UTTAR PRADESH BOARD

SUBJECT : MATHEMATICS **CLASS : X (822 (AV))**

HINTS & SOLUTIONS

1.

(क) (ii) 2

(ख) (iv) $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$

$= 1 + \frac{16}{9}$

$= \frac{25}{9}$

$\sec A = \frac{5}{3}$

(ग) (iii) 1 से 10 तक की धनात्मक सम संख्याएँ
2, 4, 6, 8, 10 है।

माध्य $= \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$

(घ) (i) $\frac{124}{164} = .\overline{75609}$ (असांत)

(ii) $\frac{131}{30} = 4.\overline{36}$ (असांत)

(iii) $\frac{227}{625} = .3632$ (सांत भिन्न)

(iv) $\frac{625}{462} = 1.35281385......$ (असांत)

(ङ) (ii) $\angle PTQ = 360° - [\angle OPQ + \angle OPT + \angle OQT]$
$= 360° - [110° + 90° + 90°] = 70°$
[त्रिज्या तथा स्पर्श रेखा के मध्य हमेशा 90° का कोण होता है]

(च) (iii) कुल इक्के = 4

प्रायिकता $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

2.

(क) द्विघात समीकरण के मूल समान होने पर विचलन D = 0

$b^2 - 4ac = 0$

$\left[-2\sqrt{5}\ p\right]^2 - 4[p]\,[15] = 0$

$20p^2 - 60p = 0$

$20p\,[p-3] = 0$

$p = 0$ या $p = 3$

$p \neq 0$

$\because$ यह एक द्विघात समीकरण है।

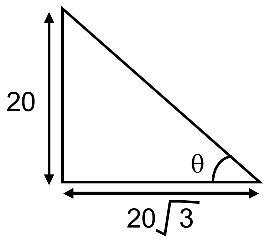
$\therefore$ $p = 3$

(ख) कुल संभावनाये = 1, 2, 3, 4, 5, 6

अभाज्य संख्याये = 2, 3, 5

प्रायिकता = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(ग)



$\tan\theta = \frac{20}{20\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\theta = 30°$

(घ) बहुलक = सबसे ज्यादा बारम्बारता वाला प्रेक्षण 19 Ans

3.

(क) $T_u = 0$

$a + 3d = 0 \quad \Rightarrow \quad a = -3d$

and $T_{25} = a + 24d$ and $T_{11} = a + 10d$

$= -3d + 24d$ $\quad$ $T_{11} = -3d + 10d$

$= 21d$ $\quad$ $T_{11} = 7d$

$T_{25} = 3 \times T_{11}$ इति सिद्धम्

(ख) रेशमा के जीतने की प्रायिकता = 1 – संगीता के मैच जीतने की प्रायिकता

= 1 – .62

= .38.

(ग) द्विघात समीकरण

k [x^2 –(मूलों का योग) x + (मूलों का गुणन)] = 0

$k\left[x^2 - \left(3 + \frac{1}{3}\right)x + \left(3 \times \frac{1}{3}\right)\right] = 0$

$k\left[x^2 - \frac{10}{3}x + 1\right] = 0$

$k\,[3x^2 - 10x + 3] = 0.$

(घ) $\ell + b = 36$ ....(i)

और $\ell = 4 + b$ ....(ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$4 + b + b = 36$

$2b = 32$

समीकरण (ii) से

$\ell = 4 + 16 = 20$

लम्बाई = 20 मीटर, चौड़ाई = 16 मीटर

4.

(क) माना $2+\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है तब

$2+\sqrt{3} = \frac{p}{q}$ (जहाँ p तथा q अभाज्य संख्याऐं है।)

$$\sqrt{3} = \frac{p}{q}-2$$

$$\sqrt{3} = \frac{p-2q}{q}$$

समीकरण का बायां भाग अपरिमेय लेकिन समीकरण का दायां भाग परिमेय है। जो कि संभव नहीं है। अर्थात् हमने संख्या को जो परिमेय माना है उसमें अंतविरोध है।

अतः $2+\sqrt{3}$ ए अपरिमेय संख्या है।

(ख) बेलन के आयतन का दुगना = $2\pi r^2 h$

$= 2\pi rh \times r$

बेलन के आयतन का दुगुना = बेलन का वक्र पृष्ठ × त्रिज्या   इति सिद्धम

(ग) sin 3A = cos (A – 26.)

sin 3A = sin [90° – (A – 26°)] $\{\because$ cossec = sin (90° – θ)$\}$

sin 3° = sin [116 – A]

3° = 116 – A

4° = 116

A = 29°.

