PAPER (पेपर)- 1

प्रश्न पत्र 1 : अभयर्थियों के लिए अनुदेश

- **प्रश्न पत्र में तीन (03) भाग है : भौतिकी, रसायन विज्ञान एंव गणित**
- **प्रत्येक भाग में कुल अठारह (18) प्रश्न है जो तीन (03) खंडो में विभाजित है (खंड 1, खंड 2 और 3)**
- **प्रश्न पत्र में प्रश्नों की कुल संख्याः चौवन (54)**
- **प्रश्न पत्र 1 के अधिकतम अंकः एक सौ अस्सी (180)**

खंड 1 के लिए निर्देशः प्रश्नों के प्रकार और मूल्यांकन योजना

खंड 1 (अधिकतम अंकः 24)

- इस खंड में छह **(06)** प्रश्न है
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु विकल्प (विकल्पों) को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगाः

पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।
आंशिक अंक : **+3** यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है।
आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही है परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं।
आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प है।
शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है।)
ऋण अंक : **–2** अन्य सभी परिस्थितियों में।

- **उदाहरण स्वरूप :** यदि किसी प्रश्न के लिए केवल पहला , तीसरा एंव चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है, तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों मे से सिर्फ दो चुनने पर (उदाहरणतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने। (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प) +1 अंक मिलेंगे। कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), –2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो।

खंड 1 के प्रश्नों का उत्तर देना :

- विकल्प (विकल्पों) का चयन करने क लिए माउज (mouse) का प्रयोग कर विकल्प(विकल्पों) के साथ दिए गए सम्बन्धित बटन (बटनों) पर क्लिक करें।
- चुने हुए विकल्प(विकल्पों) को अचयनित करने के लिए, चुने हुए विकल्प(विकल्पों) के साथ दिए गए सम्बन्धित बटन (बटनों) पर फिर से क्लिक करें या चुने हुए सभी विकल्पों को एक साथ अचयनित करने के लिए **(Clear Response)** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न के पहले से दर्ज किये गए उत्तर के विकल्प (विकल्पों) को बदलने के लिए, यदि आवश्यक हो तो, **Clear Response** बटन पर क्लिक करके चुने हुए सभी विकल्पों को अचयनित करें। इसके बाद फिर नये विकल्प(विकल्पों) को चुने।
- किसी प्रश्न को सिर्फ पुनर्विचार के लिए (उत्तर दिए बिना) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को पुनर्विचार के लिए (उत्तर देने के बाद) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें–पुनर्विचार के लिए चिन्हित उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।
- उत्तर को सुरक्षित दर्ज करने के लिए **Save & Next** बटन पर क्लिक करें–उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।

This solution was download from Resonance JEE ADVANCED 2018 Solution portal

खंड 2 के लिए निर्देश: प्रश्नों के प्रकार और मूल्यांकन योजना

- इस खंड में आठ **(08)** प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान **(NUMERICAL VALUE)** हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/निकटित: उदाहरणत: 6.25, 7.00,–0.33, –30.27, –127.30) को माउज **(MOUSE)** और ऑन स्क्रीन **(ON-SCREEN)** वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड **(VIRTUAL NUMERIC KEYPAD)** का प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकरन योजना के अनुसार होगा :–
  पूर्ण अंक : **+3** यदि सिर्फ सही संख्यात्मक मान **(Numerical value)** ही उत्तर स्वरूप दर्ज किया गया है।
  शून्य अंक : **0** अन्य सभी परिस्थितियों में।

खंड 2 के प्रश्नों का उत्तर देना :

- अनुलग्न कंम्प्यूटर माउज का प्रयोग कर उत्तर देने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर उत्तर के रूप में संख्यात्मक मान को ऑन स्क्रीन **(ON-SCREEN)** वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड **(VIRTUAL NUMERIC KEPAD)** पर दिए गए नंबरों (एंव/अथवा चिन्हों) पर क्लिक कर के दर्ज करें।
- उत्तर को बदलने के लिए, यदि आवश्यक हो तो पहले दर्ज करे गये उत्तर को मिटाने के लिए **Clear Response** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को सिर्फ पुनर्विचार के लिउए (उत्तर दिए बिना) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को पुनर्विचार के लिए (उत्तर देने के बाद) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & NEXT** बटन पर क्लिक करें–पुनर्विचार के लिए चिन्हित उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।
- उत्तर को सुरक्षित दर्ज करने के लिए **Save & Next** बटन पर क्लिक करें–उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।

खंड 3 के लिए निर्देश: प्रश्नों के प्रकार का मूल्यांकन योजना

- इस खंड में दो **(02)** अनुच्छेद है। प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित दो **(02)** प्रश्न दिए गए हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प दिए गए है। इन चार विकल्पों में सिर्फ एक विकल्प ही सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उस विकल्प को चुनें जो सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:–
  पूर्ण अंक : **+3** यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया हैं।
  शून्य अंक : **0** यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
  ऋण अंक : **–1** अन्य सभी परिस्थितियों में

खंड 3 के प्रश्नों का उत्तर देना :

