है जो कि S_2 को पानी में डुबाने पर है ।

(C) S_1 की NA उसे वायु में रखने पर वही है जो कि S_2 को $\frac{4}{\sqrt{15}}$ अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर है ।

(D) S_1 की NA उसे वायु में रखने पर वही है जो कि S_2 को पानी में डुबाने पर है ।

Q.20 यदि बराबर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाली परन्तु अलग-अलग संख्यात्मक द्वारक NA_1 तथा NA_2 ($NA_2 < NA_1$) वाली दो संरचनाओं को अनुदैर्घ्य रूप में एक दूसरे से जोड़ा जाता है । संयुक्त संयोजन का संख्यात्मक द्वारक है ।

(A) $\frac{NA_1\, NA_2}{NA_1 + NA_2}$ (B) $NA_1 + NA_2$ (C) NA_1 (D) NA_2

भाग I : भौतिक विज्ञान समाप्त

भाग II : रसायन विज्ञान

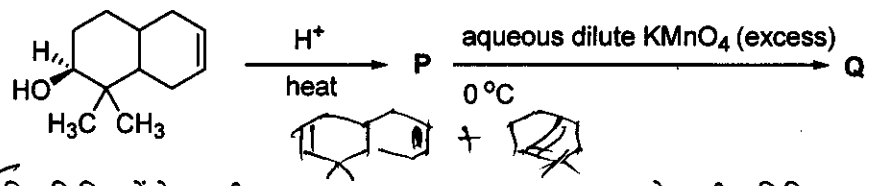
खंड 1 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, दोनों शामिल, के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है
- प्रत्येक प्रश्न में, ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें
- अंकन योजना :

  +4 यदि उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया जाय

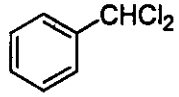
  0 अन्य सभी अवस्थाओं में

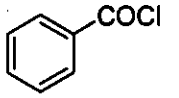
Q.21 उत्पाद (product) **Q** में हाइड्राक्सिल समूह/समूहों (hydroxyl group(s)) की संख्या है

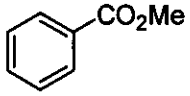


Q.22 निम्नलिखित में बेन्जाल्डीहाइड (benzaldehyde) का उत्पाद करने वाली अभिक्रिया (अभिक्रियाओं) की संख्या है

I. $\xrightarrow[\text{Anhydrous } AlCl_3/CuCl]{CO,\ HCl}$

II.  $\xrightarrow[100\ ^\circ C]{H_2O}$

III.  $\xrightarrow[Pd\text{-}BaSO_4]{H_2}$

IV.  $\xrightarrow[\text{Toluene, } -78\ ^\circ C]{\text{DIBAL-H}}$ H_2O

Q.23 संकुल acetylbromidodicarbonylbis(triethylphosphine)iron(II) में Fe–C बंध (बंधों) की संख्या है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.24 दिये गये संकुल आयनों, $[Co(NH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}NH_2)_2Cl_2]^+$, $[CrCl_2(C_2O_4)_2]^{3-}$, $[Fe(H_2O)_4(OH)_2]^+$, $[Fe(NH_3)_2(CN)_4]^-$, $[Co(NH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}NH_2)_2(NH_3)Cl]^{2+}$ तथा $[Co(NH_3)_4(H_2O)Cl]^{2+}$, में संकुल आयन (आयनों) की संख्या जो समपक्ष–विपक्ष (*cis-trans*) समावयवता दर्शाते है (हैं)

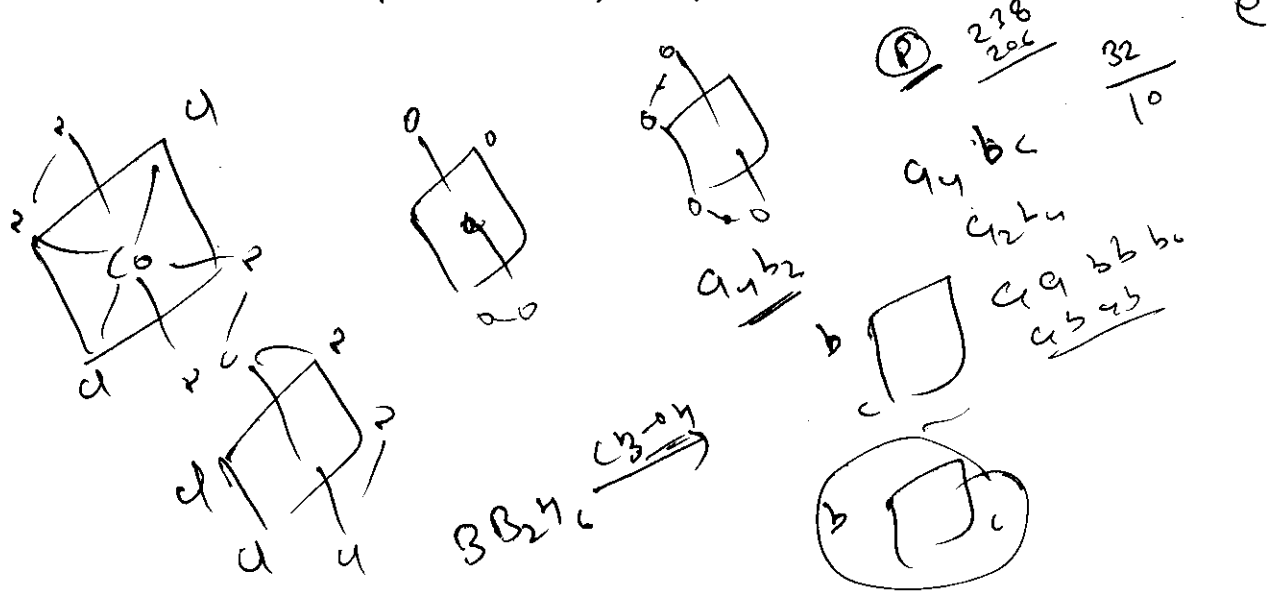
Q.25 तीन मोल (moles) B_2H_6 की मेथेनाल के साथ सम्पूर्ण अभिक्रिया होती है । बने हुये बोरान अन्तर्विष्ट उत्पाद के मोलों की संख्या है

