Resonance
Educating for better tomorrow

JEE (MAIN)-2013

Date : 07-04-2013 **Duration : 3 Hours** **Max. Marks : 360**

महत्त्वपूर्ण निर्देश

1. परीक्षा पुस्तिका के इस पष्ठ पर आवश्यक विवरण नीले/काले बॉल प्वाइंट पेन से तत्काल भरें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।

2. उत्तर पत्र इस परीक्षा पुस्तिका के अन्दर रखा है। जब आपको परीक्षा पुस्तिका खोलने को कहा जाए तो उत्तर पत्र निकाल कर सावधानीपूर्वक विवरण भरें।

3. परीक्षा की अवधि **3** घंटे है।

4. इस परीक्षा पुस्तिका में **90** प्रश्न है। अधिकतम अंक **360** है।

5. इस परीक्षा पुस्तिका मे तीन भाग **A, B, C** है। जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित** के **30** प्रश्न है। और सभी प्रश्नों के अंक समान है। प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर के लिए **4 (चार)** अंक निर्धारित किये गये है।

6. अभ्यार्थियों को प्रत्येक सही उत्तर के लिए उपरोक्त निर्देशन संख्या **5** के निर्देशानुसार मार्क्स दिये जाएंगे। प्रत्येक प्रश्न के गलत उत्तर के लिये **¼** वां भाग लिया जायेगा। यदि उत्तर पुस्तिका में किसी प्रश्न का उत्तर नहीं दिया गया हो तो कुल प्राप्तांक से कोई कटौती नहीं कि जायेगी।

7. प्रत्येक प्रश्न का केवल एक ही सही उत्तर है। एक से अधिक उत्तर देने पर उसे गलत उत्तर माना जायेगा और उपरोक्त निर्देश **6** के अनुसार अंक काट लिये जायेंगे।

8. उत्तर पत्र के पष्ठ–**1** एवं प्रष्ठ–**2** पर वांछित विवरण एवं उत्तर अंकित करने हेतु केवल नीले/काले बॉल प्वाइंट पेन का ही प्रयोग करें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।

9. परिक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में प्रवेश कार्ड के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री, मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियाँ, पेजर मोबाईल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों या अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं है।

10. रफ कार्य परीक्षा पुस्तिक में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिए। यह जगह प्रत्येक पष्ठ पर नीचे की और पुस्तिका के अंत में **3** पष्ठों पर दी गई है।

11. परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौप दें। परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।

12. इस पुस्तिका का संकेत **P** है। यह सुनिश्चित कर लें कि इस पुस्तिका का संकेत, उत्तर पत्र के पष्ठ–**2** पर छपे संकेत से मिलता है। अगर यह भिन्न हो तो परीक्षार्थी दूसरी परीक्षा पुस्तिका और उत्तर पत्र लेने के लिए निरीक्षक को तुरन्त अवगत कराएँ।

13. उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाएँ।

Name of the Candiate (in Capital letters) : _____

Roll Number : in figures : | | | | | | | | | in words : _____

Examination Centre Number : | | | | | | |

Name of Examination Centre (in Capital letters) : _____

Candidate's Signature : _____ Invigilator's Signature : _____

PART A – भौतिक विज्ञान (PHYSICS)

1. लम्बाई L, द्रव्यमान M और अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल A वाले एक समान बेलन को इसकी लम्बाई ऊर्ध्वाधर रखते हुए एक द्रव्यमानविहीन कमानी द्वारा एक नियत बिंदु से इस प्रकार लटकाया गया है कि साम्यावस्था स्थिति में इसका आधा भाग घनत्व σ के द्रव में डूबा रहें। जब यह साम्यावस्था में हैं, तब कमानी में विस्तार x_0 है :

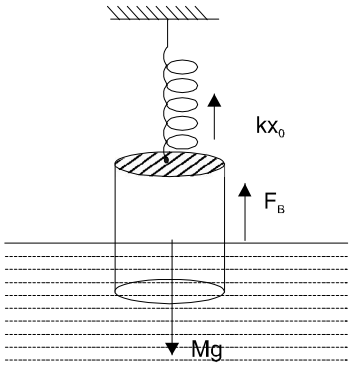
(1) $\frac{Mg}{k}$ (2) $\frac{Mg}{k}\left(1-\frac{LA\sigma}{M}\right)$ (3) $\frac{Mg}{k}\left(1-\frac{LA\sigma}{2M}\right)$ (4) $\frac{Mg}{k}\left(1+\frac{LA\sigma}{M}\right)$

Sol. $kx_0 + F_B = mg$

$$kx_0 + \sigma\frac{L}{2}Ag = Mg$$

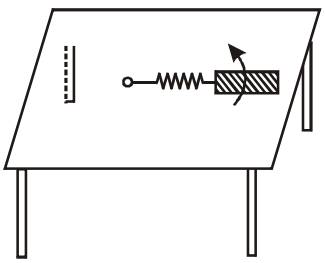
$$x_0 = \frac{Mg - \frac{\sigma LAg}{2}}{k}$$

$$= \frac{Mg}{k}\left(1-\frac{\sigma LA}{2M}\right)$$



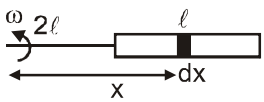
Ans (3)

2. लम्बाई 'l' की एक धातु की छड़ लम्बाई 2l की एक डोरी से बँधी है और डोरी के एक सिरे को स्थिर रख कर इसे कोणीय चाल ω से घूर्णित किया जाता है। यदि क्षेत्र में एक ऊर्ध्वाधर चुम्बकीय क्षेत्र 'B' है, तब छड़ के सिरों पर प्रेरित विद्युत वाहक बल है :



(1) $\frac{2B\omega l^2}{2}$ (2) $\frac{3B\omega l^2}{2}$ (3) $\frac{4B\omega l^2}{2}$ (4) $\frac{5B\omega l^2}{2}$

Sol. $e = \int_{2\ell}^{3\ell}(\omega x)Bdx = B\omega\frac{[(3\ell)^2-(2\ell)^2]}{2}$



$$= \frac{5B\ell^2\omega}{2}$$

Ans. (4)

3. इस प्रश्न में प्रकथन I एवं प्रकथन II दिये हुये हैं। प्रकथनों के पश्चात् दिये गये चार विकल्पों में से, उस विकल्प को चुनिये जो कि दोनो प्रकथनों का सर्वोत्तम वर्णन करता है।

प्रकथन - I : चाल υ से गतिशील द्रव्यमान m का एक बिंदु कण स्थिर द्रव्यमान M के एक बिन्दु कण से संघट्ट करता है। यदि सम्भव अधिकतम ऊर्जा क्षय दिया जाता है $f\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2\right)$ से, तब $f = \left(\frac{m}{M+m}\right)$.

प्रकथन - II : अधिकतम ऊर्जा क्षय तभी होता है जब संघट्ट के परिणामस्वरूप कण एक दूसरे से चिपक जाते है।

(1) प्रकथन-I सत्य है, प्रकथन-II सत्य है। प्रकथन- II प्रकथन- I की सही व्याख्या करता है।

(2) प्रकथन-I सत्य है, प्रकथन- II सत्य है। प्रकथन- II प्रकथन- I की सही व्याख्या नहीं करता है।

(3) प्रकथन-I सत्य हैं, प्रकथन- II असत्य है।

(4) प्रकथन-I असत्य है, प्रकथन- II सत्य है।

Sol. अधिकतम ऊर्जा हानि = $\frac{P^2}{2m} - \frac{P^2}{2(m+M)}$

$$= \frac{P^2}{2m}\left[\frac{M}{(m+M)}\right] = \frac{1}{2}mv^2\left\{\frac{M}{m+M}\right\} \qquad \left(f = \frac{M}{m+M}\right)$$

अतः वक्तव्य -1 गलत है तथा वक्तव्य 2 सही है। अतः

Ans (4)

4. निर्वात में विद्युतशीलता का विमीय सूत्र [$\in_0$] से चिन्हित किया जाता है। यदि M = द्रव्यमान, L = लम्बाई, T = समय और A = विद्युत धारा, तब :

(1) $[\in_0] = [M^{-1} L^{-3} T^2 A]$ (2) $[\in_0] = [M^{-1} L^{-3} T^4 A^2]$

(3) $[\in_0] = [M^{-1} L^2 T^{-1} A^{-2}]$ (4) $[\in_0] = [M^{-1} L^2 T^{-1} A]$

Sol. $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{R^2}$

$$\varepsilon_0 = \frac{q_1q_2}{4\pi FR^2}$$

Hence $\varepsilon_0 = \frac{C^2}{N.m^2} = \frac{[AT]^2}{MLT^{-2}.L^2} = [M^{-1} L^{-3} T^4A^2]$

Ans. (2)

5. एक प्रक्षेप्य को एक प्रारम्भिक वेग $\left(\hat{i}+2\hat{j}\right)$ m/s, दिया जाता है, जहाँ $\hat{i}$ पथ्वी के साथ है और $\hat{j}$ ऊर्ध्वाधर पर। यदि g = 10 m/s², तब प्रक्षेप पथ का समीकरण है :

(1) $y = x - 5x^2$ (2) $y = 2x - 5x^2$ (3) $4y = 2x - 5x^2$ (4) $4y = 2x - 25x^2$

Sol. $\vec{v} = \hat{i} + 2\hat{j}$

$\Rightarrow$ $x = t$ ...(i)

$y = 2t - \frac{1}{2}(10t^2)$ ...(ii)

From (i) and (ii)

$y = 2x - 5x^2$

Hence Ans (2)

6. एक मन्दित दोलित्र का आयाम 5s में अपने मूल परिमाण से घटकर मूल परिमाण का 0.9 गुना हो जाता है। एक और 10s में यह घटकर मूल परिमाण का α गुना हो जाएगा, जहाँ α का मान है :

(1) 0.7 (2) 0.81 (3) 0.729 (4) 0.6

Sol. $A = A_0 e^{-\frac{bt}{2m}}$

5 सैकण्ड पश्चात्

$0.9A_0 = A_0 e^{-\frac{b(5)}{2m}}$ ...(i)

और 10 सैकण्ड पश्चात्

$A = A_0 e^{-\frac{b(15)}{2m}}$ ...(ii)

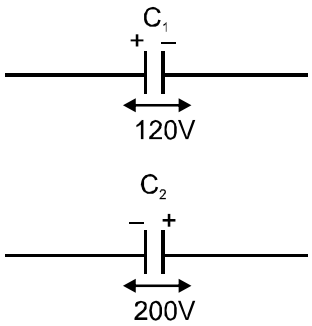
समीकरण (i) तथा (ii) से

$A = 0.729\ A_0$ **Hence Ans. (3)**

7. दो संधारित्र C_1 एवं C_2 क्रमशः 120 V एवं 200 V पर आवेशित किये गये है। यह पाया जाता है कि उन्हे एक दूसरे से जोड देने पर प्रत्येक पर विभव शून्य किया जा सकता हैं। तब :

(1) $5C_1 = 3C_2$ (2) $3C_1 = 5C_2$ (3) $3C_1 + 5C_2 = 0$ (4) $9C_1 = 4C_2$

Sol.



संयोजन के पश्चात् विभव शून्य होने के लिए

$120C_1 = 200\ C_2$

$\Rightarrow \quad 3C_1 = 5C_2$

Ans. (2)

8. लम्बाई 1.5 m का एक सोनोमापी तार स्टील का बना है। इसमें एक तनाव 1% की प्रत्यावस्थ विकति उत्पन्न करता है। यदि स्टील के घनत्व और प्रत्यास्थता गुणांक क्रमशः 7.7×10^3 kg/m^3 और 2.2×10^{11} N/m^2 हैं तब स्टील के तार की मूल आवति क्या है?