- विकल्प का चयन करने क लिए माउज **(mouse)** का उपायोग कर विकल्प के साथ दिए गए सम्बन्धित बटन पर क्लिक करें।
- चुने हुए विकल्प को अचयनित करने के लिए चुने हुए विकल्प के साथ दिए गए सम्बन्धित बटन पर फिर से क्लिक करें या **(Clear Response)** बटन पर क्लिक करें।
- चुने हुए उत्तर को बदलने के लिए, किसी और विकल्प के बटन पर क्लिक करे।
- किसी प्रश्न को सिर्फ पुनर्विचार के लिए (उत्तर दिए बिना) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें।
- किसी प्रश्न को पुनर्विचार के लिए (उत्तर देने के बाद) चिन्हित करने हेतु **Mark for Review & Next** बटन पर क्लिक करें–पुनर्विचार के लिए चिन्हित उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।
- उत्तर को सुरक्षित दर्ज करने के लिए **Save & Next** बटन पर क्लिक करें–उत्तरित प्रश्न का मूल्यांकन किया जायेगा।

PART-I : PHYSICS

खंड 1 (अधिकतम अंकः 24)

- इस खंड में छह **(06)** प्रश्न है।
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु विकल्प (विकल्पों) को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।

आंशिक अंक : **+3** यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है।

आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही है परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं।

आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प है।

शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है।)

ऋण अंक : **–2** अन्य सभी परिस्थितियों में।

उदाहरण स्वरूप : यदि किसी प्रश्न के लिए केवल पहला , तीसरा एंव चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है, तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों मे से सिर्फ दो चुनने पर (उदाहरणतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने। (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प) +1 अंक मिलेंगे। कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), –2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो।

1. द्रव्यमान (mass) m के एक कण की स्थितिज ऊर्जा (potentital energy) $v(r) = kr^2/2$ है, जहाँ r एक नियत बिन्दु (fixed point) O से कण की दूरी है और k उचित विमाओं (dimensions) वाला एक धनात्मक नियतांक (positive constant) है। यह कण बिन्दु O के सापेक्ष R त्रिज्या वाली एक वृत्तीय कक्षा (circular orbit) में घूम रहा है। यदि v कण की चाल है और L बिन्दु O के सापेक्ष इसके कोणीय संवेग (angular momentum) का परिमाण (magnitude) है, तो निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (से) सही है (हैं)?

(A) $v = \sqrt{\frac{k}{2m}}R$ (B) $v = \sqrt{\frac{k}{m}}R$ (C) $L = \sqrt{mk}R^2$ (D) $L = \sqrt{\frac{mk}{2}}R^2$

Ans. **(BC)**

Sol. $U = \frac{kr^2}{2} \Rightarrow \vec{F} = -k\vec{r}$

$$\frac{mv^2}{R} = +kR \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}}R$$

कोणिय सवेंग $L = mvR = \sqrt{mk}\,R^2$

2. 1.0 kg द्रव्यमान (mass) की एक वस्तु समय t = 0 पर मूल बिन्दु (origin) पर विरामावस्था में है। इस वस्तु पर एक बल $\vec{F} = (\alpha t\hat{i} + \beta)$ लगाया जाता है, जहाँ $\alpha = 1.0\ Ns^{-1}$ और $\beta = 1.0$ N है। समय t = 1.0s पर मूल बिन्दु के सापेक्ष वस्तु पर लगने वाला बल आघूर्ण (torque) $\vec{\tau}$ है। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (से) सही है (हैं) ?

(A) $|\tau| = \frac{1}{3}$Nm

(B) बल आघूर्ण $\vec{\tau}$ मात्रक सदिश (unit vector) $+\hat{k}$ की दिशा में है।

(C) समय t = 1s पर वस्तु का वेग $\vec{v} = \frac{1}{2}(\hat{i} + 2\hat{j})ms^{-1}$ है।

(D) समय t = 1s पर वस्तु के विस्थापन का परिमाण $\frac{1}{6}$m है।

Ans. **(AC)**

Sol. m = 1kg

$m\vec{a} = \vec{F} = t\hat{i} + \hat{j}$

(1) $\vec{a} = t\hat{i} + \hat{j}$

$\frac{d\vec{v}}{dt} = t\hat{i} + \hat{j}$

$\vec{v} = \frac{t^2}{2}\hat{i} + t\hat{j} = \frac{1}{2}\hat{i} + \hat{j}$

$\vec{s} = \frac{t^3}{6}\hat{i} + \frac{t^2}{2}\hat{j}$

$\vec{s}(t=1) = \frac{1}{6}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$= \left[\frac{1}{6}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right] \times \left[\hat{i} + \hat{j}\right] \quad = \frac{1}{6}(\hat{i} \times \hat{j}) + \frac{1}{2}(\hat{j} \times \hat{i}) \quad = \frac{1}{6}\hat{k} - \frac{1}{2}\hat{k} = \frac{-2}{6}\hat{k} = -\frac{1}{3}\hat{k}$

$|\tau| = \frac{1}{3}$, t = 1 sec पर

3. एक आन्तंरिक त्रिज्या r वाल एकसमान केशननली (uniform capillary tube) को ऊर्ध्वाधर तरीके से (vertically) पानी से भरे एक बीकर (beaker) में डुबाया जाता है। केशनली में पानी, बीकर के पानी के पृष्ठ (water surface) में , h ऊँचाई तक उठता है। पानी की पृष्ठ तनाव (surface tenstion) σ है। पानी और केशनली की दीवार के बीच का सम्पर्क कोण (angle of contact) θ है। मेनिस्कस (meniscus) में उपस्थित पानी के द्रव्यमान (mass) की उपेक्षा कीजिए। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (सें) सही है (हैं) ?