Q.26 एक दुर्बल अम्ल HX (0.01 M) के विलयन की मोलर चालकता (molar conductivity) एक दूसरे दुर्बल अम्ल HY (0.10 M) के विलयन की मोलर चालकता से 10 गुना कम है । यदि $\lambda^0_{X^-} \approx \lambda^0_{Y^-}$, तब इनके pK_a का अन्तर, $pK_a(HX) - pK_a(HY)$, है (दोनों अम्लों के आयनीकरण की मात्रा (degree of ionization) $\ll 1$)

Q.27 एक दृढ दीवारों वाले बंद पात्र में 298 K पर 1 मोल $^{238}_{92}U$ तथा 1 मोल वायु अंतर्विष्ट हैं । यदि $^{238}_{92}U$ का $^{206}_{82}Pb$ में पूर्ण क्षय हो, तब 298 K पर निकाय के अन्तिम दाब तथा प्रारंभिक दाब का अनुपात है

Q.28 तनु जलीय H_2SO_4 में संकुल डाइएक्वाडाइऑक्सैलेटोफेरेट (II) (diaquodioxalatoferrate(II)) MnO_4^- द्वारा ऑक्सीकृत होता है । इस अभिक्रिया में $[H^+]$ के परिवर्तन की दर तथा $[MnO_4^-]$ के परिवर्तन की दर का अनुपात है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

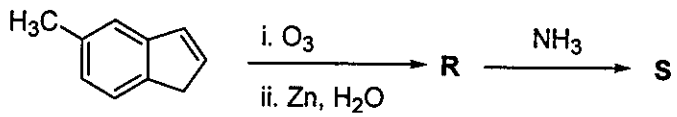
- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :

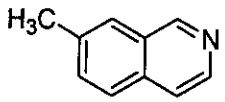
  +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय

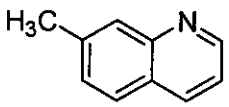
  0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो

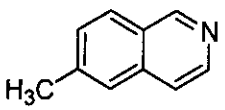
  –2 अन्य सभी अवस्थाओं में

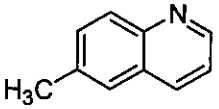
Q.29 निम्नलिखित अभिक्रियाओं में उत्पाद **S** है



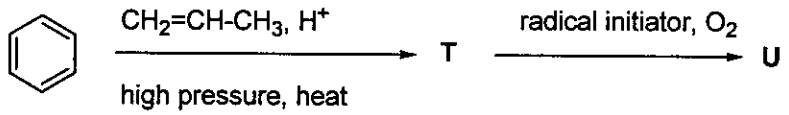
(A) 

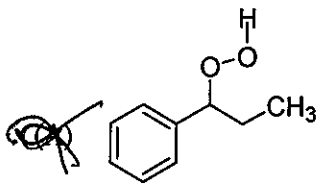
(B) 

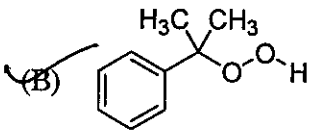
(C) 

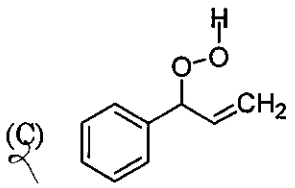
(D) 

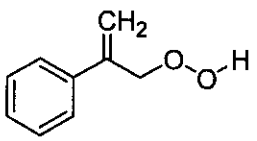
Q.30 निम्नलिखित अभिक्रियाओं में मुख्य उत्पाद **U** है



(A) 

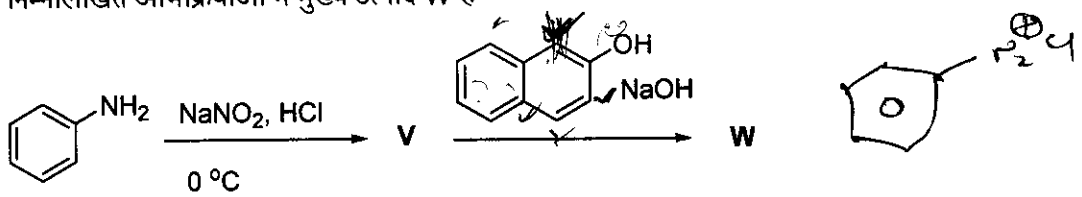
(B) 

(C) 