(1) 188.5 Hz (2) 178.2 Hz (3) 200.5 Hz (4) 770 Hz

Sol. $f = \frac{v}{2\ell} = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{Ad}}$

तथा $Y = \frac{T\ell}{A\Delta\ell} \quad \Rightarrow \frac{T}{A} = \frac{Y\Delta\ell}{\ell} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{y\Delta\ell}{\ell d}}$

$\ell = 1.5$m, $\frac{\Delta\ell}{\ell} = 0.01$, $d = 7.7 \times 10^3$ kg/m^3

$y = 2.2 \times 10^{11}$ N/m^2

हल करने के पश्चात्

$f = \sqrt{\frac{2}{7}} \times \frac{10^3}{3}$ Hz

$f \approx 178.2$ Hz

Ans. (2)

9. त्रिज्या 0.3 cm का एक वत्तीय लूप एक काफी बड़े त्रिज्या 20 cm के वत्तीय लूप के समान्तर रखा है। छोटे लूप का केन्द्र बडे लूप के अक्ष पर है। उनके केन्द्रो के बीच दूरी 15 cm है। यदि छोटे लूप से 2.0 A की धारा प्रवाहित होती है, तब बडे लूप से सम्बद्वित फ्लक्स है :

(1) 9.1×10^{-11} वेबर (2) 6×10^{-11} वेबर

(3) 3.3×10^{-11} वेबर (4) 6.6×10^{-9} वेबर

Sol. $\frac{\mu_0(2)(20\times10^{-2})^2}{2\left[(0.2)^2+(0.15)^2\right]} \times \pi\,(0.3\times10^{-2})^2$

हल करने पर

$= 9.216 \times 10^{-11}$

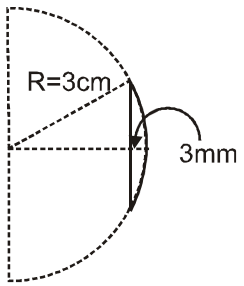
$\approx 9.2 \times 10^{-11}$ weber

Ans (1)

10. एक सम–उत्तल लेन्स का व्यास 6 cm है और केन्द्र पर मोटाई 3 mm है। यदि लेन्स के पदार्थ में प्रकाश की चाल 2×10^8 m/s है, तब लेन्स की फोकस लम्बाई है :

(1) 15 cm (2) 20 cm (3) 30 cm (4) 10 cm

Sol. $n = \frac{3}{2}$



$3^2 + (R - 3mm)^2 = R^2$

$\Rightarrow 3^2 + R^2 - 2R(3mm) + (3mm)^2 = R^2$

$\Rightarrow R \approx 15$ cm

$\frac{1}{f} = \left(\frac{3}{2}-1\right)\left(\frac{1}{15}\right) \Rightarrow f = 30cm$

Ans (3)

11. द्रव्यमान M एवं त्रिज्या R के एक ग्रह के पष्ठ से द्रव्यमान m के एक उपग्रह को 2R ऊँचाई पर वत्तीय कक्ष में लान्च करने के लिये न्यूनतम ऊर्जा आवश्यक है :

(1) $\frac{5GmM}{6R}$ (2) $\frac{2GmM}{3R}$ (3) $\frac{GmM}{2R}$ (4) $\frac{GmM}{3R}$

Sol. $E_f = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{3R} = \frac{1}{2}m\frac{GM}{3R} - \frac{GMm}{3R} = \frac{GMm}{3R}\left(\frac{1}{2}-1\right) = \frac{-GMm}{6R}$

$E_i = \frac{-GMm}{R} + K$

$E_i = E_f$

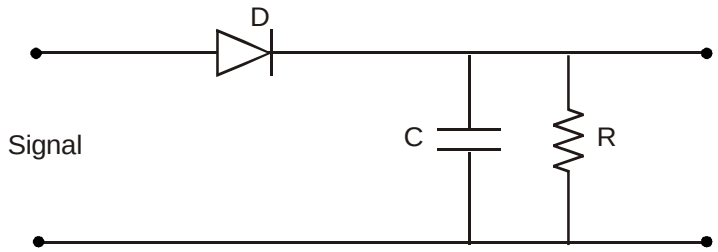
$K = \frac{5GMm}{6R}$

Ans (1)

12. एक डायोड संसूचक को, 250 पिको फैरड वाले संधारित्र को 100 किलो ओहम के लोड प्रतिरोध के साथ समान्तर क्रम में लगाकर, 60% माडुलेशन वाली आयाम माडुलक तरंग का पता लगाने में प्रयुक्त किया गया है। इसके द्वारा अधिकतम माडुलित आवति जिसे ज्ञात किया जा सकता है :

(1) 10.62 MHz (2) 10.62 kHz (3) 5.31 MHz (4) 5.31 kHz

Sol.



$\tau = RC = 100 \times 10^3 \times 250 \times 10^{-12}$ sec

$= 2.5 \times 10^7 \times 10^{-12}$ sec

$= 2.5 \times 10^{-5}$ sec

वह उच्चतम आवति जिसे सहनीय विकति के साथ संसुचित किया जा सकता है, होगी।

$$f = \frac{1}{2\pi m_a RC} = \frac{1}{2\pi \times 0.6 \times 2.5 \times 10^{-5}} Hz$$

$$= \frac{100 \times 10^4}{25 \times 1.2\pi} Hz$$

$$= \frac{4}{1.2\pi} \times 10^{-4} \text{ Hz}$$

= 10.61 KHz

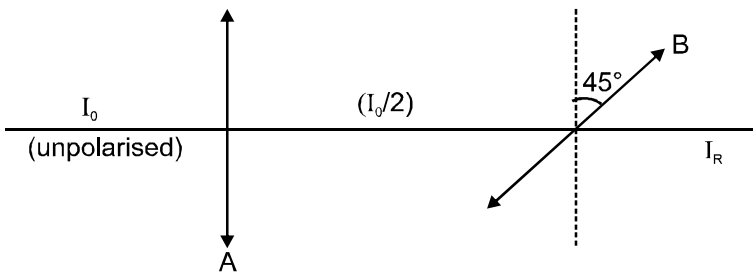
इस शर्त को निम्न शर्त को आरोपित करके प्राप्त कर सकते है यह शर्त है कि संधारित वोल्टेज के क्षय की दर मॉडूलित सिग्नल के उपयुर्क्ता संसुचन के लिए मॉडूलित सिंग्नल वोल्टेज की क्षय की दर से कम या बराबर होगी

Ans (2)

13. एक तीव्रता I_0 की अध्रुवित प्रकाश का पुंज एक पोलरायड A से गुजारा जाता है और फिर उसे एक दूसरे पोलरायड B से गुजारा जाता है। B का मुख्य तल A के मुख्य तल से 45° का कोण बनाता है। निर्गत प्रकाश की तीव्रता है :

(1) I_0 (2) $I_0/2$ (3) $I_0/4$ (4) $I_0/8$

Sol. तीव्रताओं के मध्य सम्बन्ध है।



$$I_R = \left(\frac{I_0}{2}\right)\cos^2(45°) = \frac{I_0}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{I_0}{4}$$

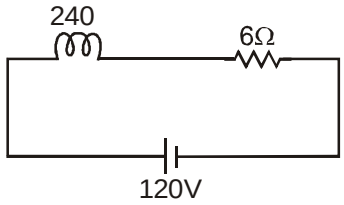
Ans. (3)

14. एक कमरे की सप्लाई वोल्टता 120 V है। लीड के तारों का प्रतिरोध 6 Ω है। एक 60 W बल्ब पहले से ही जल रहा है। इस बल्ब के समान्तर में 240 W का हीटर जलाने पर बल्ब की वोल्टता में कितनी कमी आयेगी ?

(1) zero शून्य वोल्ट (2) 2.9 वोल्ट

(3) 13.3 वोल्ट (4) 10.04 वोल्ट

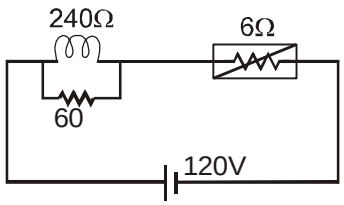
Sol. $P = \frac{V^2}{R}$



$R = \frac{120 \times 120}{60} = 240\ \Omega$

$R_{eq.} = 240 + 6 = 246\ \Omega$

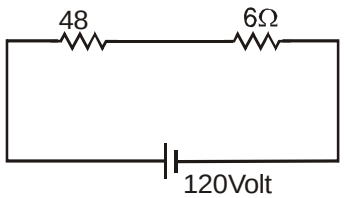
$V_1 = \frac{240}{246} \times 120 = 117.073$ volt



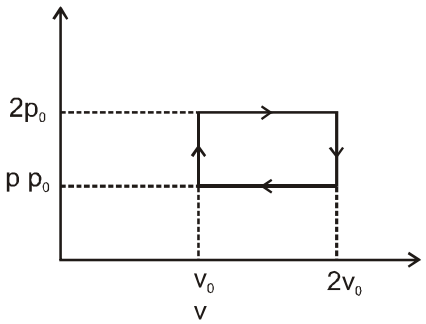
$V_2 = \frac{48}{54} \times 120 = 106.66$ Volt

$V_1 - V_2 = 10.04$ Volt

Ans (4)



15.



उपरोक्त p-v चित्र एक आदर्श एक परमाणुक गैस के साथ कार्य कर रहे एक इन्जिन के ऊष्मागतिक चक्र को दर्शाता है। एक एकल चक्र में स्त्रोत से ली गई ऊष्मा की मात्रा है :

(1) p_0v_0 (2) $\left(\frac{13}{2}\right)p_0v_0$ (3) $\left(\frac{11}{2}\right)p_0v_0$ (4) $4p_0v_0$

Sol. $\frac{3}{2}P_0V_0 + \frac{5}{2}2P_0V_0$

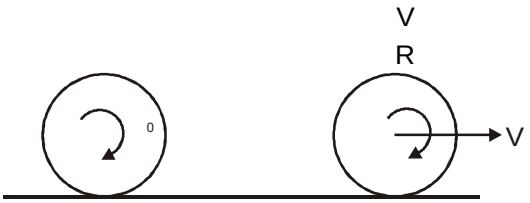
$= \frac{13}{2}P_0V_0$

Ans (2)

16. कोणीय वेग ω_0 से घूर्णन कर रहे द्रव्यमान m और त्रिज्या r के एक हूप को एक खुरदूरे क्षैतिज तल पर रखा है। हूप के केन्द्र का प्रारम्भिक वेग शून्य है। जब यह स्लिप करना बन्द कर दे, तब हूप के केन्द का वेग क्या होगा ?

(1) $\frac{r\omega_0}{4}$ (2) $\frac{r\omega_0}{3}$ (3) $\frac{r\omega_0}{2}$ (4) $r\omega_0$

Sol.



$mr^2\omega_0 = mvr + mr^2 \times \frac{v_0}{r}$

$\Rightarrow v = \frac{\omega_0 r}{2}$

Ans (3)

17. एक ऊर्ध्वाधर बेलनाकार पात्र में रखी एक आदर्श गैस एक द्रव्यमान M के स्वतंत्र रूप से गतिशील पिस्टन को आधार देती है। पिस्टन और बेलन के अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल एकसमान A हैं। जब पिस्टन साम्यावस्था में हैं, तब गैस का आयतन V_0 हैं और इसका दाब P_0 है। पिस्टन को इसी साम्यावस्था स्थिति से थोड़ा सा विस्थापित किया जाता है और फिर छोड़ दिया जाता है। यह मान लें कि निकाय अपने परिवेश से पूर्णतः रोधी हैं तब पिस्टन इस आवत्ति की सरल आवर्त गति करेगा :

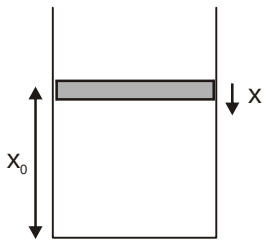
(1) $\frac{1}{2\pi}\ \frac{A\gamma P_0}{V_0 M}$ (2) $\frac{1}{2\pi}\ \frac{V_0 M P_0}{A^2\gamma}$ (3) $\frac{1}{2\pi}\ \sqrt{\frac{A^2\gamma P_0}{MV_0}}$ (4) $\frac{1}{2\pi}\ \sqrt{\frac{MV_0}{A\gamma P_0}}$

Sol. $\frac{Mg}{A} = P_0$

$Mg = P_0 A$ .....(1)

$P_0 V_0^{\gamma} = Pv^{\gamma}$

$P_0 A x_0^{\gamma} = PA(x_0 - x)^{\gamma}$



मान पिस्टन x से विस्थापित होता है।

$P = \frac{P_0 x_0^{\gamma}}{(x_0 - x)^{\gamma}}$

$Mg - \left(\frac{P_0 x_0^{\gamma}}{(x_0 - x)^{\gamma}}\right) A = F_{restoring}$