(A) एक दिए गये पदार्थ से बनी केशनली का r बढ़ाने से h कम होता है।

(B) एक दिए गये पदार्थ से बनी केशनली में, h पृष्ठ तनाव σ पर निर्भर करता है।

(C) यदि यह प्रयोग एक नियत त्वरण (constant acceleration) से ऊपर जाने वाली लिफ्ट (lift) में किया जाता है, तो h कम होता है।

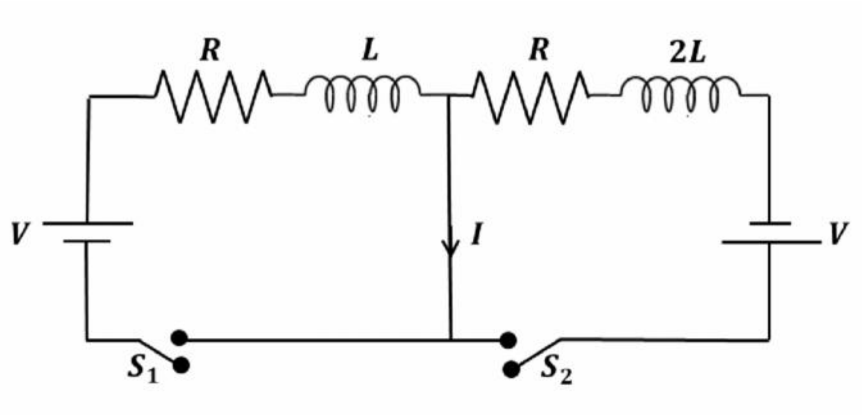
(D) h सम्पर्क कोण θ के समानुपातिक (proportional) है।

Ans. **(AC)**

Sol. $h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}$

जब लिफ्ट ऊपर कि तरफ नियत त्वरण से गतिशील है $h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho(g+a)r}$

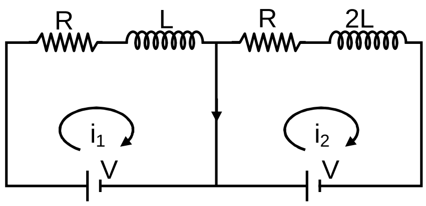
4. नीचे दर्शाये गये चित्र में S_1 और S_2 कुंजियों (switches) को समय t = 0 पर एक साथ बन्द किया जाता है और परिपथ (circuit) में धारा बहने लगती है। दोनों बैटरियों (batteries) के विद्युतवाहक–बल (electromotive force ; emf) का परिमाण समान है और उनका ध्रुवण (polarity) चित्र में दर्शाया गया है। दोनों प्रेरकों (inductors) के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व (mutual inductance) की उपेक्षा कीजिए। यदि मध्य में स्थित तार में धारा I अपने परिमाण I_{max} पर समय $t = \tau$ पर पहुँचती है तो निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (से) सही है (हैं)?



(A) $I_{max} = \frac{V}{2R}$ (B) $I_{max} = \frac{V}{4R}$ (C) $\tau = \frac{L}{R}\ell n2$ (D) $\tau = \frac{2L}{R}\ell n2$

Ans. **(BD)**

Sol.



Δi (बीच वाले तार में धारा) $= i_1 - i_2$

$$= \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right) - \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{2L}}\right)$$

$$= \frac{V}{R}\left(e^{-\frac{Rt}{2L}} - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

i_{max} के लिए : $\frac{d}{dt}(\Delta i) = 0$

$$\Rightarrow \quad \frac{V}{R}\left(-\frac{R}{L}e^{-\frac{Rt}{L}} + \frac{R}{2L}e^{-\frac{Rt}{2L}}\right) = 0 \qquad \Rightarrow \quad e^{-\frac{Rt}{L}} = \frac{1}{2}e^{-\frac{Rt}{2L}}$$

$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{Rt}{2L}} = \frac{1}{2} \qquad \& \qquad t = \frac{2L}{R}\ell n2$$

$\Rightarrow$ तथा $i_{max} = \frac{V}{4R}$

5. दो अनन्त लम्बाई के सीधे तार xy-तल में $x = \pm R$ रेखाओं पर रखे हुए है। $x = +R$ पर रखे हुए तार में I_1 और $x = -R$ पर रखे हुए तार में I_2 स्थिर (constant) धारायें बह रही है। R त्रिज्या का एक वृत्ताकार पाश (circular loop), जिसका केन्द्र $(0, 0, \sqrt{3}R)$ है , इस प्रकार लटका हुआ है कि पाश का तल xy-तल के समान्तर है। पाश में एक स्थिर धारा (constant current) I बह रही है। पाश के ऊपर से देखने पर पाश में धारा की दिशा दक्षिणावर्त (clockwise) है। अनन्त लम्बाई के तार में धारा को धनात्मक (positive) माना जाता है यदि यह मात्रक सदिश (unit vector) $+\hat{j}$ की दिशा में है। चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के बारे में निम्नलिखित कथनों में से कौनस (से) सही है (हैं)?