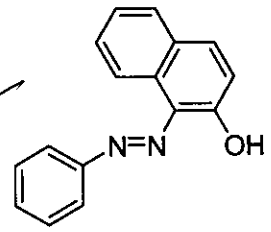
(D) 

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

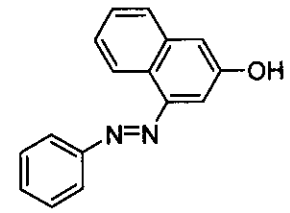
Q.31 निम्नलिखित अभिक्रियाओं में मुख्य उत्पाद **W** है



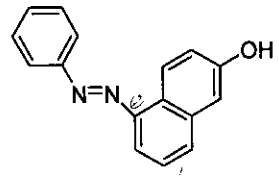
(A)



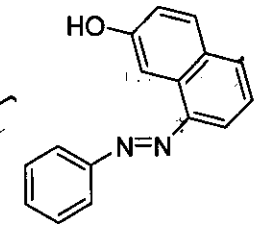
(B)



(C)



(D)



Q.32 (i) HClO, (ii) $HClO_2$, (iii) $HClO_3$ तथा (iv) $HClO_4$ के संदर्भ में सही विकल्प/विकल्पों है (हैं)

(A) (ii) तथा (iii) में Cl=O बंधों की संख्या जोडकर दो है ।

(B) (ii) तथा (iii) में Cl पर एकाकी युग्म इलेक्ट्रॉनों (lone pairs of electrons) की संख्या जोड कर तीन हैं ।

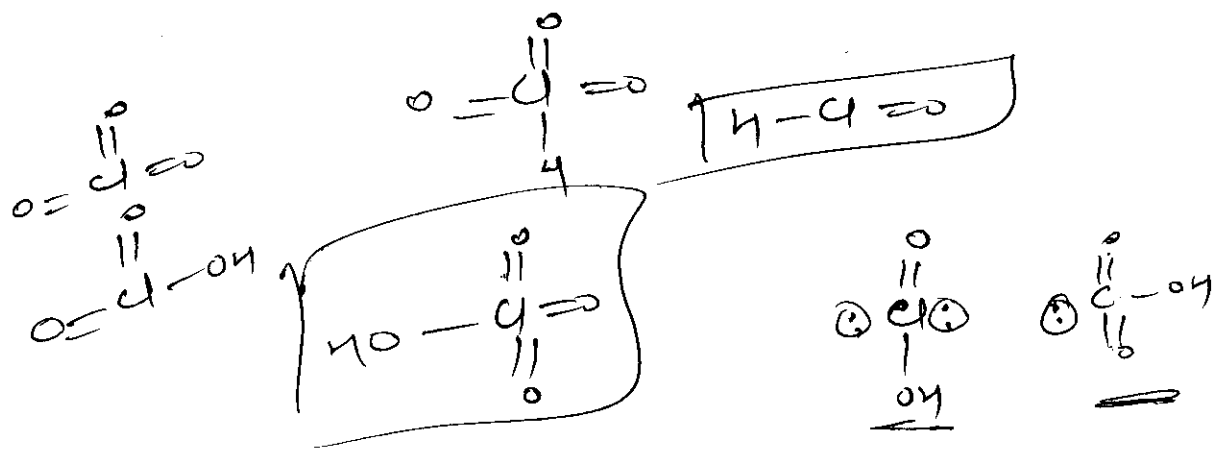
(C) (iv) में Cl का संकरण sp^3 है ।

(D) (i) से (iv) में सबसे प्रबल अम्ल (i) है

Q.33 आयन युग्म, जहा दोनों आयन तनु HCl की उपस्थिति में H_2S गैस प्रवाहित करने पर अवक्षेपित (precipitate) होते हैं, है (हैं)

(A) Ba^{2+}, Zn^{2+} (B) Bi^{3+}, Fe^{3+} (C) Cu^{2+}, Pb^{2+} (D) Hg^{2+}, Bi^{3+}

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.34 जल-अपघटनीय अवस्था में, श्रृंखला बहुलक के विरचन (preparation) तथा श्रृंखला समापन के लिए जिन यौगिकों का उपयोग होता है, वह क्रमानुसार, हैं

(A) CH_3SiCl_3 तथा $Si(CH_3)_4$ (B) $(CH_3)_2SiCl_2$ तथा $(CH_3)_3SiCl$

(C) $(CH_3)_2SiCl_2$ तथा CH_3SiCl_3 (D) $SiCl_4$ तथा $(CH_3)_3SiCl$

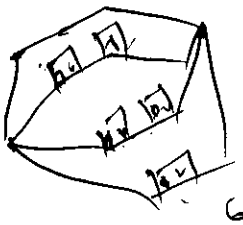
Q.35 एक धातु पृष्ठ पर O_2 का अधिशोषण (adsorption) होने पर धातु से O_2 को इलेक्ट्रॉन स्थानान्तरण (electron transfer) होता है। इस अधिशोषण के बारे में सही विकल्प/विकल्पों है (हैं)

(A) O_2 का भौतिक अधिशोषण होता है।

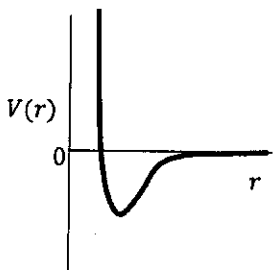
(B) ऊष्मा निकलती है।

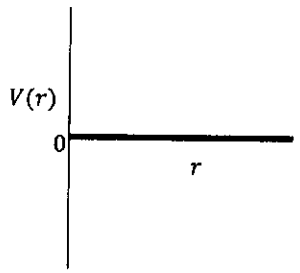
(C) O_2 में π^*_{2p} का अध्यावास (occupancy) बढता है।