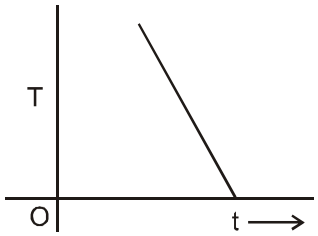
$P_0 A\left(1 - \frac{x_0^{\gamma}}{(x_0 - x)^{\gamma}}\right) = F_{restoring}$ $[x_0 - x \approx x_0]$

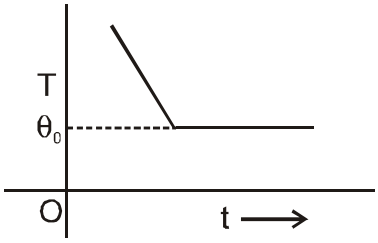
$F = -\frac{\gamma P_0 A x}{x_0}$

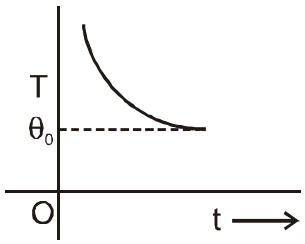
$\therefore\ f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\gamma P_0 A}{x_0 M}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\gamma P_0 A^2}{MV_0}}$

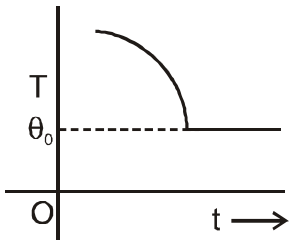
Ans (3)

18. यदि धातु के एक टुकड़े को तापमान θ तक गर्म किया जाता है और फिर एक कमरे में, जिसका तापमान θ_0 है, ठंडा होने दिया जाता है, तब धातु के तापमान T और समय t के बीच ग्राफ इसके अत्यधिक समीप है :

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

Sol. न्यूटन के शीतलन के नियम के अनुसार विकल्प **(3)** सही उत्तर है।

19. इस प्रश्न में प्रकथन I एवं प्रकथन II दिये हुये प्रकथनों के पश्चात् दिये गये चार विकल्पों में से, उस विकल्प को चुनिये जो कि दोनों प्रकथनों का सर्वोत्तम वर्णन करता है।

प्रकथन- I : रेन्ज जितना उच्चतर हैं, धारामापी का प्रतिरोध उतना ही अधिकतर है।

प्रकथन- II : धारामापी की रेन्ज में वद्धि करने के लिये, इस पर अतिरिक्त शंट का प्रयोग किया जाना आवश्यक है।

(1) प्रकथन-I सत्य है, प्रकथन-II सत्य है। प्रकथन- II प्रकथन- I की सही व्याख्या करता है।

(2) प्रकथन-I सत्य है, प्रकथन- II सत्य है। प्रकथन- II प्रकथन- I की सही व्याख्या नहीं करता है।

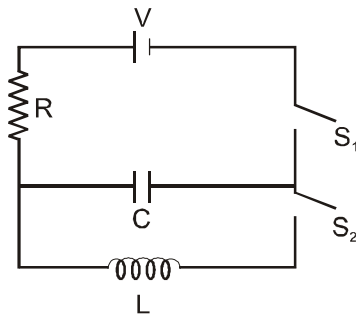
(3) प्रकथन-I सत्य हैं, प्रकथन- II असत्य है।

(4) प्रकथन-I असत्य है, प्रकथन- II सत्य है।

Sol. प्रकथन-I असत्य है, प्रकथन- II सत्य है।

Ans (4)

20. नीचे दर्शाये गये एक LCR परिपथ में प्रारम्भ में दोनों स्विच खुले हैं। अब स्विच S_1 को बन्द किया जाता है, S_2 को खुला रखा जाता है। (संधारित्र पर आवेश q हैं और $\tau = RC$ धारितीय समय स्थिरांक है।) निम्नलिखित में से कौनसा कथन सही हैं ?



(1) बैटरी द्वारा किया गया कार्य प्रतिरोधक में हुई ऊर्जा क्षय का आधा है।

(2) $t = \tau$ पर $q = CV/2$

(3) $t = 2\tau$ पर $q = CV(1 - e^{-2})$

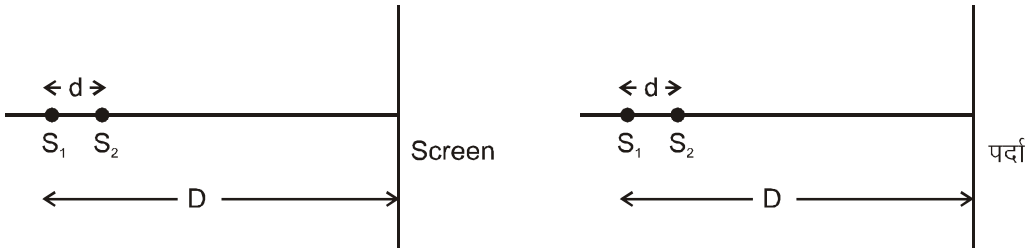
(4) $t = \frac{\tau}{2}$ पर $q = CV(1 - e^{-1})$

Sol. $q = CV(1 - e^{t/\tau})$

at $t = 2\tau$ $\quad q = CV(1 - e^{-2})$

Ans (3)

21. दो कलासम्बद्व बिन्दु स्त्रोत S_1 एवं S_2 एक लघु दूरी 'd' द्वारा एक दूसरे से दूर हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। पर्दे पर देखी गई फ्रिन्जें हैं :



(1) बिन्दु (2) सरल रेखॉए

(3) अर्द्धवत्त (4) समकेन्द्रीय वत्त

Sol. यह समकेन्द्रीय वत्त होंगे।

Ans (4)

22. एक गतिशील विद्युत चुम्बकीय तरंग में चुम्बकीय क्षेत्र का शीर्ष मान 20 nT है। विद्युत क्षेत्र सामर्थ्य का शीर्ष मान है :

(1) 3V/m (2) 6V/m (3) 9V/m (4) 12 V/m

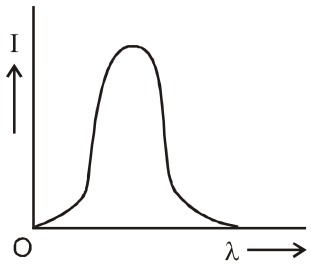
Sol. $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{C}$

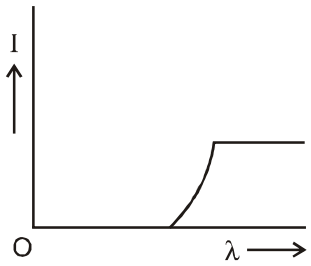
$|\vec{E}| = |\vec{B}| . |\vec{C}| = 20 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^{8}$

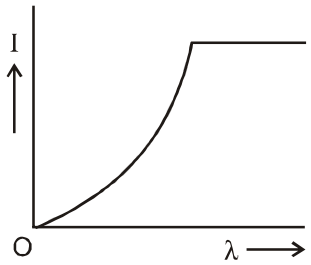
= 6 V/m.

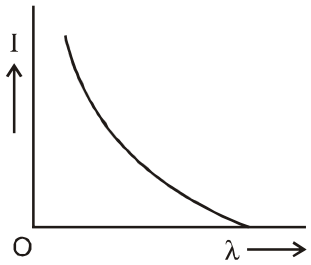
Ans (2)

23. एक फोटोसैल की एनोड वोल्टता नियत है। कैथोड पर आपतित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य λ धीरे–धीरे परिवर्तित की जाती है। फोटोसैल की प्लेट धारा I इस प्रकार परिवर्तित होती है :

(1)


(2)


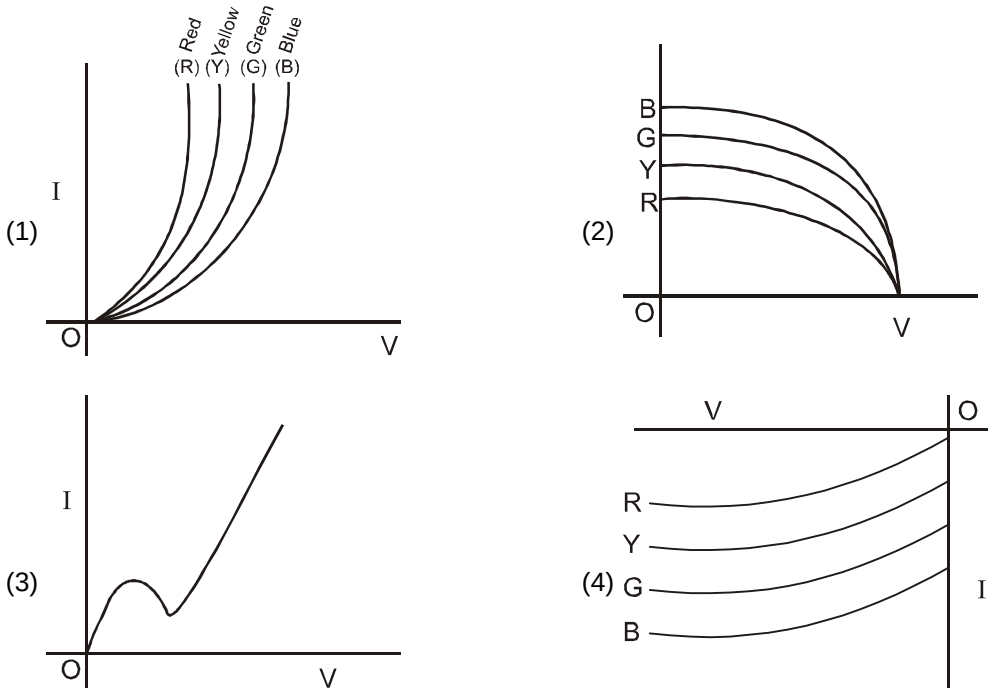
(3)


(4)


Sol. जैसे जैसे λ का मान बढ़ाते है, तो λ के निश्चित मान के ऊपर फोटोइलेक्ट्रॉन निकलना बंद हो जाते है। अतः प्रकाश विद्युतधारा शून्य हो जायेगी। अतः (4) सही उत्तर है।

Ans (4)

24. एक LED की I – V लक्षणता है :



Sol. उच्च आवति के लिए, समान धारा प्राप्त करने के लिए उच्च वोल्टता की आवश्यकता होती है अतः (1) सही उत्तर है।
Ans (1)

25. यह मान लें कि एक द्रव की बूँद अपनी पष्ठ ऊर्जा में कमी कर वाष्पित होती है जिससे कि इसका तापमान अपरिवर्तित रहता है। यह सम्भव होने के लिए बूँद की न्यूनतम् त्रिज्या क्या होनी चाहिए ? पष्ठ तनाव T है, द्रव का घनत्व ρ है। और वाष्पन की गुप्त ऊष्मा L है।

(1) $\rho L/T$ (2) $\sqrt{T/\rho L}$ (3) $T/\rho L$ (4) $2T/\rho L$

Sol. जब त्रिज्या dr से कम हो जाती है तब
पष्ठ ऊर्जा में कमी = वाष्पन के लिए आवश्यक ऊष्मा

$$(4\pi r dr) \times T \times 2 = 4\pi r^2 dr\, \rho \qquad \Rightarrow r = \frac{2T}{\rho L}$$

Ans. (4)

26. एक हाइड्रोजन समान परमाणु में इलेक्ट्रॉन क्वाण्टम संख्या n के ऊर्जा स्तर से एक दूसरे क्वाण्टम संख्या (n–1) के ऊर्जा स्तर पर संक्रमण करता है। यदि n>>1, तब उत्सर्जित विकिरण की आवत्ति इसके समानुपाती है :

(1) $\frac{1}{n}$ (2) $\frac{1}{n^2}$ (3) $\frac{1}{n^{3/2}}$ (4) $\frac{1}{n^3}$

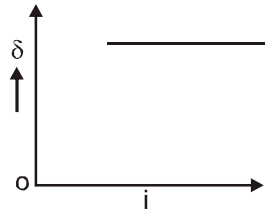
Sol. $\Delta E = h\nu$

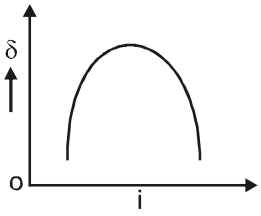
$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = k\left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2}\right] = \frac{k2n}{n^2(n-1)^2}$$