(A) यदि $I_1 = I_2$, हो तो मूल बिन्दु तो मूल बिन्दु (0, 0, 0) पर $\vec{B}$ शून्य नहीं हो सकता है।

(B) यदि $I_1 > 0$ और $I_2 < 0$ हो तो मूल बिन्दु (0,0,0) पर $\vec{B}$ शून्य हो सकता है।

(C) यदि $I_1 < 0$ और $I_2 > 0$ हो तो मूल बिन्दु (0,0,0) पर $\vec{B}$ शून्य हो सकता है।

(D) यदि $I_1 = I_2$ हो तो पाश के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का z-घटक का मान $\left(-\frac{\mu_0 I}{2R}\right)$ है।

Sol. **(ABD)**

वलय के कारण मूल बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$= \frac{\mu_0 \times I \times R^2}{2 \times 8R^3}\left(-\hat{K}\right) = \frac{\mu_0 I}{16R}\left(-\hat{K}\right)$$

तारो के कारण मूल बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$= \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R}\right)\hat{K}$$

I_1 तथा I_2 को चिन्ह सहित रखने पर

यदि $I_1 = I_2$ हो तो $\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{16R}\left(-\hat{K}\right)$

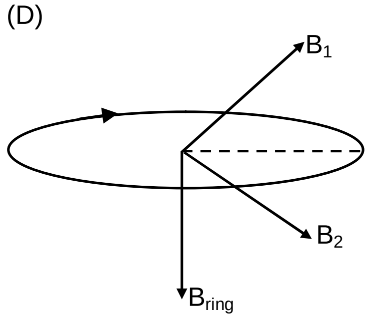
यह शून्य हो सकता है

यदि $I_1 < 0$, $I_2 > 0$

हो तो $\vec{B}_0 = -\left[\frac{\mu_0 (I_1 + I_2)}{2\pi R} + \frac{\mu_{\cdot} I}{16R}\right]\hat{K}$

यह शून्य नही हो सकता है

(D)

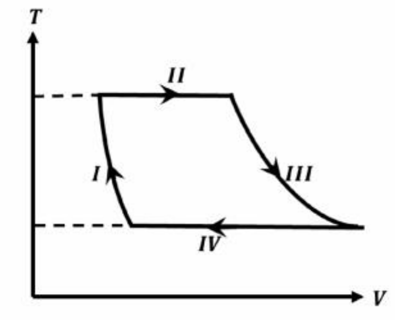


$B_1 = B_2$

z-अक्ष के अनुदिश चुम्बकीय क्षेत्र केवल वलय के कारण है

$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$, z दिशा में है

6. एक परमाण्विक आदर्श गैस (monatomic ideal gas) का एक मोल चित्र में दर्शाये गये चक्रीय प्रक्रम (cyclic process) से गुजरता है (जहाँ V आयतन है तथा T तापमान है)। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (से) सही है (हैं) ?



(A) प्रक्रम I एक समआयतनिक (isochoric) प्रक्रम है।
(B) प्रक्रम II में गैस ऊष्मा को अवशोषित (absorbs) करती है।
(C) प्रक्रम IV में गैस ऊष्मा को निष्कासित (releases) करती है।
(D) प्रक्रम I और प्रक्रम III (isobaric) **नहीं** है।

Ans. **(BCD)**

Sol. प्रक्रम II समतापिय प्रसार है
$\Rightarrow$ ऊष्मा धनात्मक है
प्रक्रम IV समतापिय प्रसार है
$\Rightarrow$ ऊष्मा ऋणात्मक है

खंड 2 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में आठ **(08)** प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान **(NUMERICAL VALUE)** हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/निकटितः उदाहरणतः 6.25, 7.00,–0.33, –30.27, –127.30) को माउज **(MOUSE)** और ऑन स्क्रीन **(ON-SCREEN)** वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड **(VIRTUAL NUMERIC KEYPAD)** का प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकरन योजना के अनुसार होगा :–
  पूर्ण अंक : **+3** यदि सिर्फ सही संख्यात्मक मान **(Numerical value)** ही उत्तर स्वरूप दर्ज किया गया है।
  शून्य अंक : **0** अन्य सभी परिस्थितियों में।

7. $\vec{A}$ और $\vec{B}$ दो सदिश राशियाँ है, जहाँ $\vec{A} = \alpha\hat{i}$ और $\vec{B} = \alpha(\cos t\,\hat{i} + \sin \omega t\,\hat{j})$ है। यहाँ α एक स्थिरांक (constant) है और $\omega = \pi/6$ rad s^{-1} है। यदि $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{3}\,|\vec{A} - \vec{B}|$ प्रथम बार समय $t = \tau$ पर होता है, तो τ का मान सैंकडों (constant) में, ___________ है।

Ans. **2.00**

Sol. $\vec{A} = a\hat{i}$ and तथा $\vec{B} = a\cos\omega t\hat{i} + a\sin\omega t\hat{j}$

$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{3}\,|\vec{A}-\vec{B}|$

$\sqrt{(a+a\cos\omega t)^2 + (a\sin\omega t)^2} = \sqrt{3}\ \sqrt{(a-a\cos\omega t)^2 + (a\sin\omega t)^2}$

$\Rightarrow\ 2\cos\frac{\omega t}{2} = \pm\sqrt{3}\times 2\sin\frac{\omega t}{2}$

$\tan\frac{\omega t}{2} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{\omega t}{2} = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{12}t = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

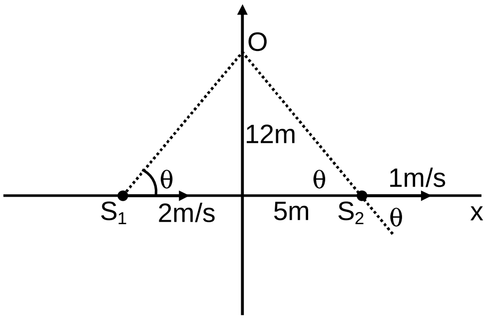
$t = (12n \pm 2)s$

= 2s, 10s, 14s ....