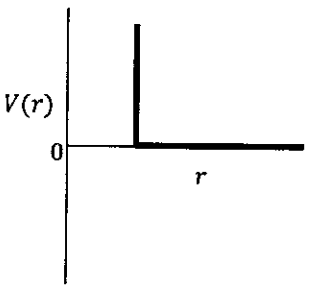
(D) O_2 की आबन्ध लम्बाई (bond length) बढती है।

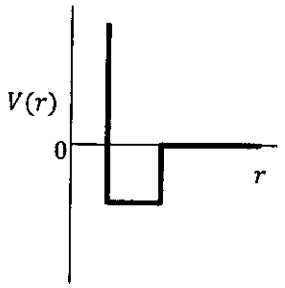


Q.36 एक मोल एकपरमाणुक वास्तविक गैस समीकरण $p(V-b)=RT$ को सन्तुष्ट करती है, जहाँ b एक नियतांक है। इस गैस के अंतरापरमाणुक (interatomic) विभव (potential) $V(r)$ तथा अन्तरापरमाणुक दूरी r के बीच का सम्बन्ध है

(A)


(B)


(C)


(D)


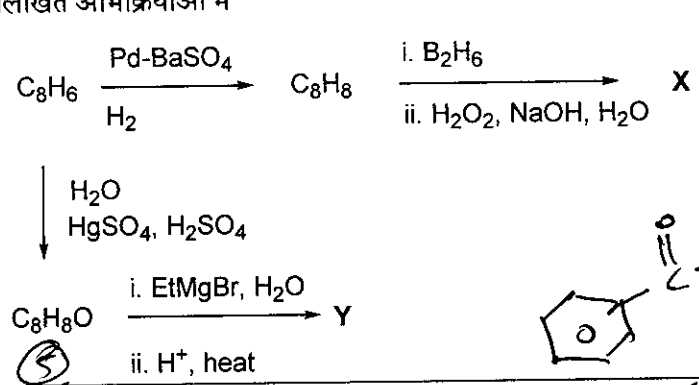
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

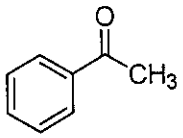
- इस खंड में **दो** अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं । इन चार विकल्पों में **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
  - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
  - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
  - –2 अन्य सभी अवस्थाओं में

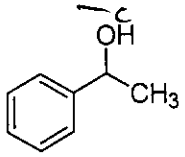
अनुच्छेद 1

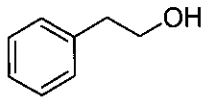
निम्नलिखित अभिक्रियाओं में

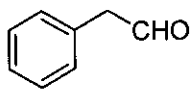


Q.37 यौगिक **X** है

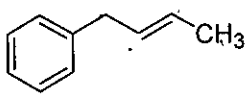
(A) 

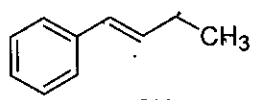
(B) 

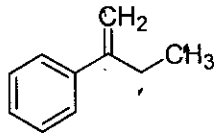
(C) 

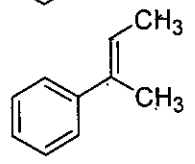
(D) 

Q.38 मुख्य यौगिक **Y** है

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

अनुच्छेद 2

स्थिर दाब पर एक ऊष्मारोधी बीकर (insulated beaker) में 100 mL HCl (1.0 M) को 100 mL NaOH (1.0 M) के साथ मिश्रित करने पर बीकर तथा उसकी अन्तर्वस्तुओं का तापमान 5.7 °C बढ जाता है (**प्रयोग 1**) । प्रबल अम्ल के साथ प्रबल क्षारक की उदासीनीकरण (neutralization) ऐन्थैल्पी एक नियतांक (-57.0 kJ mol^{-1}) होने के कारण इस प्रयोग का उपयोग कैलोरीमीटर स्थिरांक (calorimeter constant) को मापने में किया जा सकता है । एक दूसरे प्रयोग (**प्रयोग 2**) में 100 mL ऐसीटिक अम्ल (2.0 M, $K_a = 2.0 \times 10^{-5}$) को 100 mL NaOH (1.0 M) के साथ मिश्रित करने पर (**प्रयोग 1** की समरूप अवस्था में) 5.6 °C तापमान वृद्धि मापित की गयी ।

(सभी विलयनों की ऊष्मा धारिता 4.2 J g^{-1} K^{-1} तथा सभी विलयनों का घनत्व 1.0 g mL^{-1} है)

Q.39 **प्रयोग 2** से प्राप्त ऐसीटिक अम्ल की वियोजन ऐन्थेल्पी (dissociation enthalpy) (kJ mol^{-1} में) है

(A) 1.0 (B) 10.0 (C) 24.5 (D) 51.4

Q.40 **प्रयोग 2** के पश्चात विलयन का pH है

(A) 2.8 (B) 4.7 (C) 5.0 (D) 7.0

भाग II : रसायन विज्ञान समाप्त

भाग III : गणित

खंड 1 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, दोनों शामिल, के बीच का एक **एकल अंकीय पूर्णांक** है
- प्रत्येक प्रश्न में, ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें
- अंकन योजना :