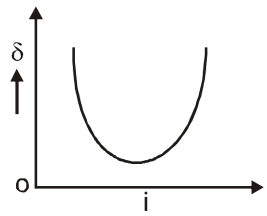
$$\approx \frac{2k}{n^3} \propto \frac{1}{n^3}$$

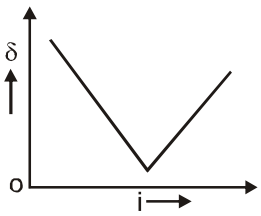
Ans. (4)

27. एक त्रिभुजाकार प्रिज्म के लिये विचलन कोण (δ) और आयतन कोण (i) के बीच ग्राफ इससे दर्शाया जाता है :

(1) 

(2) 

(3) 

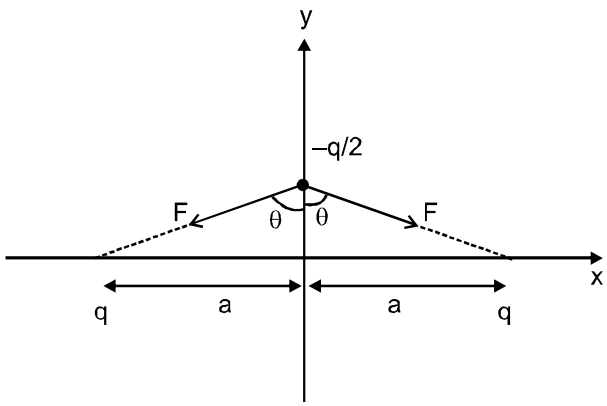
(4) 

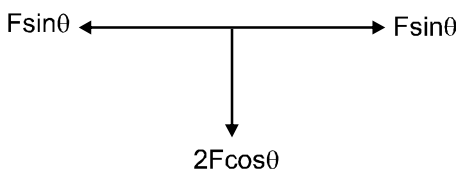
Sol. **Ans. (3)**

28. प्रत्येक q मान के दो आवेश $x = -a$ और $x = a$ पर x-अक्ष पर रखे है। द्रव्यमान m और आवेश $q_0 = \frac{q}{2}$ का एक कण मूलबिन्दु पर रखा है। यदि आवेश q_0 को y-अक्ष के अनुदिश एक अल्प–विस्थापन ($y << a$) दिया जाए, तक कण पर कार्यरत, परिणमी बल इसके समानुपाती है :

(1) y (2) –y (3) $\frac{1}{y}$ (4) $-\frac{1}{y}$

Sol.



$\Rightarrow$ 

$\Rightarrow F_{net} = 2F\cos\theta$

$$F_{net} = \frac{2kq\left(\frac{q}{2}\right)}{\left(\sqrt{y^2+a^2}\right)^2} \cdot \frac{y}{\sqrt{y^2+a^2}}$$

$$F_{net} = \frac{2kq\left(\frac{q}{2}\right)y}{(y^2+a^2)^{3/2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{kq^2y}{a^3} \propto y$$

Ans. (1)

29. प्रत्येक लम्बाई 1 cm के दो छोटे छड़ चुम्बकों के चुम्बकीय आघूर्ण क्रमशः 1.20 Am^2 एवं 1.00 Am^2 है। इनके N ध्रुवों को दक्षिण की ओर इंगित कर एक दूसरे के समान्तर इन्हें एक क्षैतिज मेज पर रखा गया है। इनकी एक उभयनिष्ठ चुम्बकीय मध्य रेखा है। और इनके बीच की दूरी 20.0 cm है। इनके केन्द्रों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु O पर परिणामी क्षैतिज चुम्बकीय प्रेरण का मान लगभग है।

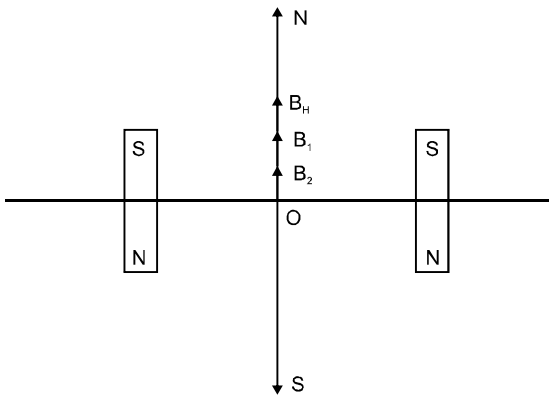
(पथ्वी के चुम्बकीय प्रेरण का क्षैतिज घटक 3.6×10^{-5} Wb/m^2)

(1) 3.6×10^{-5} Wb/m^2 (2) 2.56×10^{-4} Wb/m^2 (3) 3.50×10^{-4} Wb/m^2 (4) 5.80×10^{-4} Wb/m^2

Sol. $B_{net} = B_1 + B_2 + B_H$

$$B_{net} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{(M_1+M_2)}{r^3} + B_H$$

$$= \frac{10^{-7}(1.2+1)}{(0.1)^3} + 3.6 \times 10^{-5} = 2.56 \times 10^{-4} \text{ wb/m}^2$$

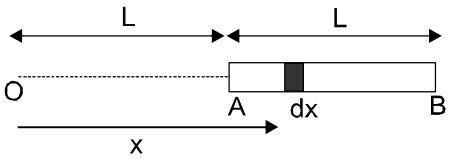


Ans. (2)

30. आवेश Q को लम्बाई L की एक लम्बी छढ़ AB एकसमान रूप से वितरित किया गया है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। सिरे A से L दूरी पर स्थित बिन्दु O पर विद्युत विभव है :

(1) $\frac{Q}{8\pi \in_0 L}$ (2) $\frac{3Q}{4\pi \in_0 L}$ (3) $\frac{Q}{4\pi \in_0 L \ln 2}$ (4) $\frac{Q \ln 2}{4\pi \in_0 L}$

Sol.



$$V = \int_L^{2L} \frac{kdq}{x}$$

$$= \int_L^{2L} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left(\frac{q}{L}\right)dx}{x}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\ell n(2)$$

Ans. (4)

PART B – रसायन विज्ञान (CHEMISTRY)

31. निम्न कॉम्प्लेक्स स्पीशीज में से किस से प्रकाशकीय समावयवता प्रदर्शित करने की अपेक्षा नहीं की जाती है ?

(1) $[Co(en)_3]^{3+}$ (2) $[Co(en)_2 Cl_2]^+$

(3) $[Co(NH_3)_3 Cl_3]$ (4) $[Co(en)(NH_3)_2 Cl_2]^+$

Ans. (3)

Sol. $[Co(NH_3)_3Cl_3]$ फलकीय (facial) तथा रेखांशिक (meridional) समावयवता दर्शाता है, लेकिन दोनों समावयवी सममिति तल रखते हैं, अतः यह प्रकाशिक समावयवता प्रदर्शित नहीं करेगा।

अतः (3) सही उत्तर है।

32. निम्न अणुओं में से किससे प्रतिचुम्बकीय व्यवहार की अपेक्षा की जाती है ?

(1) C_2 (2) N_2 (3) O_2 (4) S_2

Ans. (1) तथा (2)

Sol. N_2 तथा C_2 दोनों प्रतिचुम्बकीय है।

अतः उत्तर (1) और (2) होगा।

33. टॉलूईन में (–) – 1 – क्लोरो–1– फेनिलएथेन का $SbCl_5$ की थोड़ी सी मात्रा की उपस्थिति में रेसिमीकरण हो जाता है और इसका कारण निम्न में से किसी एक का बनना है, वह है :

(1) कार्बेनिआन (2) कार्बीन

(3) कार्बोकैटायन (4) फ्री रैडिकल

Ans. (3)

Sol.

34. दिया गया है : $E^0_{Cr^{3+}/Cr} = -0.74\ V$; $E^0_{MnO_4^-/Mn^{2+}} = 1.51\ V$

$E^0_{Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}} = 1.33\ V$; $E^0_{Cl/Cl^-} = 1.36\ V$

उपरोक्त आँकड़ों के आधार पर प्रबलतम ऑक्सीकारक होगा :

(1) Cl (2) Cr^{3+} (3) Mn^{2+} (4) MnO_4^-

Ans. (4)

Sol. मानक अपचयन विभव (SRP) उच्च होने पर ऑक्सीकारक क्षमता उच्च होती है।

इसलिये MnO_4^- प्रबलतम ऑक्सीकारक होगा क्योंकि इसके (SRP) का मान सर्वाधिक है।

अतः उत्तर (4) होगा।

35. स्थिर ताप 37.0ºC पर एक आदर्श गैस के 0.04 मोल से भरा हुआ पिस्टन उत्क्रमणीय ढंग से 50.0 mL से 375 mL तक फैलता है। ऐसा होने में ऊष्मा का 208 J शोषित होता है। q और w के मान प्रक्रम के लिये होगें :

(1) q = +208 J, w = – 208 J (2) q = –208 J, w = – 208 J

(3) q = –208 J, w = + 208 J (4) q = +208 J, w = + 208 J

Ans. (1)

Sol. दिया गया प्रक्रम समतापीय प्रसार को प्रदर्शित करता है, इसलिये q = - w $\Delta u = 0$

q = + 208 J

w = - 208 J(प्रसार कार्य)

अतः उत्तर (1) होगा।

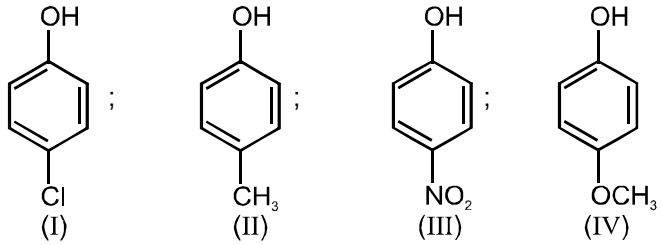
36. 2(M)HCl के 250 mL के साथ 0.5(M) HCl के 750 mL मिलाने से प्राप्त विलयन की मोलरता होगी :

(1) 0.875 M (2) 1.00 M (3) 1.75 M (4) 0.975 M

Ans. (1)

Sol. $M_f = \frac{M_1V_1 + M_2V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0.5 \times \frac{3}{4} + 2 \times \frac{1}{4}}{1}$ = 0.875 M.

37. निम्न यौगिकों को उनके घटती अम्लीयता के क्रम में व्यवस्थित कीजिए :

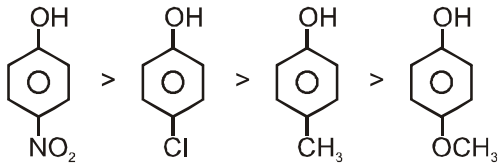


(1) II > IV > I > III (2) I > II > III > IV

(3) III > I > II > IV (4) IV > III > I > II

Ans. (3)

Sol.