8. दो आदमी एक क्षैतिज सीधी रेखा (horizontal straight line) पर एक ही दिशा में गतिमान है। आगे वाले आदमी की चाल 1.0 ms^{-1} है और पीछे वाले आदमी की चाल 2.0 ms^{-1} है एक तीसरा आदमी उसी क्षैतिज रेखा से 12 m की ऊँचाई पर इस प्रकार खड़ा है कि तीनों आदमी एक ही ऊर्ध्वाधर तल (vertical plane) में है। दोंनो गतिमान आदमी 1430 Hz आवृत्ति वाली एक जैसी सीटियाँ बजा रहे वायु में ध्वनि की चाल 330 ms^{-1} है। जब गतिमान आदमियों के बीच की दूरी 10 m है , उसी पल स्थिर आदमी उन दोंनो से समान दूरी पर है। उस पल, स्थिर आदमी द्वारा सुनी गयी विस्पंदओं की आवृत्ति (frequency of beats) __________ Hz है।

Ans. **5.00**

Sol.



$f_1 = f\left(\frac{v}{v - 2\cos\theta}\right)$ $\qquad f_2 = f\left(\frac{v}{v + \cos\theta}\right)$

विस्पन्द आर्वति $= f_1 - f_2$

$= \frac{fvx3\cos\theta}{(v - 2\cos\theta)(v + \cos\theta)} \qquad \approx \frac{2f\cos\theta}{v} = 5$

9. एक वृत्ताकार वलय (ring) और एक वृत्ताकार चकती (disc), एक आनत बल (inclined plane) के शीर्ष पर अगल–बगल (side by side) विरामावस्था में है। आनत तल, क्षैतिज तल (horizontal plance) से 60° का कोण बनाता है। दोनों वस्तुए एक ही पल, न्यूनतम दूरी वाले पथ पर बिना फिसले लोटना (rolling without slipping) आरम्भ करती है। यदि दोनों वस्तुओं के क्षैतिज तल पर पहुँचने का समयान्तर $(2-\sqrt{3})/\sqrt{10}$ s, हो तो आनत तल के शीर्ष की ऊँचाई ________ मीटर है। g = 10 ms^{-2} लें।

Ans. **0.75**

Sol. $a_{cm} = \frac{g\sin\theta}{1+\frac{K^2}{R^2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}g}{2}}{1+\frac{K^2}{R^2}}$

$a_{ring} = \frac{\frac{\sqrt{3}g}{2}}{1+1} = \frac{\sqrt{3}g}{4}$

$a_{disc} = \frac{\frac{\sqrt{3}g}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{g}{\sqrt{3}}$

$$t_{ring} = \sqrt{\frac{2.\frac{2h}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}g}{4}}} = \sqrt{\frac{4h}{\sqrt{3}}\frac{4}{\sqrt{3}g}} = \sqrt{\frac{16h}{3g}}$$

$$t_{disc} = \sqrt{\frac{2.\frac{2h}{\sqrt{3}}}{\frac{g}{\sqrt{3}}}} = \sqrt{\frac{4h}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{g}} = \sqrt{\frac{4h}{g}}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{16h}{3g}} - \sqrt{\frac{4h}{g}} = \sqrt{\frac{h}{g}}\left(\sqrt{\frac{16}{3}} - \sqrt{4}\right)$$

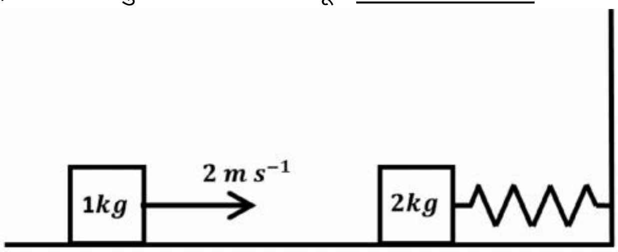
$$= \sqrt{\frac{h}{g}}\left(\frac{4}{\sqrt{3}} - 2\right)$$

$$= 2\sqrt{\frac{h}{g}}\left(\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= 2\sqrt{\frac{h}{3}} = 1$$

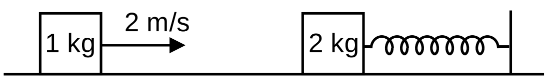
$$= \sqrt{\frac{h}{3}} = \frac{1}{2} \qquad \Rightarrow \qquad h = \frac{3}{4} = 0.75\text{m}$$