  +4 यदि उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया जाय

  0 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.41 किसी भी पूर्णांक k के लिए, $\alpha_k = \cos\left(\frac{k\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{k\pi}{7}\right)$ जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है । तब व्यंजक $\frac{\sum_{k=1}^{12} |\alpha_{k+1} - \alpha_k|}{\sum_{k=1}^{3} |\alpha_{4k-1} - \alpha_{4k-2}|}$ का मान है

Q.42 माना कि एक समान्तर श्रेणी (arithmetic progression (A.P.)) के सभी पद धन पूर्णांक हैं । इस समान्तर श्रेणी में यदि पहले सात (7) पदों के योग और पहले ग्यारह (11) पदों के योग का अनुपात 6 : 11 है तथा सातवाँ पद 130 और 140 के बीच में स्थित है, तब इस समान्तर श्रेणी के सार्व अन्तर (common difference) का मान है

Q.43 $(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\ldots(1+x^{100})$ के विस्तार में x^9 के गुणांक का मान है

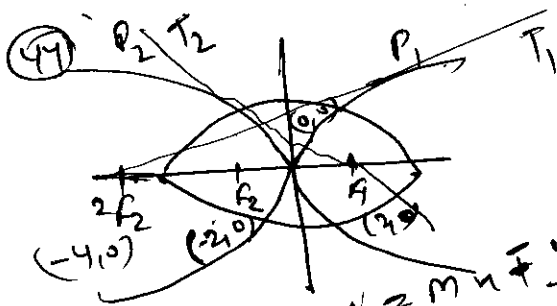
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.44 माना कि दीर्घ वृत $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ की नाभियाँ (foci) $(f_1, 0)$ और $(f_2, 0)$ हैं, जहाँ $f_1>0$ और $f_2<0$ हैं। माना कि P_1 एवं P_2 दो परवलय (parabola) हैं जिनकी नाभियाँ क्रमशः $(f_1, 0)$ एवं $(2f_2, 0)$ हैं तथा दोनों के शीर्ष (vertex) $(0, 0)$ है। माना कि P_1 की स्पर्श रेखा T_1 बिन्दु $(2f_2, 0)$ से, एवं P_2 की स्पर्श रेखा T_2 बिन्दु $(f_1, 0)$ से गुजरती हैं। यदि T_1 की प्रवणता (slope) m_1 हो और T_2 की प्रवणता m_2 हो, तब $\left(\frac{1}{m_1^2}+m_2^2\right)$ का मान है

Q.45 माना कि दो धनात्मक पूर्णांक m और n एक (1) से बड़े हैं (greater than 1)। यदि

$$\lim_{\alpha\to 0}\left(\frac{e^{\cos(\alpha^n)}-e}{\alpha^m}\right)=-\left(\frac{e}{2}\right)$$

तब $\frac{m}{n}$ का मान है



Q.46 यदि $\alpha=\int_0^1 (e^{9x+3\tan^{-1}x})\left(\frac{12+9x^2}{1+x^2}\right)dx$ जहाँ $\tan^{-1}x$ केवल मुख्य मानों (principal values) को लेता है, तब $\left(\log_e|1+\alpha|-\frac{3\pi}{4}\right)$ का मान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.47 माना कि $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ एक संतत विषम फलन है जिसका मान केवल एक बिन्दु पर ही शून्य होता है तथा $f(1) = \frac{1}{2}$ है। माना कि सभी $x \in [-1, 2]$ के लिए $F(x) = \int_{-1}^{x} f(t)\, dt$ एवं सभी $x \in [-1, 2]$ के लिए $G(x) = \int_{-1}^{x} t\,|f(f(t))|\,dt$ हैं। यदि $\lim_{x \to 1} \frac{F(x)}{G(x)} = \frac{1}{14}$ है, तब $f\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान है (7)

Q.48 माना कि $\mathbb{R}^3$ में, $\vec{p}$, $\vec{q}$ और $\vec{r}$ तीन असमतलीय सदिश हैं। माना कि सदिश $\vec{s}$ के घटक क्रमागत सदिशों $\vec{p}$, $\vec{q}$ एवं $\vec{r}$ के अनुदिश क्रमशः 4, 3 और 5 हैं। यदि $\vec{s}$ के घटक क्रमागत सदिशों $(-\vec{p}+\vec{q}+\vec{r})$, $(\vec{p}-\vec{q}+\vec{r})$ एवं $(-\vec{p}-\vec{q}+\vec{r})$ के अनुदिश क्रमशः x, y और z हैं, तब $2x + y + z$ का मान है (7)

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$\lim_{x\to 1} \frac{\int_{-1}^{x} f(t)\,dt}{\int_{-1}^{x} t\,|f(f(t))|\,dt}$$

$$\frac{f(x)}{x\,|f(f(x))|} = \frac{1}{14}$$

$$\frac{f(1)}{1\,|f(f(1))|} = \frac{1}{14}$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{1\, f(\frac{1}{2})} = \frac{1}{14}$$

$$f(\tfrac{1}{2}) = \frac{14}{2} = 7$$

2(1) + 3 + 2

खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :

  +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय

  0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो

  –2 अन्य सभी अवस्थाओं में

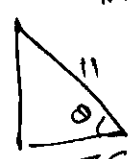
Q.49 माना कि S उन सभी शून्येतर (non-zero) वास्तविक संख्याओं α का समुच्चय (set) है जिनके लिए द्विघाती समीकरण $\alpha x^2 - x + \alpha = 0$ के दो विभिन्न वास्तविक मूल x_1 और x_2 असमिका $|x_1 - x_2| < 1$ को संतुष्ट करते हैं । निम्नलिखित अंतरालों में से कौन सा (से) समुच्चय S के उपसमुच्चय है (हैं)?