(–m, –I) (–I) (+I, + HC) (+m)

इलेक्ट्रॉन दाता समूह अम्लीयता कम करते है तथा इलेक्ट्रॉनग्राही समूह अम्लीयता बढ़ाते है।

38. गैसीय अवस्था के लिये यदि सर्वाधिक संभावित गति को C*, औसत गति को $\overline{C}$ और माध्य वर्ग गति को C द्वारा प्रस्तुत किया जाए तो अणुओं की बड़ी संख्या के लिये इन गतियों के अनुपात हैं :

(1) C* : $\overline{C}$: C = 1.225 : 1.128 : 1 (2) C* : $\overline{C}$: C = 1.128 : 1.225 : 1

(3) C* : $\overline{C}$: C = 1 : 1.128 : 1.225 (4) C* : $\overline{C}$: C = 1 : 1.225 : 1.128

Ans. (3)

Sol. C* = अधिकतम संभावित गति = $\sqrt{\frac{2RT}{M}}$

$\overline{C}$ = औसत गति = $\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$

C = वर्ग माध्य मूल गति (rms) = $\sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$C^* < \overline{C} < C$

$C^* : \overline{C} : C = 1 : \sqrt{\frac{4}{\pi}} : \sqrt{\frac{3}{2}}$ = 1 : 1.128 : 1.225

नोट : चूंकि कोई भी विकल्प वर्ग माध्य गति के अनुरूप नहीं है। अतः यह माना गया है कि यहाँ मूल पद छपा नहीं (प्रकाशन त्रुटि) इसे वर्ग माध्य मूल गति होना चाहिए।

$= \frac{0.5 \times \frac{3}{4} + 2 \times \frac{1}{4}}{1}$

अतः उत्तर (3) होगा।

39. एक अभिक्रिया की दर दो गुनी हो जाती है जब इसका ताप 300 K से 310 K हो जाता है। ऐसी अभिक्रिया की सक्रियण ऊर्जा होगी : ($R = 8.314\ JK^{-1}\ mol^{-1}$ तथा $\log 2 = 0.301$)

(1) $53.6\ kJ\ mol^{-1}$ (2) $48.6\ kJ\ mol^{-1}$

(3) $58.5\ kJ\ mol^{-1}$ (4) $60.5\ kJ\ mol^{-1}$

Ans. (1)

Sol. $$\log\frac{K_2}{K_1} = \frac{-E_a}{2.030R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

$$\frac{K_2}{K_1} = 2 \ ; \ T_2 = 310\ K \qquad T_1 = 300\ K$$

$$\Rightarrow \log 2 = \frac{-E_a}{2.303 \times 8.134}\left(\frac{1}{310} - \frac{1}{300}\right)$$

$$\Rightarrow E_a = 53598.6\ J/mol = 53.6\ KJ/mol$$

Ans is (1)

40. आण्विक द्रव्यमान 180 वाले एक यौगिक का जब CH_3COCl के साथ ऐसीलीकरण किया जाता है तो द्रव्यमान 390 के साथ एक यौगिक प्राप्त होता है। पहले वाले यौगिक के एक अणु में एमीनो ग्रुप की संख्या है :

(1) 2 (2) 5 (3) 4 (4) 6

Ans. (2)

Sol. एक मोल $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl$ की अभिक्रिया $-NH_2$ समूह के साथ होने पर अणुभार में 42 इकाई से वद्धि होती है। जबकि द्रव्यमान (390 – 180) = 210 से बढ़ रहा है। अतः $-NH_2$ समूहों की संख्या 5 होगी।

$$R-NH_2 + CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl \xrightarrow[(-HCl)]{} R-NH-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3$$

41. निम्न व्यवस्थाओं में से कौन उनके सामने दिए गए गुणधर्म के सही क्रम को प्रस्तुत नहीं करता है ?

(1) $V^{2+} < Cr^{2+} < Mn^{2+} < Fe^{2+}$: अनुचुम्बकीय व्यवहार

(2) $Ni^{2+} < Co^{2+} < Fe^{2+} < Mn^{2+}$: आयनिक साईजें

(3) $Co^{3+} < Fe^{3+} < Cr^{3+} < Sc^{3+}$: जलीय विलयन में स्थिरता

(4) Sc < Ti < Cr < Mn : उपचयन अवस्था की संख्याऐं

Ans. (1)

Sol. (1) V^{2+} = 3 अयुग्मित इलेक्ट्रोन

Cr^{2+} = 4 अयुग्मित इलेक्ट्रोन

Mn^{2+} = 5 अयुग्मित इलेक्ट्रोन

Fe^{2+} = 4 अयुग्मित इलेक्ट्रोन

अतः अनुचुम्बकीय व्यवहार का सही क्रम निम्न होगा

$V^{2+} < Cr^{2+} = Fe^{2+} < Mn^{2+}$

(2) समान आवर्त में बायें से दायें जाने पर आयनिक आकार घटता है।

(3) NCERT में दिये गये आंकडों के अनुसार

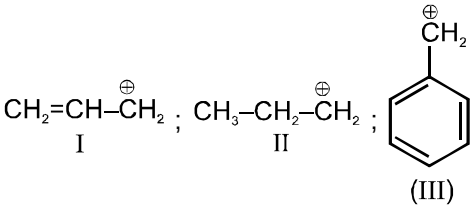
$Co^{3+}/Co^{2+} = 1.97$; $Fe^{3+}/Fe^{2+} = 0.77$; $Cr^{3+}/Cr^{2+} = -0.41$

(Sc^{3+}अत्यधिक स्थायी है) (यह +2ऑक्सीकरण अवस्था नहीं दर्शाता)

(4) समान आवर्त में वर्ग 3 से वर्ग 7 तक ऑक्सीकरण अवस्था में वद्धि होती है।

अतः उत्तर (1) होगा।

42. निम्न कार्बोकेटायनों



(I) ; (II) ; (III)

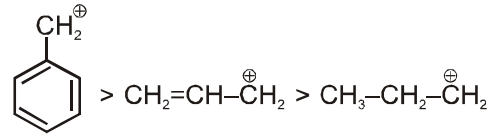
की स्थिरता का क्रम है :

(1) III > II > I (2) II > III > I

(3) I > II > III (4) III > I > II

Ans. (4)

Sol. कार्बधनायन के स्थायित्व का घटता हुआ क्रम निम्न है



बेन्जिल एलिल प्रोपिल

43. निम्नलिखित अभिक्रिया पर विचार कीजिए :

$$xMnO_4^- + yC_2O_4^{2-} + zH^+ \rightarrow xMn^{2+} + 2yCO_2 + \frac{z}{2}H_2O$$

इस अभिक्रिया में x, y तथा z के मान क्रमशः हैं :

(1) 5, 2 तथा 16 (2) 2, 5 तथा 8

(3) 2, 5 तथा 16 (4) 5, 2 तथा 8

Ans. (3)

Sol. $MnO_4^- + C_2O_4^{2-} + H^+ \longrightarrow Mn^2 + CO_2 + H_2O$

vf = 1(7 –2) vf = 2(3–2)

= 5 = 2

$\therefore$ अतः संतुलित समीकरण निम्न है

$2MnO_4^- + 5C_2O_4^{2-} + 16\,H^+ \longrightarrow 2Mn^{2+} + 10\,CO_2 + 8H_2O$

अतः, x = 2, y = 5 तथा z = 16.

44. निम्न में से कौन सा कथन गलत है ?

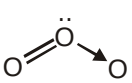
(1) ONCl तथा ONO^- समइलेक्ट्रॉनिक नहीं हैं। (2) O_3 अणु टेड़ा है।

(3) ओज़ोन ठोस अवस्था में बैंगनी–काला होता है। (4) ओज़ोन प्रतिचुम्बकीय गैस है।

Ans. सभी कथन सत्य है अतः कोई उत्तर नहीं है।

Sol. (1) $ONCl = 8 + 7 + 17 = 32e^-$

$ONO^- = 8 + 7 + 8 + 1 = 24e^-$ (सही)

(2)  केन्द्रिय ऑक्सीजन परमाणु sp^2 संकरित है तथा यह एक एकाकी इलैक्ट्रॉन युग्म रखता है अतः इसकी मुड़ी हुई आकति (bent) होगी (सही)

(3) ठोस अवस्था मे ओजोन बैंगनी–काला होता है (ref. NCERT & shriver atkins)

(4) O_3 अयुग्मित इलैक्ट्रॉन नही रखता, अतः यह प्रतिचुम्बकीय है (सही)

45. एक गैसीय हाइड्रोकार्बन दहन पर 0.72 g. जल और 3.08 g. CO_2 देता है। हाइड्रोकार्बन का आनुभाविक सूत्र है :

(1) C_2H_4 (2) C_3H_4
(3) C_6H_5 (4) C_7H_8

Ans. (4)

Sol. 18g H_2O रखता है 2g H

$\therefore$ 0.72 g H_2O रखता है 0.08 gH.

44 g CO_2 रखता है 12g C

$\therefore$ 3.08 g CO_2 रखता है 0.84 g C

$\therefore$ C : H = $\frac{0.84}{12} : \frac{0.08}{1}$ = 0.07 : 0.08

= 7 : 8

$\therefore$ मूलानुपाती सुत्र = C_7H_8

46. अणु/आयनों के निम्न युग्मों में से किसमें दोनों स्पीशीज के होने की संभावना नहीं हैं?

(1) H_2^{+}, He_2^{2-} (2) H_2^{-}, He_2^{2-}
(3) H_2^{2+}, He_2 (4) H_2^{-}, He_2^{2+}

Ans. (3)

Sol. H_2^{2+} : बंध क्रम = 0

He_2 : बंध क्रम = $\frac{2-2}{2} = 0$

अतः, H_2^{2+} तथा He_2 दोनों अस्तित्व नहीं रखते है।

47. निम्न में से कौन ठोस अवस्था में सहसंयोजक क्रिस्टल के रूप में होता है ?

(1) आयोडीन (2) सिलिकॉन
(3) सल्फर (4) फॉस्फोरस

Ans. (2)

Sol. ठोस प्रावस्था में सिलिकन सहसंयोजक क्रिस्टल के रूप में रहता है। (जाल समान संरचना, हीरा समान)।

48. प्रकाश संश्लेषण में ग्लूकोस के प्रत्येक अणु के संश्लेषण में सन्निहित है :

(1) ATP के 18 अणु (2) ATP के 10 अणु
(3) ATP के 8 अणु (4) ATP के 6 अणु

Ans. (1) तथ्य

Sol. $6CO_2 + 12NADPH + 18\,ATP \longrightarrow C_6H_{12}O_6 + 12NADP + 18\,ADP$

49. आर्सेनिक सल्फाइड सॉल के लिये Na^+, Al^{3+} और Ba^{2+} आयनों वाले विद्युत अपघट्यों का स्कंदन बल निम्न क्रम में बढ़ता है :

(1) $Al^{3+} < Ba^{2+} < Na^+$ (2) $Na^+ < Ba^{2+} < Al^{3+}$
(3) $Ba^{2+} < Na^+ < Al^{3+}$ (4) $Al^{3+} < Na^+ < Ba^{2+}$

Ans. (2)

Sol. हार्डी शुल्ज नियम के अनुसार धनायन पर अधिक आवेश, किसी ऋणायन के लिए इसकी अधिक स्कन्दन क्षमता को दर्शाता है।
अतः स्कन्दन क्षमता का क्रम निम्न है : $Na^+ < Ba^{2+} < Al^{3+}$

50. Ca, Ba, S, Se और Ar के लिये निम्न में से कौन प्रथम आयनन एन्थैल्पी के बढ़ते क्रम को सही क्रम में प्रस्तुत करता है?

(1) Ca < S < Ba < Se < Ar (2) S < Se < Ca < Ba < Ar

(3) Ba < Ca < Se < S < Ar (4) Ca < Ba < S < Se < Ar

Ans. (3)

Sol. ΔH_{IE_1} का बढ़ता हुआ क्रम : Ba < Ca < Se < S < Ar

Ba < Ca ; Se < S : एक वर्ग में ऊपर से नीचे जाने पर आकार में वद्धि होती है। अतः आयनन ऊर्जा में कमी होती है। चूंकि Ar : एक अक्रिय गैस है, अतः इसकी आयनन ऊर्जा का मान अधिकतम होता है।

51. एक इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा को इस प्रकार प्रस्तुत किया जाता है– $E = -2.178 \times 10^{-18} J\left(\frac{Z^2}{n^2}\right)$। प्रकाश की तरंगदैर्ध्य हाइड्रोजन परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन को n = 1 से n = 2 स्तर पर उत्तेजित करने के लिये आवश्यक होगी :

($h = 6.62 \times 10^{-34}$ Js और $c = 3.0 \times 10^8$ ms^{-1})

(1) 1.214×10^{-7} m (2) 2.816×10^{-7} m

(3) 6.500×10^{-7} m (4) 8.500×10^{-7} m

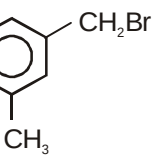
Ans. (1)

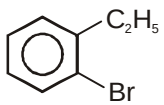
Sol. $\Delta E = 2.178 \times 10^{-18}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)=\frac{hC}{\lambda}$

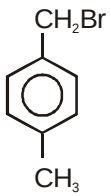
$$2.178 \times 10^{-18}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)=\frac{6.62\times10^{-34}\times3.0\times10^{8}}{\lambda}$$

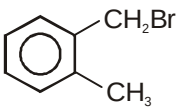
$\therefore \lambda \approx 1.214 \times 10^{-7}$m

52. यौगिक (A), C_8H_9Br एल्कोहॉली $AgNO_3$ के साथ गर्म करने पर एक सफेद अवक्षेप देता है। (A) के उपचयन से एक अम्ल (B), $C_8H_6O_4$ प्राप्त होता है। (B) गर्म करने पर सरलता से एनहाइड्राइड बना देता है। यौगिक (A) की पहचान कीजिए।

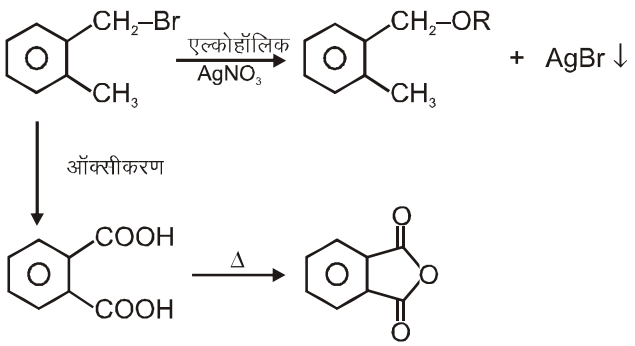
(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

Ans. (4)

Sol. 