10. एक कमानी–गुटका निकाय (spring-block system) एक घर्षण रहित फर्श (frictionless floor) पर विरामावस्था में है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। कमानी स्थिरांक (spring constant) 2.0 Nm^{-1} है और गुटके का द्रव्यमान (mass) 2.0 kg है। कमानी के द्रव्यमान की उपेक्षा कीजिए। शुरूआत मे कमानी अतनित (unstretched) अवस्था में है। एक दूसरा गुटका , जिसका द्रव्यमान 1.0 kg है और चाल 2.0 ms^{-1} है, पहले गुटके से प्रत्यास्थ संघट्ट (elastic collision) करता है। इस संघट्ट के बाद 2.0 kg का गुटका दीवार से नहीं टकराता है। जब कमानी संघट्ट के बाद पहली बार अपनी अतानित स्थिति में वापस आती है , तब दोंनो गुटकों के बीच की दूरी ___________ मीटर होगी।

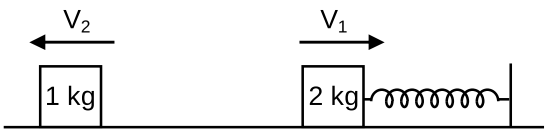


Ans. **2.09**

Sol. **टक्कर के पहले**



टक्कर के बाद



$V_1 + V_2 = 2$ .....(1)

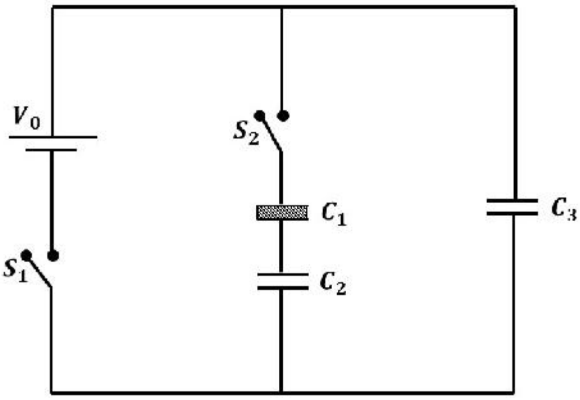
$2V_1 - V_2 = 4$ .....(2)

$3V_1 = 4 \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3}$ $\qquad V_2 = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$ m/s

$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2}\sqrt{\frac{2}{2}} = \pi$ sec.

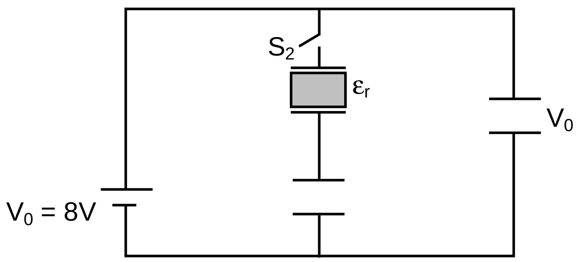
दूरी $= \pi V_2 = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{22}{7}\right)m = \frac{44}{21}m = 2.09$

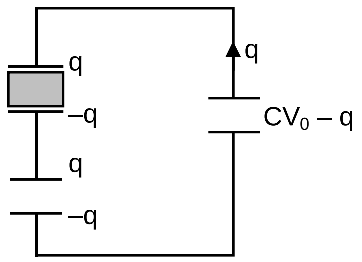
11. तीन एकसमान संधारित्रों (identical capacitors) C_1, C_2 और C_3 में प्रत्येक की धारिता 1.0 μF है और शुरूआत में तीनों संधारित्रों अनावेशित (uncharged) है। तीनों संधारित्रों को, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, एक परिपथ (circuit) में जोड़ा गया है और उसके बाद C_1 में ε_r सापेक्ष परावैद्युतांक (relative permittivity) का एक परावैद्युत (dielectric) पदार्थ पूर्णतः भरा जाता है। सेल (cell) का विद्युत वाहक बल (electromotive force, emf), V_0 = 8V है। शुरूआत में कुंजी (switch) S_1 बन्द है और कुंजी S_2 खुली है। संधारित्र C_3 के पूरी तरह आवेशित (charged) होने के बाद, एक ही पल से एक साथ (simultaneously) कुंजी S_1 को खोल दिया जाता है और कुंजी S_2 को बन्द कर दिया जाता है। जब सभी संधारित्र साम्यावस्था (equilibrium) में आ जाते है, तब संधारित्र C_3 पर 5μC का आवेश पाया जाता है। ε_r का मान ____________ है।



Ans. **1.50**

Sol.





$\frac{CV_0 - q}{C} - \frac{q}{\varepsilon_r C} - \frac{q}{C} = 0 \qquad \frac{CV_0 - q}{C} = 5$

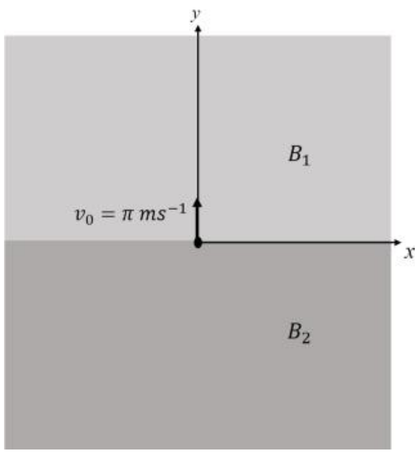
$5 = \frac{q}{C}\left(1+\frac{1}{\varepsilon_r}\right)$ $\qquad$ $8C - q = 5C$

$= 3\left(1+\frac{1}{\varepsilon_r}\right)$ $\qquad$ $\Rightarrow q = 3C$

$\frac{5}{3} = 1 + \frac{1}{\varepsilon_r} \Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_r} = \frac{2}{3}$