(A) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ (B) $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, 0\right)$ (C) $\left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{2}\right)$

Q.50 यदि $\alpha = 3\sin^{-1}\left(\frac{6}{11}\right)$ और $\beta = 3\cos^{-1}\left(\frac{4}{9}\right)$, जहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric functions) केवल मुख्य मान (principal values) ही लेते हैं, तब सही कथन है (हैं)

(A) $\cos\beta > 0$ (B) $\sin\beta < 0$ (C) $\cos(\alpha+\beta) > 0$ (D) $\cos\alpha < 0$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.51 माना कि E_1 और E_2 दो दीर्घवृत हैं जिनके केन्द्र मूलबिन्दु हैं । E_1 और E_2 की दीर्घ अक्षायें क्रमशः x-अक्ष और y-अक्ष पर स्थित हैं । माना कि $S: x^2+(y-1)^2=2$ एक वृत्त है । सरल रेखा $x+y=3$, वक्रों S, E_1 और E_2 को क्रमशः P, Q और R पर स्पर्श करती है । माना कि $PQ=PR=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ है । यदि e_1 और e_2 क्रमशः E_1 और E_2 की उत्केंद्रता (eccentricities) हैं, तब सही कथन है (हैं)

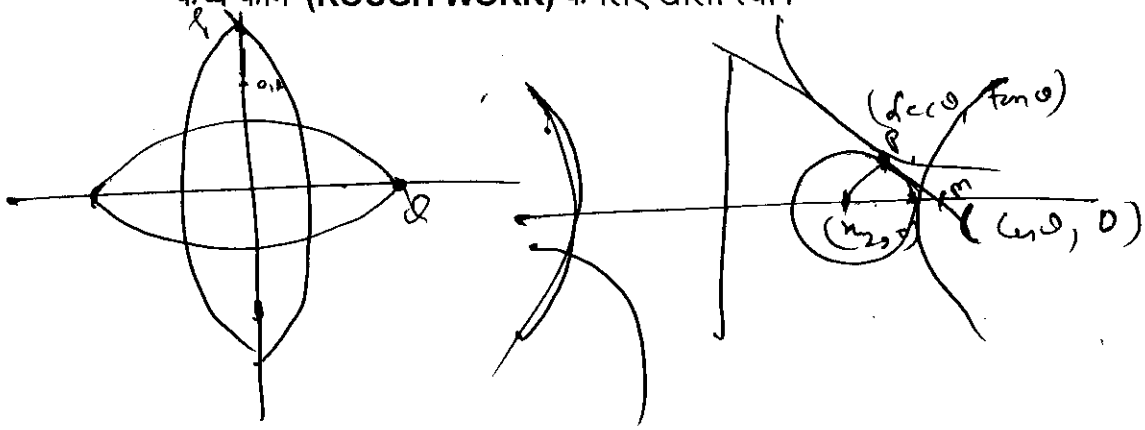
(A) $e_1^2+e_2^2=\frac{43}{40}$ (B) $e_1 e_2=\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{10}}$ (C) $\left|e_1^2-e_2^2\right|=\frac{5}{8}$ (D) $e_1e_2=\frac{\sqrt{3}}{4}$

Q.52 माना कि $H: x^2-y^2=1$ एक अतिपरवलय (hyperbola) है और S एक वृत्त है जिसका केंद्र $N(x_2,0)$ है । माना कि H और S एक दूसरे को बिन्दु $P(x_1,y_1)$ पर स्पर्श करते हैं, जहाँ $x_1>1$ और $y_1>0$ है । बिन्दु P पर, H और S की सामान्य स्पर्श रेखा x-अक्ष को बिन्दु M पर प्रतिच्छेद करती है । यदि (l, m) त्रिभुज ΔPMN का केंद्रक (centroid) है, तब सही कथन है (हैं)

(A) $\frac{dl}{dx_1}=1-\frac{1}{3x_1^2}$, $x_1>1$ (B) $\frac{dm}{dx_1}=\frac{x_1}{3\left(\sqrt{x_1^2-1}\right)}$, $x_1>1$

(C) $\frac{dl}{dx_1}=1+\frac{1}{3x_1^2}$, $x_1>1$ (D) $\frac{dm}{dy_1}=\frac{1}{3}$, $y_1>0$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



$x \sec\theta - y\tan\theta = 1$

Q.53 निम्नलिखित में से a और L के कौन सा (से) मान समीकरण

$$\frac{\int_0^{4\pi} e^t (\sin^6 at + \cos^4 at)\,dt}{\int_0^{\pi} e^t (\sin^6 at + \cos^4 at)\,dt} = L$$

को संतुष्ट करता (करते) हैं?