(थैलिक एनहाइड्राइड)

53. संक्रमण तत्वों की प्रथम श्रेणी के एक के बाद एक आने वाले चार सदस्य परमाणु क्रमांक के साथ नीचे दिये जाते हैं। इनमें किसका $E^0_{M^{3+}/M^{2+}}$ मान उच्चतम होगा?

(1) Cr(Z = 24) (2) Mn(Z = 25)

(3) Fe(Z = 26) (4) Co(Z = 27)

Ans. (4)

Sol. $E^o_{Cr^{3+}/Cr^{2+}} = -0.41$ V ; $E^o_{Mn^{3+}/Mn^{2+}} = +1.57$ V ; $E^o_{Fe^{3+}/Fe^{2+}} = +0.77$ V ; $E^o_{Co^{3+}/Co^{2+}} = +1.97$ V

d-ब्लॉक तत्वों में आवर्त में बॉये से दॉये जाने पर सामान्यतः SRP मान में वद्धि होती है। उत्पाद आयन के स्थायीत्व के कारण कुछ SRP मान अपवाद स्वरूप अधिक या उच्च होते है। उदाहरण के लिए : $E^o_{Mn^{3+}/Mn^{2+}} = +1.57$ V ; $E^o_{Co^{3+}/Co^{2+}} = +1.97$ V.

54. HCl के एक जलीय विलयन के 1 लीटर में जिसका pH मान 1 हो, जल के कितने लीटर मिलाएं कि प्राप्त जलीय विलयन का pH का मान 2 हो जाए ?

(1) 0.1 L (2) 0.9 L

(3) 2.0 L (4) 9.0 L

Ans. (4)

Sol. pH = 1 $[H^+] = 10^{-1} = 0.1$ M

pH = 2 $[H^+] = 10^{-2} = 0.01$ M

HCl की तनुता के लिए $M_1V_1 = M_2V_2$

$0.1 \times 1 = 0.01 \times V_2$

$V_2 = 10$ lt

मिलाये गये जल का आयतन = 10–1 = 9 लिटर

55. Na का प्रथम आयनन विभव 5.1 eV है। Na^+ की इलेक्ट्रॉन प्राप्ति एन्थैल्पी निम्न होगी :

(1) –2.55 eV (2) –5.1 eV

(3) –10.2 eV (4) +2.55 eV

Ans. (2)

Sol. $Na \longrightarrow Na^+ + e^-$ I^{st} I.E.

$Na^+ + e^- \longrightarrow Na$ Na^+ के लिए इलैक्ट्रॉन ग्रहण एन्थैल्पी

क्योकि अभिक्रिया विपरीत है अतः

$\Delta H_{eg} = -5.1$ ev.

56. एक कार्बनिक यौगिक A, NH_3 के साथ क्रिया कराने पर B देता है, जो गर्म करने पर C देता है। KOH की उपस्थिति में C, Br_2 के साथ क्रिया करके $CH_3CH_2NH_2$ देता है। A है :

(1) CH_3COOH (2) $CH_3CH_2CH_2COOH$

(3) $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-COOH$ (4) CH_3CH_2COOH

Ans. (4)

Sol. $CH_3CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH \xrightarrow{NH_3} CH_3CH_2C\overset{\ominus\ \oplus}{O}ONH_4 \xrightarrow{\Delta} CH_3-CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-NH_2 \xrightarrow[\text{हॉफमान ब्रोमेमाइड अभिक्रिया}]{Br_2,KOH} CH_3-CH_2-NH_2$

(A) (B) (C)

57. स्पीशीज Li_2, Li_2^- और Li_2^+ की स्थिरता का बढ़ता क्रम है :

(1) $Li_2 < Li_2^+ < Li_2^-$ (2) $Li_2^- < Li_2^+ < Li_2$

(3) $Li_2 < Li_2^- < Li_2^+$ (4) $Li_2^- < Li_2 < Li_2^+$

Ans. (2)

Sol. Li_2 $\sigma 1s^2$ $\sigma^* 1s^2$ $\sigma 2s^2$ बंध क्रम = 1

Li_2^+ $\sigma 1s^2$ $\sigma^* 1s^2$ $\sigma 2s^1$ बंध क्रम = 0.5

Li_2^- $\sigma 1s^2$ $\sigma^* 1s^2$ $\sigma 2s^2$ $\sigma^* 2s^1$ बंध क्रम = 0.5

स्थायित्व का क्रम $Li_2 > Li_2^+ > Li_2^-$

58. एक अनजान एल्कोहॉल को ल्यूकैस अभिकारक के साथ जानने के लिये उपचारित किया जाता है कि एल्कोहॉल प्राइमरी,सेकेण्डरी अथवा टर्शियरी है। निम्न में से कौनसा एल्कोहॉल सर्वाधिक तीव्रता से अभिक्रिया करता है और किस क्रियाविधि द्वारा :

(1) सेकेण्डरी ऐल्कोहॉल, S_N1 द्वारा (2) टर्शियरी ऐल्कोहॉल, S_N1 द्वारा

(3) सेकेण्डरी ऐल्कोहॉल, S_N2 द्वारा (4) टर्शियरी ऐल्कोहॉल, S_N2 द्वारा

Ans. (2)

Sol. ल्यूकॉस अभिकर्मक के साथ एल्कोहॉल की अभिक्रिया मुख्यतयाः S_N1 अभिक्रिया ही होती है तथा अभिक्रिया की दर अभिक्रिया में बनने वाले कार्बधनायन के स्थायित्व के सीधे समानुपाती होती है, क्योंकि 3° R–OH से 3° कार्बधनायन बनता है। अतः यह तीव्र दर से अभिक्रिया करेगा।

59. भोपाल गैस दुर्घटना में यूनियन कार्बाइड प्लांट के स्टोरेज टैंक से जो गैस निकली थी, वह थी :

(1) मेथिलआइसोसायनेट (2) मेथिलऐमीन

(3) अमोनिया (4) फॉस्जीन

Ans. (1)

Sol. मेथिल आइसोसायनेट $CH_3 – N = C = O$ (MIC गैस) (तथ्य)

60. प्रयोग के आधार पर एक धातु ऑक्साइड का सूत्र $M_{0.98}O$ पाया गया। यदि धातु M इस ऑक्साइड में M^{2+} और M^{3+} के रूप में विद्यमान हो तो धातु का जो प्रभांश M^{3+} के रूप में होगा, वह है :

(1) 7.01% (2) 4.08%

(3) 6.05% (4) 5.08%

Ans. (2)

Sol. $M_{0.98}O$

ऑक्साइड का एक मोल लेने पर

M के मोल = 0.98, O^{2-} के मोल = 1

माना की M^{3+} आयन के मोल = x

$\Rightarrow$ M^{2+} आयन के मोल = 0.98 – x

$\Rightarrow$ आवेश संतुलन द्वारा

$(0.98 – x) \times 2 + 3x – 2 = 0$

$\Rightarrow$ $1.96 – 2x + 3x – 2 = 0$

$\Rightarrow$ $x = 0.04$

$\Rightarrow$ M^{3+} का प्रतिशत = $\frac{0.04}{0.98} \times 100 = 4.08\%$

PART C – गणित (MATHEMATICS)

61. दो समान्तर समतलों $2x + y + 2z = 8$ तथा $4x + 2y + 4z + 5 = 0$ के बीच की दूरी है–

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $\frac{7}{2}$ (4) $\frac{9}{2}$

Sol. **(3)**

$2x + y + 2z - 8 = 0$ ...(P_1)

$2x + y + 2z + \frac{5}{2} = 0$ ...(P_2)

P_1 और P_2 के बीच की दूरी = $\left|\frac{-8-\frac{5}{2}}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}\right| = \frac{7}{2}$

62. वर्तमान में एक फर्म 2000 नग बना रही है। यह अनुमान लगाया गया है कि अतिरिक्त कामगारों की संख्या x के सापेक्ष उत्पादन P के परिवर्तन की दर $\frac{dP}{dx} = 100 - 12\sqrt{x}$ द्वारा प्रदत्त है। यदि फर्म 25 कामगार अधिक लगाती है, तो नगों के उत्पादन का नया स्तर है–

(1) 2500 (2) 3000 (3) 3500 (4) 4500

Sol. **(3)**

$dP = (100 - 12\sqrt{x})dx$

समाकलन करने पर

$\int dP = \int \left(100 - 12\sqrt{x}\right)dx$

$P = 100x - 8x^{3/2} + C$

जब $x = 0$ तब $P = 2000$

$\Rightarrow C = 2000$

अब जब $x = 25$ तब P है

$P = 100 \times 25 - 8 \times (25)^{3/2} + 2000$

$= 2500 - 8 \times 125 + 2000$

$= 4500 - 1000$

$\Rightarrow P = 3500$

63. माना A तथा B दो ऐसे समुच्चय है जिनमें क्रमशः 2 अवयव तथा 4 अवयव है। $A \times B$ के उन उपसमुच्चयों की संख्या, जिनमें 3 अथवा अधिक अवयव हैं, है–

(1) 256 (2) 220 (3) 219 (4) 211

Sol. **(3)**

$n(A) = 2$

$n(B) = 4$

$n(A \times B) = 8$

${}^8C_3 + {}^8C_4 + \ldots\ldots + {}^8C_8 = 2^8 - {}^8C_0 - {}^8C_1 - {}^8C_2$

$= 256 - 1 - 8 - 28$

$= 219$

64. यदि रेखाएं $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-k}$ तथा $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{1}$ समतलीय है, तो k का

(1) कोई भी मान संभव है। (2) केवल एक मान संभव है। (3) केवल दो मान संभव है। (4) केवल तीन मान संभव है।

Sol. **(3)**

$[a - c, b, d] = 0$

$$\begin{vmatrix} 2-1 & 3-4 & 4-5 \\ 1 & 1 & -k \\ k & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -k \\ k & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow 1(1 + 2k) + (1 + k^2) - (2 - k) = 0$

$\Rightarrow k^2 + 2k + k = 0$

$\Rightarrow k^2 + 3k = 0$

$\Rightarrow k = 0, -3$

नोट : यदि 0 हर में आता है, तब सरल रेखा को निरूपित करनें का सही तरीका $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1}$; $z = 4$ है।

65. यदि सदिश $\overrightarrow{AB} = 3\hat{i} + 4\hat{k}$ तथा $\overrightarrow{AC} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ है, तो A से होकर जाती हुई माध्यिका की लम्बाई है–

(1) $\sqrt{18}$ (2) $\sqrt{72}$ (3) $\sqrt{33}$ (4) $\sqrt{45}$

Sol. **(3)**

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

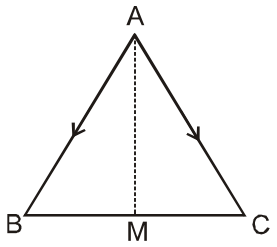
$\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}}{2}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \frac{\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}}{2} = \overrightarrow{AM}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} = 4\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{AM}\right| = \sqrt{33}$



66. वास्तविक संख्या k, जिसके लिए [0, 1] में समीकरण $2x^3 + 3x + k = 0$ के दो भिन्न वास्तविक मूल है–

(1) 1 तथा 2 के बीच में स्थित है। (2) 2 तथा 3 के बीच में स्थित है।

(3) –1 तथा 0 के बीच में स्थित है। (4) का अस्तित्व नहीं है।

Sol. **(4)**

$f(x) = 2x^3 + 3x + k$

$f'(x) = 6x^2 + 3 > 0 \qquad \forall\ x \in R$

$\Rightarrow f(x)$ एकदिष्ट वर्द्धमान फलन है

$\Rightarrow f(x) = 0$ का केवल एक वास्तविक मूल हैं, अतः दो मूल संभव नहीं है।

67. श्रेढी 0.7, 0.77, 0.777,....., के प्रथम 20 पदों का योग है–

(1) $\frac{7}{81}(179 - 10^{-20})$ (2) $\frac{7}{9}(99 - 10^{-20})$ (3) $\frac{7}{81}(179 + 10^{-20})$ (4) $\frac{7}{9}(99 + 10^{-20})$

Sol. **(3)**

$\frac{7}{10} + \frac{77}{100} + \frac{777}{10^3} + \ldots\ldots\ldots$ + 20 पदों तक

$$= 7\left[\frac{1}{10}+\frac{11}{100}+\frac{111}{10^3}+\text{..... 20 पदों तक}\right]$$

$$= \frac{7}{9}\left[\frac{9}{10}+\frac{99}{100}+\frac{999}{1000}+\text{..... 20 पदों तक}\right]$$

$$= \frac{7}{9}\left[\left(1-\frac{1}{10}\right)+\left(1-\frac{1}{10^2}\right)+\left(1-\frac{1}{10^3}\right)+\text{..... 20 पदों तक}\right]$$

$$= \frac{7}{9}\left[20-\frac{\frac{1}{10}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right)}{1-\frac{1}{10}}\right] = \frac{7}{9}\left[20-\frac{1}{9}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right)\right]$$

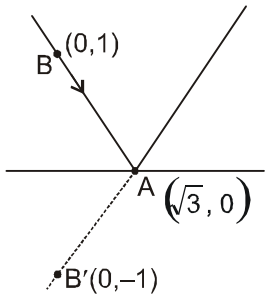
$$= \frac{7}{9}\left[\frac{179}{9}+\frac{1}{9}\left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right] = \frac{7}{81}\left[179+(10)^{-20}\right]$$

68. $x+\sqrt{3}y=\sqrt{3}$ की दिशा में जाती हुई एक प्रकाश की किरण x-अक्ष पर पहुँच कर परावर्तित हो जाती है। इस परावर्तित किरण का समीकरण है–

(1) $y = x+\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}y = x-\sqrt{3}$ (3) $y = \sqrt{3}x-\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{3}y = x-1$

Sol. **(2)**

दी गई रेखा पर कोई बिन्दु B(0, 1) लेने पर
AB′ का समीकरण



$$y-0 = \frac{-1-0}{0-\sqrt{3}}\left(x-\sqrt{3}\right)$$

$$-\sqrt{3}y = -x+\sqrt{3}$$

$$x-\sqrt{3}y = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{3}y = x-\sqrt{3}$$

69. k के उन मानों की संख्या, जिनके लिए निम्न समीकरण निकाय

$(k+1)x + 8y = 4k$
$kx + (k+3)y = 3k-1$

का कोई हल नहीं है, है–

(1) अनन्त (2) 1 (3) 2 (4) 3

Sol. **(2)**

$$\frac{k+1}{k} = \frac{8}{k+3} \neq \frac{4k}{3k-1}$$

$k^2 + 4k + 3 = 8k$
$k^2 - 4k + 3 = 0$
$k = 1, 3$
यदि $k = 1$

हो तब $\frac{8}{1+3} \neq \frac{4.1}{2}$ असत्य

और यदि $k = 3$

तब $\frac{8}{6} \neq \frac{4.3}{9-1}$ सत्य

इसलिये $k = 3$
अतः k का केवल एक मान ही संभव है।

70. यदि समीकरणों $x^2 + 2x + 3 = 0$ तथा $ax^2 + bx + c = 0$, $a,b,c \in R$, का एक मूल उभयनिष्ठ है, तो $a : b : c$ है–

(1) 1 : 2 : 3 (2) 3 : 2 : 1 (3) 1 : 3 : 2 (4) 3 : 1 : 2

Sol. **(1)**

$x^2 + 2x + 3 = 0$ ...(i)

$ax^2 + bx + c = 0$ ...(ii)

क्योंकि समीकरण (i) के मूल काल्पनिक हैं–

इसीलिए समीकरण (ii) के दोनों मूल समीकरण (i) के समान होगें अतः

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$$

$\Rightarrow$ $a = \lambda, b = 2\lambda, c = 3\lambda$

अतः 1 : 2 : 3

71. एक वत्त जो (1, –2) से होकर जाता है, तथा x-अक्ष को (3, 0) पर स्पर्श करता है, जिस अन्य बिन्दु से होकर जाता है, वह है–

(1) (–5, 2) (2) (2, – 5) (3) (5, – 2) (4) (–2, 5)

Sol. **(3)**

माना वत्त का समीकरण

$(x – 3)^2 + (y – 0)^2 + \lambda y = 0$

दिया है कि यह (1, – 2) से गुजरता है

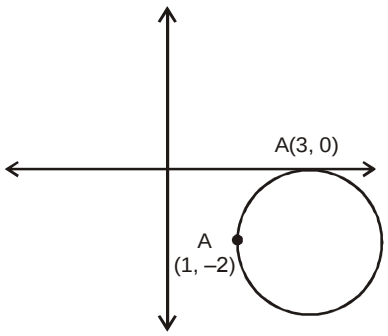
$\therefore$ $(1 – 3)^2 + (– 2)^2 + \lambda(–2) = 0$

$\Rightarrow$ $\lambda = 4$

$\therefore$ वत्त का समीकरण है

$(x – 3)^2 + y^2 – 8 = 0$

(5, – 2) वत्त के समीकरण को संतुष्ट करता है।



72. यदि x, y, z एक समान्तर श्रेढी में है तथा $\tan^{-1}x$, $\tan^{-1}y$ तथा $\tan^{-1}z$ भी समान्तर श्रेढी में है, तो

(1) x = y = z (2) 2x = 3y = 6z (3) 6x = 3y = 2z (4) 6x = 4y = 3z

Sol. **(1)**

$2y = x + z$

$2\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + \tan^{-1} (z)$

$$\tan^{-1}\left(\frac{2y}{1-y^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{x+z}{1-xz}\right)$$

$$\frac{x+z}{1-y^2} = \frac{x+z}{1-xz}$$

$\Rightarrow$ $y^2 = xz$ या $x + z = 0$

$\Rightarrow$ $x = y = z$

Declaimer : It should be given that $xz \neq 1$ as other wise for instant $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $y = 1$, $z = \sqrt{3}$ are also potential answers which are not there in other choice.

73. विचार कीजिए :

कथन -I : $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \wedge q)$ सदैव असत्य है।

कथन -II : $(p \to q) \leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$ सदैव सत्य है।

(1) कथन-I सत्य है; कथन-II सत्य है; कथन-II कथन-I की **सही** व्याख्या है।

(2) कथन-I सत्य है; कथन-II सत्य है; कथन-II कथन-I की सही व्याख्या **नहीं** है।

(3) कथन-I सत्य है; कथन-II असत्य है।

(4) कथन-I असत्य है; कथन-II सत्य है।

Sol. **(2)**

कथन-II : $(p \to q) \leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$

$\equiv (p \to q) \leftrightarrow (p \to q)$

जो कि सदैव सत्य है

इसलिए कथन -II सत्य है।

कथन -I : $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \wedge q)$

$= p \wedge \sim q \wedge \sim p \wedge q$
$= p \wedge \sim p \wedge \sim q \wedge q$
$= f \wedge f$
$= f$

इसलिए कथन -I सत्य है।

विकल्प

कथन-II : $(p \to q) \leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$

$\sim q \to \sim p$ प्रतिपरिवर्तित है।

$p \to q$ अतः $(p \to q) \leftrightarrow (p \to q)$

पुनरूक्ति होगी

कथन -II $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \wedge q)$

p	q	P ^ ~ q	~p ^ q	(p ^ ~ q) ^ (~ p ^ q)
T	T	F	F	F
T	F	T	F	F
F	T	F	T	F
F	F	F	F	F

∴ यह एक विरोधोक्ति है

74. यदि $\int f(x)\,dx = \psi(x)$ है, तो $\int x^5 f(x^3)\,dx$ बराबर है–

(1) $\frac{1}{3}\left[x^3\psi(x^3) - \int x^2\psi(x^3)\,dx\right] + C$

(2) $\frac{1}{3}x^3\psi(x^3) - 3\int x^3\psi(x^3)\,dx + C$

(3) $\frac{1}{3}x^3\psi(x^3) - \int x^2\psi(x^3)\,dx + C$

(4) $\frac{1}{3}\left[x^3\psi(x^3) - \int x^3\psi(x^3)\,dx\right] + C$

Sol. (3)

$\int f(x)dx = \psi(x)$

$I = \int x^5 f(x^3)dx$

$x^3 = t$ रखने पर $\Rightarrow$ $x^2dx = \frac{dt}{3}$

$= \frac{1}{3}\int t f(t)dt$

$= \frac{1}{3}\left[t\psi(t) - \int \psi(t)dt\right]$

$= \frac{1}{3}\left[x^3\psi(x^3) - 3\int x^2\psi(x^3)dx\right] + c$

$= \frac{1}{3}x^3\psi(x^3) - \int x^2\psi(x^3)dx + c$

75. $\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos 2x)(3+\cos x)}{x\tan 4x}$ बराबर है–

(1) $-\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) 2

Sol. (4)

$I = \ell im_{x\to 0}\ \frac{(1-\cos 2x)}{x^2}\frac{(3+\cos x)}{1}\cdot\frac{x}{\tan 4x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \frac{2\sin^2 x}{x^2}.\frac{3+\cos x}{1}.\frac{x}{\tan 4x}$

$= 2.4.\frac{1}{4} = 2$

76. **कथन-I :** समाकलन $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ का मान $\pi/6$ है।

कथन-II : $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^b f(a+b-x)dx$.

(1) कथन-I सत्य है; कथन-II सत्य है; कथन-II कथन-I की **सही** व्याख्या है।

(2) कथन-I सत्य है; कथन-II सत्य है; कथन-II कथन-I की सही व्याख्या **नहीं** है।

(3) कथन-I सत्य है; कथन-II असत्य है।

(4) कथन-I असत्य है; कथन-II सत्य है।

Sol. **(4)**

$I = \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$

$= \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}$

$= \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\tan x}\,dx}{1+\sqrt{\tan x}}$

$= \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\tan x}\,dx}{1+\sqrt{\tan x}}$

$\Rightarrow \quad 2I = \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} dx$

$\Rightarrow \quad I = \frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right] = \frac{\pi}{12}$, कथन -1 असत्य है।

$\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^b f(a+b-x)dx$ गुणधर्म है।

77. दीर्घवत्त $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9} = 1$, की नाभियों से होकर जाने वाले उस वत्त, जिसका केन्द्र $(0, 3)$ है, का समीकरण है:

(1) $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$ (2) $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$

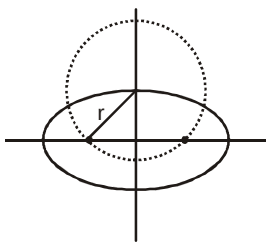
(3) $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$ (4) $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$

Sol. **(1)**

$a = 4, b = 3, e = \sqrt{1-\frac{9}{16}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{7}}{4}$

नाभि $(\pm ae, 0) \quad \Rightarrow \quad (\pm\sqrt{7}, 0)$

$r = \sqrt{(ae)^2+b^2}$



$\sqrt{7+9}$
= 4
अब वत्त का समीकरण $(x-0)^2 + (y-3)^2 = 16$
$x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$

78. एक बहुविकल्पी परीक्षा में 5 प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न के 3 वैकल्पिक उत्तर हैं, जिनमें से केवल एक सही है। एक विद्यार्थी द्वारा केवल अनुमान से 4 या उससे अधिक प्रश्नों के सही उत्तर देने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{17}{3^5}$ (2) $\frac{13}{3^5}$ (3) $\frac{11}{3^5}$ (4) $\frac{10}{3^5}$

Sol. **(3)**

$p = \frac{1}{3}$, $q = \frac{2}{3}$

${}^5C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 . \frac{2}{3} + {}^5C_5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 = 5. \frac{2}{3^5} + \frac{1}{3^5} = \frac{11}{3^5}$

79. एक त्रिभुज, जिसकी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (0, 1) (1, 1) तथा (1, 0) हैं, के अंतः केन्द्र का x-निर्देशांक है :

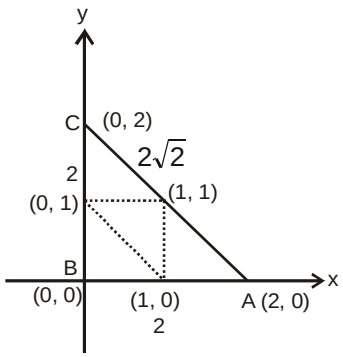
(1) $2 + \sqrt{2}$ (2) $2 - \sqrt{2}$ (3) $1 + \sqrt{2}$ (4) $1 - \sqrt{2}$

Sol. **(2)**

अन्तकेन्द्र का x निर्देशांक $= \frac{2\times 0 + 2\sqrt{2}.0 + 2.2}{2+2+2\sqrt{2}}$

$= \frac{2}{2+\sqrt{2}}$

$= 2 - \sqrt{2}$



80. $\left(\frac{x+1}{x^{2/3}-x^{1/3}+1} - \frac{x-1}{x-x^{1/2}}\right)^{10}$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद है :

(1) 4 (2) 120 (3) 210 (4) 310

Sol. **(3)**

$\left((x^{1/3}+1) - \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\right)\right)^{10}$

$(x^{1/3} - x^{-1/2})^{10}$
$T_{r+1} = {}^{10}c_r (x^{1/3})^{10-r} (-x^{-1/2})^r$

$\frac{10-r}{3} - \frac{r}{2} = 0 \Rightarrow 20 - 2r - 3r = 0 \Rightarrow r = 4$

$T_5 = {}^{10}C_4 = \frac{10\times 9\times 8\times 7}{4\times 3\times 2\times 1} = 210$

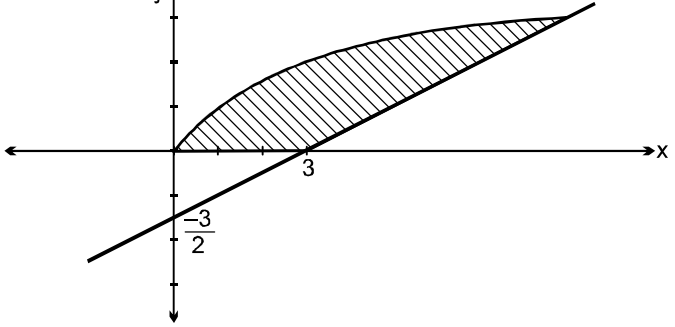
81. वक्रों $y = \sqrt{x}$, $2y - x + 3 = 0$ तथा x-अक्ष से घिरे उस क्षेत्र, जो प्रथम चतुर्थांश में स्थित है, का (वर्ग इकाई में) क्षेत्रफल है

(1) 9 (2) 36 (3) 18 (4) $\frac{27}{4}$

Sol. **(1)**

$y = \sqrt{x}$ .....(1)
और $2y - x + 3 = 0$ .....(2)
हल करने पर $y = -1, 3$

अभीष्ट क्षेत्रफल = $\int_0^3 \left\{(2y+3)-y^2\right\}dy$



$= y^2 + 3y - \frac{y^3}{3}\Big|_0^3$

$= 9 + 9 - 9 = 9$

82. माना एक n-भुजाओं वाली समबहुभुज के शीर्षों को मिलाकर बनने वाले सभी संभव त्रिभुजों की संख्या T_n है। यदि $T_{n+1} - T_n = 10$ है, तो n का मान है :

(1) 7 (2) 5 (3) 10 (4) 8

Sol. **(2)**

$T_n = {}^nC_3$

$T_{n+1} = {}^{n+1}C_3$

$T_{n+1} - T_n = {}^{n+1}C_3 - {}^nC_3$

$\Rightarrow \quad {}^nC_2 = 10$

$\Rightarrow \quad n = 5.$

83. यदि z एक ऐसी सम्मिश्र संख्या है जिसका मापांक एक इकाई है तथा कोणांक θ है, तो कोणांक $\left(\frac{1+z}{1+\bar{z}}\right)$ बराबर है :

(1) $-\theta$ (2) $\frac{\pi}{2}-\theta$ (3) θ (4) $\pi-\theta$

Sol. **(3)**

$|z| = 1, \arg z = \theta \qquad z = e^{i\theta}$

$\bar{z} = \frac{1}{z}$

$\arg\left(\frac{1+z}{1+\frac{1}{z}}\right) = \arg(z) = \theta.$

84. ABCD एक ऐसा समलंब चतुर्भुज है जिसमें AB तथा CD समांतर हैं तथा BC $\perp$ CD है। यदि $\angle ADB = \theta$, BC = p तथा CD = q, है, तो AB बराबर है :

(1) $\frac{(p^2+q^2)\sin\theta}{p\cos\theta+q\sin\theta}$ (2) $\frac{p^2+q^2\cos\theta}{p\cos\theta+q\sin\theta}$ (3) $\frac{p^2+q^2}{p^2\cos\theta+q^2\sin\theta}$ (4) $\frac{(p^2+q^2)\sin\theta}{(p\cos\theta+q\sin\theta)^2}$

Sol. **(1)**

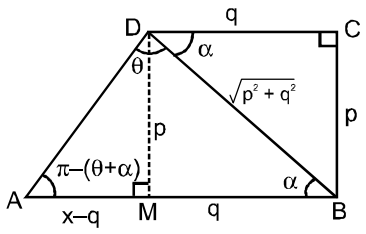
माना AB = x

$\tan(\pi-\theta-\alpha) = \frac{p}{x-q} \Rightarrow \tan(\theta+\alpha) = \frac{p}{q-x}$

$\Rightarrow \quad q - x = p\cot(\theta+\alpha)$

$\Rightarrow \quad x = q - p\cot(\theta+\alpha)$

$= q - p\left(\frac{\cot\theta\cot\alpha - 1}{\cot\alpha+\cot\theta}\right)$

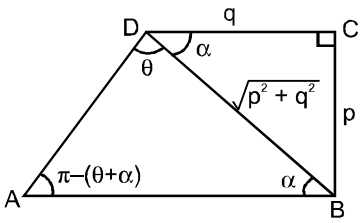


$$= q - p\left(\frac{\frac{q}{p}\cot\theta - 1}{\frac{q}{p} + \cot\theta}\right) = q - p\left(\frac{q\cot\theta - p}{q + p\cot\theta}\right) = q - p\left(\frac{q\cos\theta - p\sin\theta}{q\sin\theta + p\cos\theta}\right)$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{q^2\sin\theta + pq\cos\theta - pq\cos\theta + p^2\sin\theta}{p\cos\theta + q\sin\theta} \Rightarrow AB = \frac{(p^2+q^2)\sin\theta}{p\cos\theta + q\sin\theta}.$$

Alternative

ज्या नियम से



$$\frac{AB}{\sin\theta} = \frac{\sqrt{p^2+q^2}}{\sin(\pi-(\theta+\alpha))}$$

$$AB = \frac{\sqrt{p^2+q^2}\sin\theta}{\sin\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha}$$

$$= \frac{(p^2+q^2)\sin\theta}{q\sin\theta + p\cos\theta} \qquad \left(\because \cos\alpha = \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}}\right)$$

$$= \frac{(p^2+q^2)\sin\theta}{p\cos\theta + q\sin\theta}$$

85. यदि $P = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ एक 3×3 आव्यूह A का सहखंडज है तथा $|A| = 4$ है तो α बराबर है :

(1) 4 (2) 11 (3) 5 (4) 0

Sol. **(2)**

$|P| = 1(12-12) - \alpha(4-6) + 3(4-6)$

$= 2\alpha - 6$

$|P| = |A|^2 = 16$

$2\alpha - 6 = 16$

$\alpha = 11$

86. वक्र $y = \int_0^x |t|dt, x \in R$, पर रेखा $y = 2x$ के समान्तर खींची गई स्पर्श रेखाओं द्वारा x-अक्ष पर बने अंतःखण्ड, बराबर है

(1) ±1 (2) ±2 (3) ±3 (4) ±4

Sol. **(1)**

$\frac{dy}{dx} = |x| = 2$

$x = \pm 2$

बिन्दु $y = \int_0^{\pm 2} |t|dt = \pm 2$ $\therefore$ स्पर्श रेखा का समीकरण है

$y - 2 = 2(x-2)$ या $y + 2 = 2(x+2)$ $\Rightarrow$ x - अन्तःखण्ड $= \pm 1$.

87. दिया है : एक वत्त, $2x^2 + 2y^2 = 5$ तथा एक परवलय $y^2 = 4\sqrt{5}x$.

कथन-I : इन वक्रों की एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण $y = x + \sqrt{5}$ है।

कथन-II : यदि रेखा, $y = mx + \frac{\sqrt{5}}{m}$ $(m \neq 0)$ उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है, तो m, $m^4 - 3m^2 + 2 = 0$ को संतुष्ट करता है।

(1) कथन-I सत्य है; कथन-II सत्य है; कथन-II कथन-I की **सही** व्याख्या है।

(2) कथन-I सत्य है; कथन-II सत्य है; कथन-II कथन-I की सही व्याख्या **नहीं** है।

(3) कथन-I सत्य है; कथन-II असत्य है।

(4) कथन-I असत्य है; कथन-II सत्य है।

Sol. **(2)**

माना उभयनिष्ट स्पर्श रेखा

$$y = mx + \frac{\sqrt{5}}{m}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{5}}{m}}{\sqrt{1+m^2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$m\sqrt{1+m^2} = \sqrt{2}$$

$$m^2(1+m^2) = 2$$

$$m^4 + m^2 - 2 = 0$$

$$(m^2+2)(m^2-1) = 0$$

$$m = \pm 1$$

$y = \pm (x + \sqrt{5})$. दोनों कथन सत्य है क्योंकि $m = \pm 1$ कथन -2 में दी गई समीकरण को सन्तुष्ट करते है।

88. यदि $y = \sec(\tan^{-1}x)$ है, तो $x = 1$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान है :

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) $\sqrt{2}$

Sol. **(1)**

$y = \sec(\tan^{-1}x)$

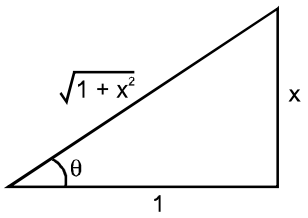
माना $\tan^{-1}x = \theta$

$x = \tan\theta$

$y = \sec\theta$

$y = \sqrt{1+x^2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \cdot 2x$$



$x = 1$ पर

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

89. व्यंजक $\frac{\tan A}{1-\cot A} + \frac{\cot A}{1-\tan A}$ को लिखा जा सकता है :

(1) sinA cosA + 1 (2) secA cosecA + 1

(3) tanA + cotA (4) secA + cosecA

Sol. **(2)**

दिया गया व्यंजक है

$$= \frac{\sin A}{\cos A} \times \frac{\sin A}{\sin A - \cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} \times \frac{\cos A}{\cos A - \sin A} = \frac{1}{\sin A - \cos A} \left\{\frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\cos A \sin A}\right\}$$

$$= \frac{\sin^2 A + \sin A\cos A + \cos^2 A}{\sin A \cos A} = 1 + \sec A \operatorname{cosec} A$$

90. एक कक्षा के सभी विद्यार्थियों ने गणित में कम अंक प्राप्त किए। अध्यापक ने प्रत्येक विद्यार्थी को 10 रियायती अंक देने का निर्णय लिया। रियायती अंक देने के बाद भी निम्न में से कौनसा से सांख्यिकी माप नहीं बदलेगा ?

(1) माध्य (2) माध्यक (3) बहुलक (4) प्रसरण

Sol. (4)

यदि प्रारम्भिक अंक x_i है तब $\sigma_1^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}$

अब सभी को 10 से बढ़ाने पर

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum[(x_i + 10) - (\bar{x} + 10)]^2}{N} = \sigma_1^2$$

अतः प्रसरण नहीं बदलेगा जबकि माध्य, माध्यिका और बहुलक 10 से बढ़ जायेगा।