$\varepsilon_r = \frac{3}{2} = 1.5$

12. xy-तल के $y > 0$ वाल भाग में एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र (uniform magnetic field) $B_1\hat{k}$ है और $y < 0$ वाले भाग में एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $B_2\hat{k}$ है। एक धनात्मक आवेशित कण (positively charged particle) को मूल बिन्दु (origin) से $t = 0$ समय पर $v_0 = \pi ms^{-1}$ की चाल से +y-अक्ष की दिश में प्रक्षेपित किया जाता है (projected), जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। इस प्रश्न में गुरूत्वाकर्षण की उपेक्षा कीजिए। समय $t = T$ पर कण x-अक्ष को नीचे से पहली बार पार करता है। यदि $B_2 = 4B_1$ हो तो T समयान्तराल में x-अक्ष की दिशा में कण की औसत चाल (average speed) ____________ ms^{-1} है।



Ans. **2.00**

Sol. यदि औसत चाल x-अक्ष के अनुदिश ली जाये

$R_1 = \frac{mv_0}{qB_1},\ R_2 = \frac{mv_0}{qB_2} = \frac{mv_0}{4qB_1}$

$R_1 > R_2$

x-अक्ष के अनुदिश दूरी $\Delta x = 2(R_1 + R_2) = \frac{5mv_0}{2qB_1}$

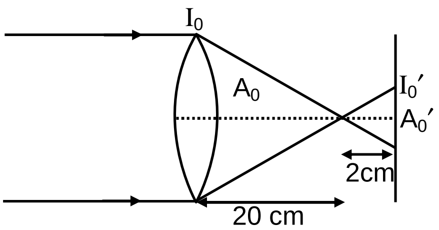
कुल समय $= \frac{\pi m}{qB_1} + \frac{\pi m}{qB_2} = \frac{\pi m}{qB_1} + \frac{\pi m}{4qB_1} = \frac{5\pi m}{4qB_1}$

औसत चाल का परिमाण $= \frac{\frac{5mv_0}{2qB_1}}{\frac{5\pi m}{4qB_1}} = 2m/s$

13. सूर्य का प्रकाश, जिसकी तीव्रता (intensity) 1.3 kWm^{-2} है, एक पतले उत्तल लेंस (convex lens) पर अभिलम्बवत् तरीके से आपतित होता है (incident normally) लेंस की फोकस दूरी (focal length) 20 cm है लेंस द्वारा होने वाली प्रकाश की ऊर्जा के क्षय की उपेक्षा कीजिए और मान लीजिए कि लेंस का द्वारक माप (aperture size) उसकी फोकस दूरी से बहुत कम है। लेंस के दूसरी तरफ, 22 cm की दूरी पर प्रकाश की औसत तीव्रता _________ kWm^{-2} है।

Ans. **130.00**

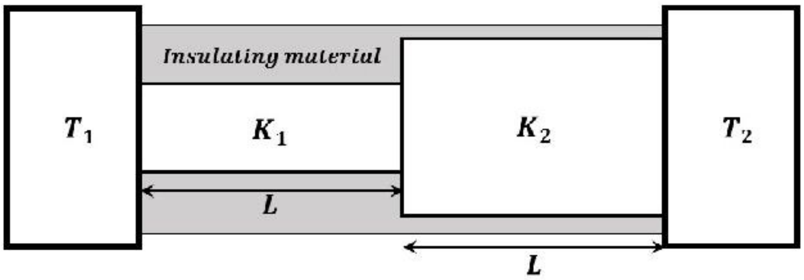
Sol.



$$\frac{A_0'}{A_0} = \left(\frac{2}{20}\right)^2 = \frac{1}{100} \quad \Rightarrow \quad A_0' = \frac{A_0}{100}$$

$$I_0' = \frac{I_0 A_0}{\frac{A_0}{100}} = 100 I_0 = 130 kW/m^2$$

14. समान लम्बाई परन्तु अलग–अलग त्रिज्याओं वाले दो बेलनाकार चालक (cylinders conductors) श्रेणीक्रम में (in series) दो ऊष्माशयों (heat baths) के बीच में जोड़े गए है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। इन ऊष्माशयों का तापमान T_1 = 300K और T_2 = 100K है। बड़े चालक की त्रिज्या छोटे चालक की त्रिज्या की दोगुनी है। छोटे चालक की ऊष्मा चालकता (thermal conductivities) K_1 है और बड़े चालक की ऊष्मा K_2 है। यदि स्थायी अवस्था (steady state) में, बेलनों के संधि (junction) का तापमान 200K हो, तब K_1/K_2 का मान ___________ होगा।



Ans. **4.00**

Sol. चुकि ऊष्मा प्रवाह की दर समान है अतः

$$\frac{300-200}{R_1} = \frac{200-100}{R_2}$$

$R_1 = R_2$ $\quad \Rightarrow \frac{L_1}{K_1 A_1} = \frac{L_2}{K_2 A_2}$

$$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{A_2}{A_1} = 4$$

खंड 3 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में दो **(02)** अनुच्छेद है। प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित दो **(02)** प्रश्न दिए गए हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प दिए गए है। इन चार विकल्पों में सिर्फ एक विकल्प ही सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उस विकल्प को चुनें जो सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:–

  पूर्ण अंक : **+3** यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया हैं।
  शून्य अंक : **0** यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
  ऋण अंक : **–1** अन्य सभी परिस्थितियों में

अनुच्छेद "X"

विद्युतचुम्बकीय सिद्धान्त के अनुसार विद्युत और चुम्बकीय परिघटनाओं (phenomena) के बीच सम्बन्ध होता है। इसलिए विद्युत और चुम्ककीय राशियों के विमाओं (dimensions) में भी सम्बन्ध होने चाहिए । निम्नलिखित प्रश्नों में [E] और [B] क्रमशः विद्युत और चुम्बकीय क्षेत्रों की विमाओं को दर्शाते है, जबकि $[\varepsilon_0]$ और $[\mu_0]$ क्रमशः मुक्त आकाश (free space) की परावैद्युतांक (permittivity) और चुम्बकशीलता (permeability) की विमाओं को दर्शाते है। [L] और [T] क्रमशः लम्बाई और समय की विमायें है। सभी राशियाँ SI मात्रकों (units) में दी गयी है।

(अनुच्छेद "X", पर दो प्रश्न आधारित है, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है।)

15. [E] और [B] के बीच में सम्बन्ध है

(A) $[E] = [B]\,[L]\,[T]$ (B) $[E] = [B]\,[L]^{-1}\,[T]$ (C) $[E] = [B]\,[L]\,[T]^{-1}$ (D) $[E] = [B]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$

Ans. **(C)**

Sol. विमा के पदों में

$qE = qvB$

$E = vB$

$[E] = [B]\,[LT^{-1}]$

16. $[\varepsilon_0]$ और $[\mu_0]$ के बीच में सम्बन्ध है

(A) $[\mu_0] = [\varepsilon_0]\,[L]^2\,[T]^{-2}$ (B) $[\mu_0] = [\varepsilon_0]\,[L]^{-2}\,[T]^2$ (C) $[\mu_0] = [\varepsilon_0]^{-1}\,[L]^2\,[T]^{-2}$ (D) $[\mu_0] = [\varepsilon_0]^{-1}\,[L]^{-2}\,[T]^2$

Ans. **(D)**

Sol. $C = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \in_0}}$

$C^2 = \dfrac{1}{\mu_0 \in_0}$

$\mu_0 = \in_0 . C^2$

$[\mu_0] = [\in_0]^{-1}\, L^{-2}\, T^2$

अनुच्छेद "A"

यदि सभी स्वतन्त्र राशियों (independent quantities) की मापन त्रुटियाँ (measurement errors) ज्ञात हो, तो किसी निर्भर राशि (dependent quantity) की त्रुटि का परिकालन (calculation) किया जा सकता है। इस परिकलन में श्रेणी प्रसार (series expansion) का प्रयोग किया जाता है और इस प्रसार को त्रुटि (error) के पहले घात (first power) पर रून्डित (truncate) किया जाता है। उदाहरण स्वरूप, सम्बन्ध z = x/y में यदि और x,y और z की त्रुटिया क्रमशः Δx, Δy and Δz हो तो

$$z \pm \Delta z = \frac{x + \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y}\left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right)\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}$$

$\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}$ का श्रेणी प्रसार, $\Delta y/y$ में पहले घात तक, $1 \mp \left(\frac{\Delta y}{y}\right)$ है। स्वतत्र राशियों की आपेक्षिक त्रुटियॉ (relative errors) सदैव जोड़ी जाती है। इसलिए z की त्रुटि होगी।

$$\Delta z = z\left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right)$$

उपरोक्त परिकलन में $\Delta x/x << 1$, $\Delta y/y << 1$ माने गये हैं। इसलिए इन राशियों की उच्चतर घातें (higher powers) उपेक्षित हैं।

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है।)

17. एक विमा–रहित (dimensionless) राशि α को मापकर, एक अनुपात (ratio) $r = \frac{(1-a)}{(1+a)}$ का परिकलन करना है। यदि α की मापन की त्रुटि Δa ($\Delta a/a << 1$) तो r के परिकलन की त्रुटि Δr क्या होगी ?

(A) $\frac{\Delta a}{(1+a)^2}$ (B) $\frac{2\Delta a}{(1+a)^2}$ (C) $\frac{2\Delta a}{(1-a^2)}$ (D) $\frac{2a\Delta a}{(1-a^2)}$

Ans. **(B)**

Sol. $\frac{dr}{da} = \frac{(1+a)(-1)-(1-a)}{(1+a)^2}$

$\Rightarrow \quad dr = \frac{-2dr}{(1+a)^2}$

18. एक प्रयोग के आरम्भ में रेडियोएक्टिव नाभिकों की संख्या 3000 है। प्रयोग के पहले 1.0 सैकंड में 1000 ± 40 नाभिकों का क्षय हो जाता है। यदि $|x| << 1$ हो तो x के पहले घात तक $\ell n(1 + x) = x$ है। क्षयांक (decay constant) λ के निर्धारण में त्रुटि $\Delta\lambda$, s^{-1}, में है

(A) 0.04 (B) 0.03 (C) 0.02 (D) 0.01

Ans. **(C)**

Sol. $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$\ell nN = \ell nN_0 - \lambda t$

λ के सापेक्ष अवकलन करने पर

$\frac{1}{N}\frac{dN}{d\lambda} = 0 - t$

$d\lambda = \frac{dN}{Nt} = \frac{40}{2000 \times 1} = 0.02$