(A) $a = 2,\ L = \dfrac{e^{4\pi} - 1}{e^{\pi} - 1}$

(B) $a = 2,\ L = \dfrac{e^{4\pi} + 1}{e^{\pi} + 1}$

(C) $a = 4,\ L = \dfrac{e^{4\pi} - 1}{e^{\pi} - 1}$

(D) $a = 4,\ L = \dfrac{e^{4\pi} + 1}{e^{\pi} + 1}$

Q.54 माना कि $f, g : [-1, 2] \to \mathbb{R}$ संतत फलन हैं जो की अंतराल $(-1, 2)$ में दो बार अवकलनीय (twice differentiable) है । माना कि f और g के मान, बिन्दुओं $-1, 0$ और 2 पर निम्न सारणी में दर्शाए गए हैं :

	$x = -1$	$x = 0$	$x = 2$
$f(x)$	3	6	0
$g(x)$	0	1	−1

यदि प्रत्येक अंतराल $(-1, 0)$ और $(0, 2)$ में फलन $(f - 3g)''$ कभी भी शून्य का मान नहीं लेता है, तब सही कथन है (हैं)

(A) $(-1, 0) \cup (0, 2)$ में, $f'(x) - 3g'(x) = 0$ के तीन ही हल (exactly three solutions) हैं

(B) $(-1, 0)$ में, $f'(x) - 3g'(x) = 0$ के एक ही हल (exactly one solution) है

(C) $(0, 2)$ में, $f'(x) - 3g'(x) = 0$ के एक ही हल (exactly one solution) है

(D) $f'(x) - 3g'(x) = 0$ को $(-1, 0)$ में दो ही हल (exactly two solutions) है और $(0, 2)$ में दो ही हल हैं

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.55 माना कि सभी $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ के लिए, $f(x) = 7\tan^8 x + 7\tan^6 x - 3\tan^4 x - 3\tan^2 x$ है, तब सही कथन है (हैं)

(A) $\int_0^{\pi/4} x f(x)\, dx = \frac{1}{12}$ (B) $\int_0^{\pi/4} f(x) dx = 0$

(C) $\int_0^{\pi/4} x f(x) dx = \frac{1}{6}$ (D) $\int_0^{\pi/4} f(x) dx = 1$

Q.56 माना कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए, $f'(x) = \frac{192x^3}{2 + \sin^4 \pi x}$ एवं $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ है। यदि $m \le \int_{1/2}^{1} f(x) dx \le M$, तब m और M के सही संभव मान है (हैं)

(A) $m = 13,\ M = 24$ (B) $m = \frac{1}{4},\ M = \frac{1}{2}$

(C) $m = -11,\ M = 0$ (D) $m = 1,\ M = 12$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$7\tan^6 x\,[\sec^2 x] - 3\tan^2 x\,[\sec^2 x]$

$x \int (\sec^2 x)\,[7\tan^6 x - 3\tan^2 x]\,dx$

$x(\tan^7 x - \tan^3 x) - \int (\tan^7 x - \tan^3 x)\,dx$ $\tan x = t$

$(7t^6 - 3t^2)\,dt$

$\tan^3 x[(\tan^2 x)^2 - 1]$ $\frac{7t^7}{7} - \frac{3t^3}{3}$

$\int (\tan^3 x)(\tan^2 x - 1)(\sec^2 x)\,dx$ $\left(t^7 - t^3\right)_0^1$

$(t^3)(t^2-1)\,dt$

$t^5 - t^3$ 0

$\left(\frac{t^6}{6} + \frac{t^4}{4}\right)_0^1 = \int f(x)\,dx$

$= (\tan^7 x - \tan^3 x)$

$\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$

$\frac{3-2}{12} \Rightarrow \frac{1}{12}$

खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

- इस खंड में **दो** अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं । इन चार विकल्पों में **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें ।
- अंकन योजना :

  +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय

  0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो

  –2 अन्य सभी अवस्थाओं में

अनुच्छेद 1

माना कि बॉक्स I में n_1 लाल गेंद और n_2 काली गेंद हैं । माना कि बॉक्स II में n_3 लाल गेंद और n_4 काली गेंद हैं ।

Q.57 बॉक्स I और बॉक्स II में से, यादृच्चया (at random) एक बॉक्स को चुना गया और इस चुने हुए बॉक्स से, यादृच्चया एक गेंद निकाली गयी । यह गेंद लाल रंग की पाई गयी । यदि इस लाल गेंद के बॉक्स II से निकाले जाने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है, तब निम्नलिखित में से n_1, n_2, n_3 और n_4 के सही संभव मान है (हैं)

(A) $n_1 = 3,\ n_2 = 3,\ n_3 = 5,\ n_4 = 15$ (B) $n_1 = 3,\ n_2 = 6,\ n_3 = 10,\ n_4 = 50$

(C) $n_1 = 8,\ n_2 = 6,\ n_3 = 5,\ n_4 = 20$ (D) $n_1 = 6,\ n_2 = 12,\ n_3 = 5,\ n_4 = 20$

Q.58 बॉक्स I में से यादृच्चया (at random) एक गेंद निकाली जाती है और उसे बॉक्स II में प्रतिस्थापित (transfer) की जाती है । यदि इस प्रतिस्थापना के बाद, बॉक्स I में से एक लाल गेंद निकालने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है, तब निम्नलिखित में से n_1 और n_2 के सही संभव मान है (हैं)