(घ) $x = \frac{mx_2+nx_1}{m+n}$ $y = \frac{my_2+ny_1}{m+n}$

$x = \frac{2\times 4+3(-1)}{2+3}$ $y = \frac{2(-3)+3(7)}{2+3}$

$x = \frac{8-3}{5}$ $y = \frac{-6+21}{5}$

x = 1   y = 3

निर्देशांक (1, 3).

5.

(क) अगर बिन्दु संरेखीय है, तो उनसे बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा।

$$\frac{1}{2}\left|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right| = 0$$

$$\frac{1}{2}\left|x(7-5)\ +(-5)\ (5-y)\ +(-4)\ (y-7)\right| = 0$$

|2x – 25 + 5y – 4y + 28| = 0

|2x + y + 3| = 0

2x + y + 3 = 0

(ख) $\text{L.H.S.} = 1+\left(\frac{1-\tan\theta}{1-\cot\theta}\right)^2$

$$1+\left(\frac{1-\tan\theta}{1-\frac{1}{\tan\theta}}\right)^2 \qquad \left[\because \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}\right]$$

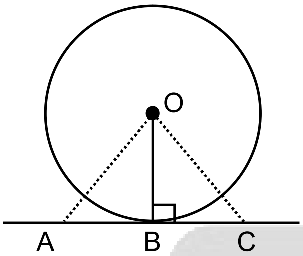
$$1+\frac{(1-\tan\theta)^2 \quad \tan^2\theta}{(\tan\theta-1)^2}$$

$1 + \tan^2\theta$

$\sec^2\theta$ = R.H.S.

इति सिद्धम

(ग) माना 'O' वृत्त का केन्द्र है तथा वृत्त पर स्थित बिन्दु 'O' पर स्पर्श रेखा चित्रानुसार खींची गई है। हमने दो बिन्दु A और C स्पर्श रेखा पर लिये है।



हम जानते है कि बिन्दु और रेखा के मध्य न्यूनतम दूरी ही रेखा पर लम्ब होती है।

और चित्रानुसार स्पष्ट है कि OC और OA, OB से अधिक है OB न्यूनतम है, अतः त्रिज्या, स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है।

(घ)

वर्गान्तर	बारम्बारता f	मध्यमान (x)	f × x
0-10	3	5	15
10-20	x	15	15x
20-30	6	25	150
30-40	10	35	350
40-50	5	45	225
	$\Sigma f = 24 + x$		$\Sigma f \times x = 740 + 15x$

समान्तर माध्य $(\bar{x}) = \dfrac{\Sigma f \times x}{\Sigma f}$

$$25 = \frac{740+15x}{24+x}$$

$600 + 25x = 740 + 15x$

$10x = 140$

$x = 14$.

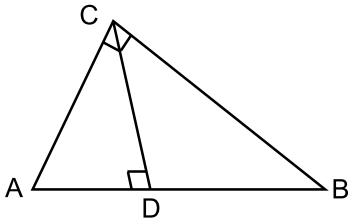
6.

(क) दिया गया है :

$\angle ACB = 90°$, $CD \perp AB$

सिद्ध करना है

$$\frac{BC^2}{AC^2}=\frac{BD}{AD}$$



त्रिभुज ADC और ACB में

$\angle CAD = \angle CAB$

$\angle CDA = \angle ACB$

AA समरूपता से

$\Delta ADC \sim \Delta ACB$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DC}{CB} = \frac{AC}{AB}$$

प्रथम व अंतिम से

AC2 = AB × AD ....(i)

त्रिभुज BDC और BCA में

$\angle CBD = \angle CBA$

$\angle BDC = \angle BCA$

AA समरूपता से

$\Delta BDC \sim \Delta BCA$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{DC}{CA} = \frac{BC}{BA}$$

प्रथम व अंतिम से

$BC^2 = BD \times BA$ ....(ii)

समीकरण (ii) से

$$\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BO \times BA}{AB \times AD} = \frac{BD}{AD} \quad \text{H.P.}$$

(ख) सिद्ध करना है :

$m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

L.H.S. (m + n) (m – n)

$[\tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta]\ [\tan\theta + \sin\theta - \tan\theta + \sin\theta]$

$2\tan\theta \times 2\sin\theta$

$$\frac{4\sin^2\theta}{\cos\theta}$$

R.H.S. = $4\sqrt{mn}$

$$4\sqrt{(\tan\theta + \sin\theta)\ (\tan\theta - \sin\theta)}$$

$$4\sqrt{\tan\theta - \sin\theta}$$

$$4\sqrt{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta}$$

$$4\sqrt{\frac{\sin^2\theta(1-\cos^2\theta)}{\cos^2\theta}} = \frac{4 \times \sin\theta \times \sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4 \times \sin^2\theta}{\cos^2\theta}$$

L.H.S. = R.H.S. इति सिद्धम

(ग) शंकु का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$$

$$\frac{1}{3}\pi \times 5 \times 5 \times 24 = \pi \times 10 \times 10 \times h_2$$

$$h_2 = \frac{5 \times 5 \times 24}{3 \times 10 \times 10} = 2 \text{ सेमी.}$$

(घ) माना भिन्न $\frac{x}{y}$ है।

प्रश्नानुसार $\frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$

$3x - 3 = y$ ....(i)

और $\frac{x}{y+8} = \frac{1}{4}$

$4x = y + 8$

समीकरण (i) से

$4x = 3x - 3 + 8$

$x = 5$

पुनः समीकरण (i) से

$y = 15 - 3 = 12$

भिन्न $= \frac{5}{12}$

7.

(क) $\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{2}{3}$

$\frac{x-3+x-1}{(x-1)\ (x-2)(x-3)} = \frac{2}{3}$

$\frac{2x-4}{(x-1)\ (x-2)(x-3)} = \frac{2}{3}$

$2(x - 2) \times 3 = 2 \times (x - 1)\ (x - 2)\ (x - 3)$

$3 = (x - 1)\ (x - 3)$

$\because \quad (x - 2) \neq 0$

$x^2 - 4x + 3 = 3$

$x^2 - 4x = 0$

$x(x - 4) = 0$

$x = 0$ या 4

अथवा

7.

(क) माना चौड़ाई x है, तो लम्बाई (x + 8) होगी

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$240 = (x + 8) \times x$

$x^2 + 8x - 240 = 0$

$x^2 + 20x - 12x - 240 = 0$

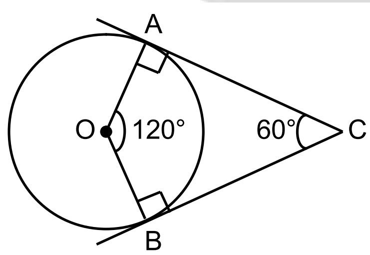
$x(x + 20) - 12\ (x + 20) = 0$

$(x + 20)\ (x - 12) = 0$

$x = -20$ (असंभव) तथा $x = 12$

अर्थात् चौड़ाई = 12 मीटर और लम्बाई = 20 मीटर

(ख)



चरण

1. सर्वप्रथम प्रकार को 4 सेमी. खोलकर 4 सेमी. त्रिज्या का वृत्त बनाया। इसका केन्द्र O है।
2. वृत्त पर एक बिन्दु A लिया जिसे O से मिलाया।

3.	अब बिन्दु O पर $\angle AOB = 120°$ बनाया।

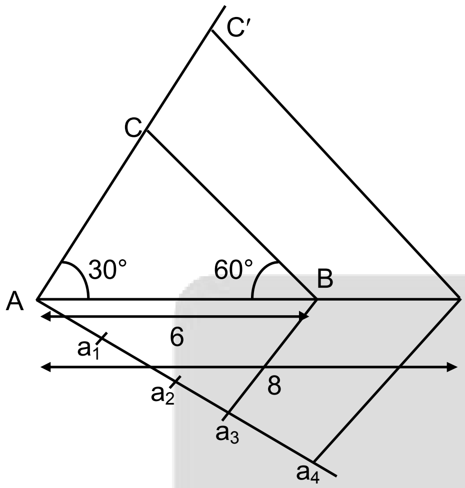
4.	अब बिन्दु A व B पर 90° के कोण की रचना की जिसे आगे बढ़ाने पर ये बिन्दु C पर मिलती है।

5.	इस प्रकार दो स्पर्श रेखाएँ CA और CB मिली जिसके बीच का कोण 60° है।

$\angle ACB = 360° - (120° + 90° + 90°) = 60°$

अथवा

(ख)



$\frac{AB}{AB'} = \frac{3}{4}$

चरण – 1

1.	सर्वप्रथम AB = 6 सेमी. का रेखाखण्ड खींचा।

2.	बिन्दु A पर 30° और B पर 60° का कोण बनाया।

3.	दोनों रेखाएँ C पर प्रतिच्छेद करती है, इस प्रकार ΔABC का निर्माण हुआ।

4.	अब रेखाखण्ड AB के नीचे किसी कोण पर एक रेखा खींची तथा प्रकार की सहायता से इसे चार समान भागों Aa_1 , a_1a_2, a_2a_3 और a_3a_4 में विभाजित किया।

5.	बिन्दु a_3 को B से मिलाया तथा बिन्दु a_4 पर a_3B के समान्तर रेखा की रचना की जो AB को आगे बढ़ाने पर B′ पर मिलती है।

6.	अब बिन्दु B′ से BC के समान्तर रेखा खींची जो AC को आगे बढ़ाने पर C′ पर मिलती है।

7.	इस प्रकार $\Delta AB'C'$ का निर्माण हुआ।