(A) $n_1 = 4$ और $n_2 = 6$ (B) $n_1 = 2$ और $n_2 = 3$

(C) $n_1 = 10$ और $n_2 = 20$ (D) $n_1 = 3$ और $n_2 = 6$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

अनुच्छेद 2

माना कि $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ एक फलन है जो तीन बार अवकलनीय (thrice differentiable) है। माना कि $F(1)=0$, $F(3)=-4$ और सभी $x\in(1/2\ ,3)$ के लिए, $F'(x)<0$ है। माना कि सभी $x\in\mathbb{R}$ के लिए, $f(x)=xF(x)$ है।

Q.59 निम्नलिखित में से सही कथन है (हैं)

(A) $f'(1)<0$

(B) $f(2)<0$

(C) किसी भी $x\in(1,3)$ के लिए $f'(x)\neq 0$

(D) कुछ $x\in(1,3)$ के लिए $f'(x)=0$

Q.60 यदि $\int_1^3 x^2F'(x)\,dx=-12$ और $\int_1^3 x^3F''(x)\,dx=40$ है, तब सही कथन है (हैं)

(A) $9f'(3)+f'(1)-32=0$

(B) $\int_1^3 f(x)\,dx=12$

(C) $9f'(3)-f'(1)+32=0$

(D) $\int_1^3 f(x)\,dx=-12$

$x^2F''(x)-\int(2x)F''(x)dx$

$x^2F''(x)-$

प्रश्न पत्र समाप्त

$f(2)=2F(2)$

$f'(x)=xF'(x)+F(x)$

$f'(1)=F'(1)+F(1)$ $\quad f(1)=0$

$F'(x)\frac{x^3}{3}-\int\frac{x^3}{3}F''(x)dx=$ $\quad F'(1)<0$

$f(3)=-4(3)=-12$

$\left(\frac{x^3}{3}F'(x)\right|_1^3-\frac{1}{3}\int 40)$ $\quad f'(x)=-4-0$

$\left[9F'(3)-\frac{1}{3}F'(1)\right]-\frac{40}{3}=-12$

$f'(1)=F'(1)$

$f'(3)=3F'(3)$

$27F'(3)-$

$3F'(3)-4=$

$9F'(3)-\frac{F'(1)}{3}-\frac{40}{3}=-12$ $\quad \frac{f'(3)}{3}=\frac{-12}{3}$

$9F'(3)-F'(1)-40=-36$

$9F'(3)-F'(1)$

$130 < 9a + 6d < 140$

$130 < 15d < 140$

$26 < 3d < 28$

$\frac{26}{3} < d < \frac{28}{3}$

$8.6 < d < 9.$

$\int x\, F(x)\,dx - \int \frac{x^2}{2} F'(x)\,dx$

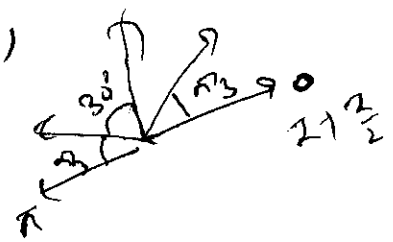
$\left[F'(x)\frac{x^3}{3}\right]_1^3 - \int_1^3 \frac{x^3}{3} F''(x)\,dx$

$\left[9F'(3) - \frac{F'(1)}{3}\right] - \frac{1}{3}(40) = -12$

$\Rightarrow 9F' - \frac{F'(1)}{3}$

$3\left(3F'(3) + 12\right) - F'(1) - 40 = -36$

$9F'(3) - F'(1) - 40 + 36 + 36$



$\frac{\pi}{3}, \pi - \frac{\pi}{3}$

$\frac{7}{2}[2a + 6d] \Big/ \frac{4}{2}[2a + 10d] = \frac{6}{4}$

$14a + 42d = 12a + 60d$

$2a = 18d$

$a = 9d$

कोड **1**

ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि :

19. ऊपरी मूल पृष्ठ के बुलबुलों को **काले बॉल प्वाइन्ट कलम** से काला करें।
20. बुलबुले को **पूर्ण रूप से** काला करें।
21. बुलबुलों को **तभी** काला करें जब आपका उत्तर निश्चित हो।
22. बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका यहाँ दर्शाया गया है : ●
23. काले किये हुये बुलबुले को मिटाने का कोई तरीका **नहीं** है।
24. हर खण्ड के प्रारम्भ में दी गयी अंकन योजना में **काले किये गये** तथा **काले न किये गए** बुलबुलों को मूल्यांकित करने का तरीका दिया गया है।

परीक्षार्थी का नाम ....सुनील कुमार.....

रोल नम्बर .....2045131.....

I HAVE READ ALL THE INSTRUCTIONS AND SHALL ABIDE BY THEM

मैंने सभी निदेशों को पढ लिया है और मैं उनका अवश्य पालन करूँगा/करूँगी।

I have verified the identity, name and roll number of the candidate, and that question paper and ORS codes are the same

मैंने परीक्षार्थी का परिचय, नाम और रोल नंबर का पूरी तरह जाँच लिया कि प्रश्न पत्र तथा ओ.आर.एस. कोड दोनों समान हैं

Signature of the Candidate
परीक्षार्थी के हस्ताक्षर

Signature of the Invigilator
निरीक्षक के हस्ताक्षर

SEAL

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान