

कोड **0**

प्रश्नपत्र-2

P2-15-0

513190

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 240

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

सामान्य :

1. यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोड़ें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी बायें कोनों और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ के दायें कोनों पर छपा है।
3. प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) (ORS) का उपयोग करें।
4. ओ.आर.एस. कोड इसके बायें तथा दायें भाग में छपे हुए हैं। सुनिश्चित करें कि यह दोनों कोड समरूप हैं तथा यह कोड तथा प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपा कोड समान है। यदि नहीं, तो निरीक्षक को सम्पर्क करें।
5. कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गये हैं।
6. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम तथा रोल नम्बर लिखिए।
7. इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के बाद कृपया जाँच लें कि इसमें 32 पृष्ठ हैं और सभी 60 प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं।

प्रश्नपत्र का प्रारूप और अंकन योजना :

8. इस प्रश्नपत्र में तीन भाग हैं: भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान और गणित। हर भाग में तीन खंड हैं।
9. प्रत्येक खंड के प्रारंभ में दिये हुए निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।
10. खंड 1 में 8 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है।  
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए तथा 0 अन्य सभी अवस्थाओं में।
11. खंड 2 में 8 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जिनके एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।  
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -2 अन्य सभी अवस्थाओं में।
12. खंड 3 में 2 "अनुच्छेद" प्रारूप प्रश्न हैं। प्रत्येक अनुच्छेद एक प्रयोग, एक दशा अथवा एक समस्या को दर्शाता है। इस अनुच्छेद पर दो बहुविकल्पिय प्रश्न पूछे जायेंगे। एक या एक से अधिक विकल्प सही हो सकते हैं।  
अंक योजना: +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -2 अन्य सभी अवस्थाओं में।

ऑप्टिकल रिस्पांस शीट :

13. एक ओ.आर.एस. में एक मूल (ऊपरी पृष्ठ) और उसकी कार्बन-रहित प्रति (नीचे पृष्ठ) है।
14. ऊपरी मूल पृष्ठ के अनुरूप बुलबुलों (BUBBLES) को पर्याप्त दबाव डालकर काला करें। यह कार्बन-रहित निचले पृष्ठ के अनुरूप स्थान पर चिन्हित करेगा।
15. मूल पृष्ठ मशीन-जाँच्य है तथा यह परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जायेगा।
16. परीक्षा के समापन पर आपको कार्बन-रहित पृष्ठ ले जाने की अनुमति दी जाएगी।
17. ओ.आर.एस. को हेर-फेर/विकृति न करें।
18. अपना नाम, रोल न. और परीक्षा केंद्र का नाम मूल पृष्ठ में दिए गए खानों में कलम से भरें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से कोई भी जानकारी कहीं और न लिखें। रोल नम्बर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

कृपया जगह निर्दिष्ट कर लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें।

*MSBalep*

निरीक्षक के अनुदेशों के बिना  
मुहर न तोड़ें

SEAL

$$e^t \cos 2at$$

$$e^t \sin^2 at$$

$$e^t + \frac{e^t}{2} - \frac{e^t \cos 2at}{2}$$

$$i = \int \frac{e^t \cos 2at}{2} dt$$

$$= \frac{e^t \cos 2at}{2} - 2a \int e^t \sin 2at dt$$

$$= e^t \cos 2at - 2a e^t \sin 2at + 4a^2 \int e^t \cos 2at$$

$$(4a^2 - 1)i = \frac{e^t}{4a^2 - 1} [\cos 2at - 2a \sin 2at]$$

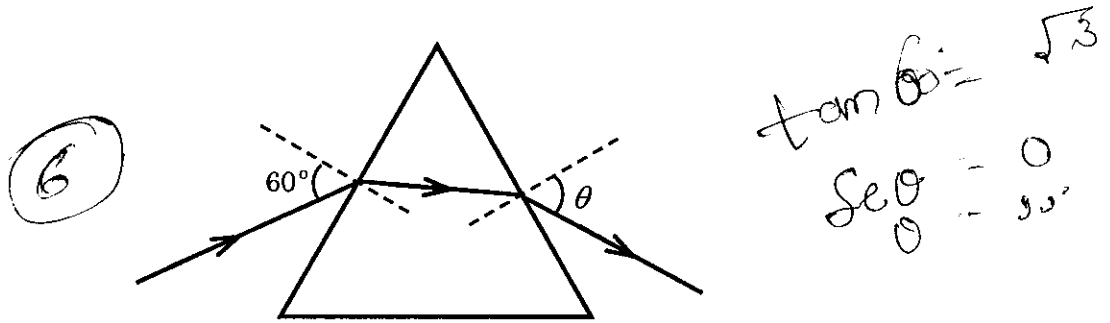
$$\left[ \frac{3e^t}{2} - \frac{e^t}{4a^2 - 1} [\cos 2at - 2a \sin 2at] \right]$$

$$\frac{3e^{4\pi}}{2} - \frac{e^{4\pi}}{45e^{4\pi} - 2} =$$

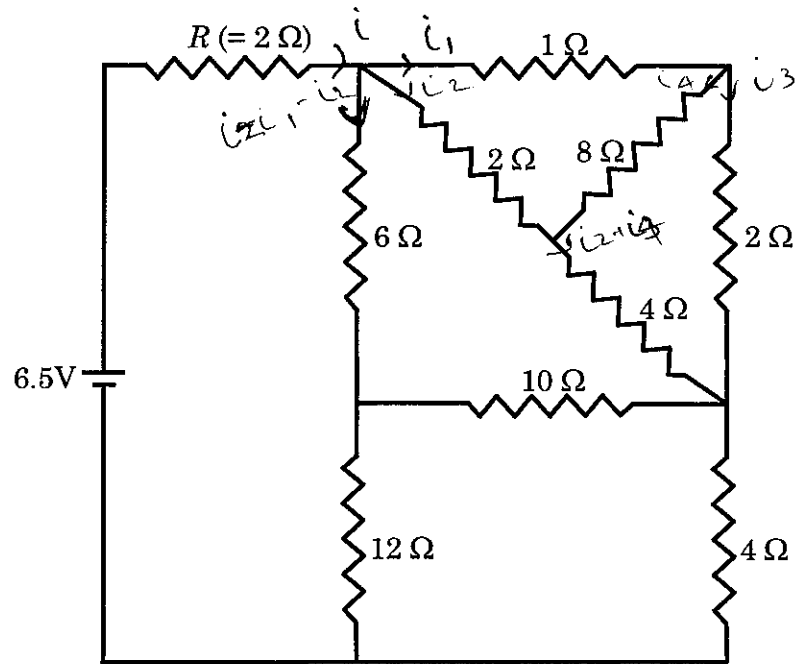
$$\frac{15}{30}$$



- Q.4 एकवर्णी प्रकाश का एक पुंज एक  $n$  अपवर्तनांक वाले समबाहु त्रिभुज के एक फलक पर  $60^\circ$  के कोण पर आपतित होता है तथा सामने वाले फलक से लंब से  $\theta(n)$  कोण बनाते हुए निकलता है (चित्र देखें)।  $n = \sqrt{3}$  पर  $\theta$  का मान  $60^\circ$  है तथा  $\frac{d\theta}{dn} = m$  है। तब  $m$  का मान है



- Q.5 नीचे दिये गये परिपथ में प्रतिरोध  $R (= 2\Omega)$  में  $I$  एम्पियर धारा प्रवाहित होती है। तब  $I$  का मान है



4

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

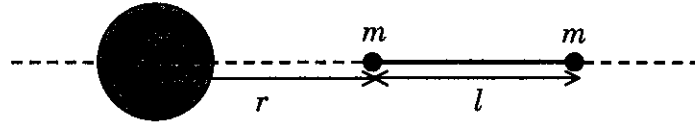
$$\frac{6.5}{2}$$

Q.6  $\text{Li}^{2+}$  आयन की उत्तेजित अवस्था में एक इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग  $3h/2\pi$  है। इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य  $p\pi a_0$  (जहाँ  $a_0$  बोर त्रिज्या है) है। तब  $p$  का मान है

1

Q.7 एक बड़ा गोलाकार द्रव्यमान  $M$  एक जगह स्थित है तथा दो एकरूप बिंदु द्रव्यमान  $m$  द्रव्यमान  $M$  के केन्द्र से होकर जाने वाली रेखा पर रखे गये हैं (चित्र देखें)। बिंदु द्रव्यमान एक  $l$  लंबाई के द्रव्यमान रहित दृढ़ छड़ से जुड़े हैं तथा यह संयोजन उनको जोड़ने वाली रेखा पर गति कर सकता है। सभी द्रव्यमानों में केवल उनका अपना गुरुत्वाकर्षण है। जब  $M$  के निकट वाला बिंदु द्रव्यमान  $M$  से  $r = 3l$  की दूरी पर है तब  $m = k\left(\frac{M}{288}\right)$  के लिए छड़ में तनाव शून्य है। तब  $k$  का मान है

3



149

Q.8 एक निकाय की समय  $t$  पर ऊर्जा  $E(t) = A^2 \exp(-\alpha t)$  फलन द्वारा दी जाती है, जहाँ  $\alpha = 0.2 \text{ s}^{-1}$  है।  $A$  के मापन में 1.25% की प्रतिशत त्रुटि है। यदि समय के मापन में 1.50% की त्रुटि है तब  $t = 5 \text{ s}$  पर  $E(t)$  के मान में प्रतिशत त्रुटि होगी

3

3  $2.16 \frac{m^2}{s}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$A^2 e$

$$A = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 6}{9.31 \times 10^{31} \times 2.16 \times 10^{-2} \times 3}$$

$$\frac{KGM}{(r^2 + l^2)^{3/2}} = \frac{KGM}{r^2} = \frac{KGM}{u^2}$$

$$m v a_0 = \frac{3h}{2\pi}$$

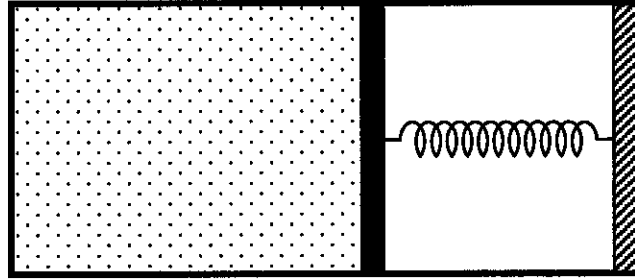
$$A = \frac{h}{m v}$$

$$A = \frac{K}{3h} \times 2\pi a_0$$

## खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
  - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
  - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
  - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

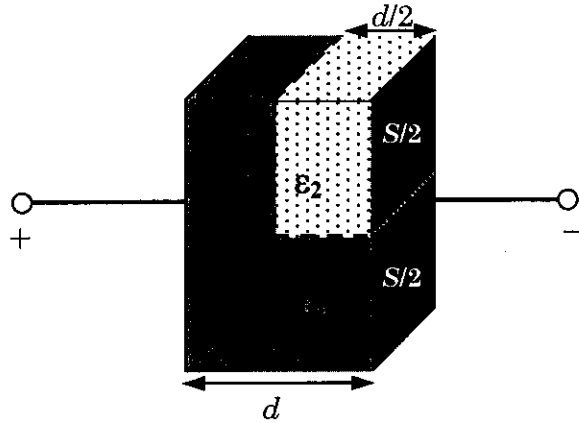
Q.9 एक एक-परमाणुक आदर्श गैस एक क्षैतिज बर्तन (horizontal cylinder) में स्प्रिंग-युक्त पिस्टन द्वारा बंद है (दर्शाये चित्रानुसार)। प्रारंभ में गैस का तापमान  $T_1$ , दाब  $P_1$  तथा आयतन  $V_1$  है तथा स्प्रिंग विश्रान्त अवस्था में है। अब गैस को बहुत धीरे-धीरे तापमान  $T_2$  तक गर्म करने पर दाब  $P_2$  तथा आयतन  $V_2$  हो जाता है। इस प्रक्रिया में पिस्टन  $x$  दूरी तय करता है। पिस्टन एवं बर्तन के मध्य घर्षण को नगण्य मानते हुए, सही कथन है (हैं)



- (A) यदि  $V_2 = 2V_1$  तथा  $T_2 = 3T_1$  है, तब स्प्रिंग में संचित ऊर्जा  $\frac{1}{4}P_1V_1$  है।
- (B) यदि  $V_2 = 2V_1$  तथा  $T_2 = 3T_1$  है, तब आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन  $3P_1V_1$  है।
- (C) यदि  $V_2 = 3V_1$  तथा  $T_2 = 4T_1$  है, तब गैस द्वारा किया गया कार्य  $\frac{7}{3}P_1V_1$  है।
- (D) यदि  $V_2 = 3V_1$  तथा  $T_2 = 4T_1$  है, तब गैस को दी गयी ऊष्मा  $\frac{17}{6}P_1V_1$  है।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.10 एक समांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं का क्षेत्रफल  $S$  तथा पट्टिकाओं के बीच में दूरी  $d$  है। तथा इसकी वायु में धारिता  $C_1$  है। जब पट्टिकाओं के मध्य दो अलग-अलग सापेक्ष परावैद्युतांकों ( $\epsilon_1 = 2$  तथा  $\epsilon_2 = 4$ ) के परावैद्युत पदार्थ दर्शाये चित्रानुसार रखे जाते हैं तब इस प्रकार बने नये संधारित्र की धारिता  $C_2$  हो जाती है। तब अनुपात  $\frac{C_2}{C_1}$  है



(A) 6/5

(B) 5/3

(C) 7/5

(D) 7/3

Q.11 एक एकसमान घनत्व के तरल के गोलाकार पिंड की त्रिज्या  $R$  है तथा यह अपने स्वयं के गुरुत्व के प्रभाव में साम्यावस्था में है। यदि इसके केन्द्र से दूरी  $r$  ( $r < R$ ) पर दाब  $P(r)$  है, तब सही विकल्प है (हैं)

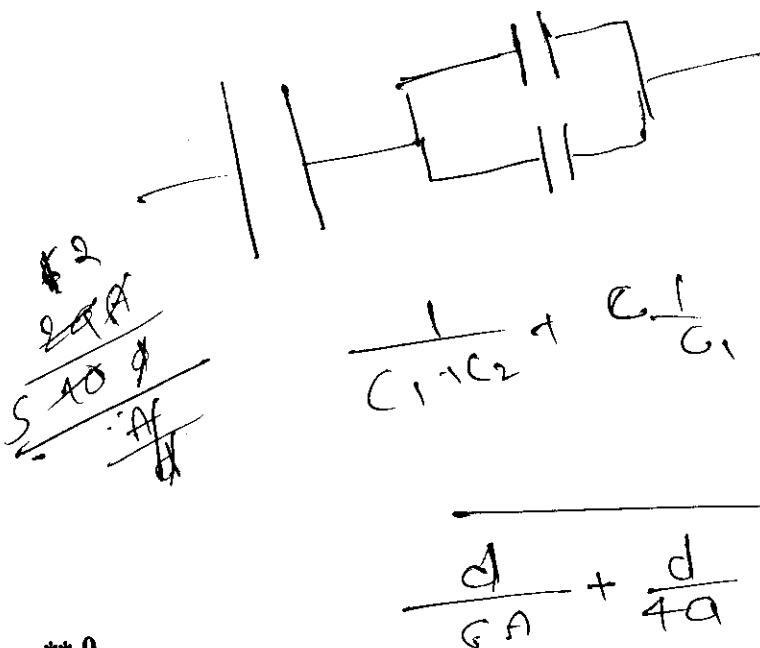
(A)  $P(r = 0) = 0$

(B)  $\frac{P(r = 3R/4)}{P(r = 2R/3)} = \frac{63}{80}$

(C)  $\frac{P(r = 3R/5)}{P(r = 2R/5)} = \frac{16}{21}$

(D)  $\frac{P(r = R/2)}{P(r = R/3)} = \frac{20}{27}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



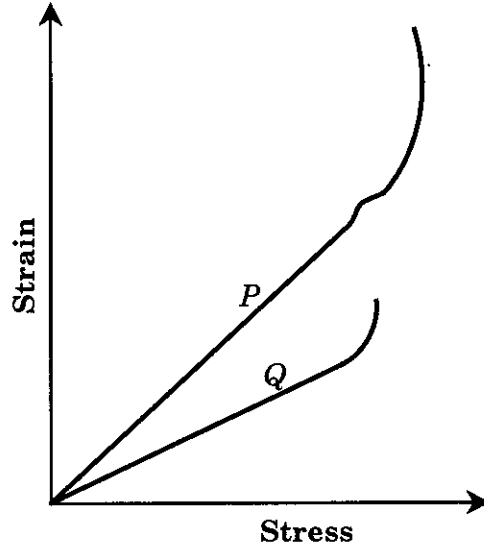
$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A \epsilon_r}{d} = \frac{2A}{d}$$

$$C_2 = \frac{A}{d}$$

$$C_3 = \frac{2A}{d} = \frac{2A}{d}$$

$$\frac{4d + 6d}{24A} = \frac{24A}{20d}$$

Q.12 पदार्थों  $P$  तथा  $Q$  के प्रतिबल-विकृति (stress-strain) ग्राफ़ खींचने में एक छात्र गलती से  $y$ -अक्ष पर विकृति तथा  $x$ -अक्ष पर प्रतिबल दर्शाता है। तब सही कथन है (हैं)

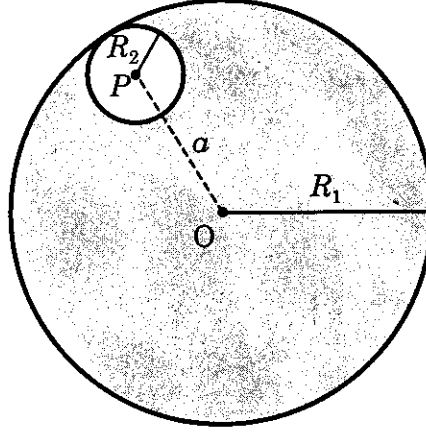


- (A)  $P$  का तनन-सामर्थ्य (tensile strength)  $Q$  से अधिक है।
- (B) पदार्थ  $P$  पदार्थ  $Q$  से अधिक तन्य (ductile) है।
- (C) पदार्थ  $P$  पदार्थ  $Q$  से अधिक भंगुर (brittle) है।
- (D) पदार्थ  $P$  का यंग प्रत्यास्थता गुणांक पदार्थ  $Q$  के यंग प्रत्यास्थता गुणांक से अधिक है।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



- Q.13 एक त्रिज्या  $R_1$  तथा एक समान आवेश घनत्व का गोलाकार आवेश मूल बिंदु  $O$  पर केन्द्रित है। इसमें एक  $R_2$  त्रिज्या तथा  $P$  पर केन्द्रित एक गोलाकार गुहिका (cavity), जहाँ  $OP = a = R_1 - R_2$  है, बनायी जाती है (चित्र देखें)। यदि गुहिका के अन्दर स्थिति  $\vec{r}$  पर विद्युत क्षेत्र  $\vec{E}(\vec{r})$  है, तब सही कथन है (हैं)



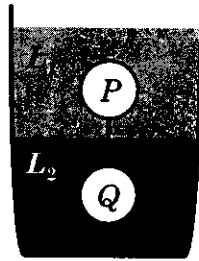
- (A)  $\vec{E}$  एक समान है, इसका परिमाण  $R_2$  पर निर्भर नहीं करता है लेकिन इसकी दिशा  $\vec{r}$  पर निर्भर करती है।  
 (B)  $\vec{E}$  एक समान है, इसका परिमाण  $R_2$  पर निर्भर करता है तथा इसकी दिशा  $\vec{r}$  पर निर्भर करती है।  
 (C)  $\vec{E}$  एक समान है, इसका परिमाण  $a$  पर निर्भर नहीं करता है लेकिन इसकी दिशा  $\vec{a}$  पर निर्भर करती है।  
 (D)  $\vec{E}$  एक समान है, एवं इसका परिमाण तथा दिशा दोनों  $\vec{a}$  पर निर्भर करते हैं।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.14 विभवान्तर  $V$ , विद्युत धारा  $I$ , परावैद्युतांक  $\epsilon_0$ , पारगम्यता  $\mu_0$  तथा प्रकाश की चाल  $c$  को मिलाकर विमीय रूप से सही विकल्प है (हैं)

- (A)  $\mu_0 I^2 = \epsilon_0 V^2$  (B)  $\epsilon_0 I = \mu_0 V$  (C)  $I = \epsilon_0 c V$  (D)  $\mu_0 c I = \epsilon_0 V$

Q.15 बराबर त्रिज्या वाले दो गोलों  $P$  तथा  $Q$  के घनत्व क्रमशः  $\rho_1$  तथा  $\rho_2$  हैं। गोलों को एक द्रव्यमान रहित डोरी से जोड़कर  $\sigma_1$  एवं  $\sigma_2$  घनत्व वाले तथा  $\eta_1$  एवं  $\eta_2$  श्यानता गुणाकों वाले द्रवों  $L_1$  एवं  $L_2$  में डाला जाता है। साम्यावस्था में गोला  $P$  द्रव  $L_1$  में तथा गोला  $Q$  द्रव  $L_2$  में तैरता है तथा डोरी तनी रहती है (चित्र देखें)। यदि गोले  $P$  को अलग से  $L_2$  में डालने पर उसका सीमांत वेग  $\vec{V}_P$  होता है और गोले  $Q$  का  $L_1$  में अलग से डालने पर सीमांत वेग  $\vec{V}_Q$  है, तब



- (A)  $\frac{|\vec{V}_P|}{|\vec{V}_Q|} = \frac{\eta_1}{\eta_2}$  (B)  $\frac{|\vec{V}_P|}{|\vec{V}_Q|} = \frac{\eta_2}{\eta_1}$  (C)  $\vec{V}_P \cdot \vec{V}_Q > 0$  (D)  $\vec{V}_P \cdot \vec{V}_Q < 0$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$B = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{Q^2}{L^2}$$

$$F = iLB$$

$$B = \frac{ML^2T^{-2}}{IA}$$

$$B = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{Q^2}{L^2}$$

$$\mu_0 = \frac{Q^2}{L^2 ML^2 T^{-2} A^2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{A^2 T^2}{L^2 ML^2 T^{-2}}$$

$$M^7 L^{-3} T^4 A^2$$

Q.16 एक विखंडन प्रक्रिया  ${}^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{140}_{54}\text{Xe} + {}^{94}_{38}\text{Sr} + x + y$  दी गयी है, जहाँ  $x$  तथा  $y$  दो कण हैं।  ${}^{236}_{92}\text{U}$  विरामावस्था में है तथा उत्पादों की गतिज ऊर्जाएं क्रमशः  $K_{\text{Xe}}$ ,  $K_{\text{Sr}}$ ,  $K_x$  (2 MeV) तथा  $K_y$  (2 MeV) से दर्शायी गयी है।  ${}^{236}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{140}_{54}\text{Xe}$  तथा  ${}^{94}_{38}\text{Sr}$  की प्रति न्यूक्लियॉन बंधन ऊर्जाओं को क्रमशः 7.5 MeV, 8.5 MeV तथा 8.5 MeV लें। विभिन्न संरक्षण नियमों का ध्यान रखते हुए सही विकल्प है (हैं)

- (A)  $x = n, y = n, K_{\text{Sr}} = 129 \text{ MeV}, K_{\text{Xe}} = 86 \text{ MeV}$
- (B)  $x = p, y = e^-, K_{\text{Sr}} = 129 \text{ MeV}, K_{\text{Xe}} = 86 \text{ MeV}$
- (C)  $x = p, y = n, K_{\text{Sr}} = 129 \text{ MeV}, K_{\text{Xe}} = 86 \text{ MeV}$
- (D)  $x = n, y = n, K_{\text{Sr}} = 86 \text{ MeV}, K_{\text{Xe}} = 129 \text{ MeV}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$\frac{U_0}{4\pi} \times \frac{2A}{r^2} = B$$

$$U_0 = \frac{M^1 L^1 T^{-3} A^{-1} \times L^2}{A^1 \times L^2}$$

$$= M^1 L^{-1} T^{-3} A^{-2}$$

$\epsilon_0 =$

$B = \frac{1}{L} B$

$B = \frac{M^1 L^1 T^{-3} A^{-1}}{L^1}$

$B = \frac{M^1 L^1 T^{-3} A^{-1}}{M^1 L^1 T^{-2} A^1}$

$A^1$

$936 \times 85$

$2.5$

$4680$

$6552 \times$

$7020.0$

$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$

$\frac{M^1 L^1 T^{-2} A^2}{M^1 L^{-3} A^2}$

$M^1 L^3$

$U = \frac{KQ}{r}$

$=$

$K = \frac{M^1 L^2 T^{-2} A^2}{A^2}$

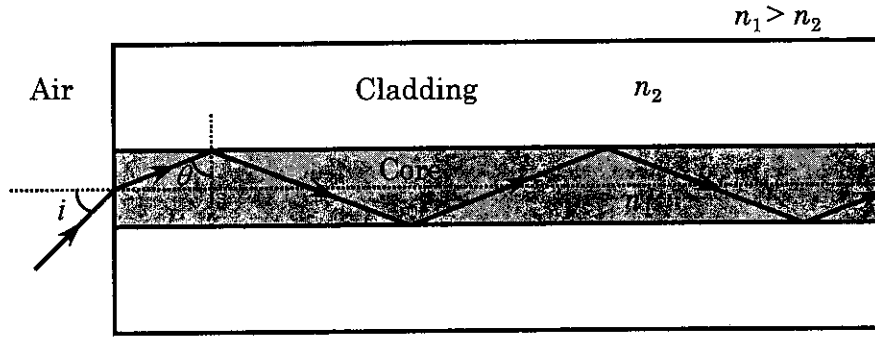
## खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

- इस खंड में दो अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
  - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
  - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
  - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

अनुच्छेद 1

एक प्रकाशीय तंतु में प्रकाश का परिवहन एक संरचना जिसमें  $n_1$  अपवर्तनांक वाले काँच का एक पतला बेलन (सिलिंडर) एक उससे कम अपवर्तनांक  $n_2$  वाले माध्यम से घिरा है द्वारा समझा जा सकता है। इस संरचना में प्रकाश का परिवहन माध्यमों  $n_1$  तथा  $n_2$  के अंतरापृष्ठ पर उत्तरोत्तर पूर्ण आंतरिक परावर्तन द्वारा होता है (चित्र देखें)। प्रकाश की वे सभी किरणों जिनका इस संरचना के सिरे पर आपतन कोण  $i$  का मान एक विशिष्ट कोण  $i_m$  से कम होता है संरचना में  $n_1$  अपवर्तनांक के माध्यम में रहते हुए परिवहन कर सकती हैं। संरचना का संख्यात्मक द्वारक (numerical aperture (NA))  $\sin i_m$  द्वारा परिभाषित किया जाता है।



Q.17 दो संरचनाएँ  $S_1$  जिसमें  $n_1 = \sqrt{45}/4$  एवं  $n_2 = 3/2$  है तथा  $S_2$  जिसमें  $n_1 = 8/5$  एवं  $n_2 = 7/5$  लें। पानी का अपवर्तनांक  $4/3$  एवं वायु का अपवर्तनांक 1 लेते हुए सही विकल्प है (हैं)

- (A)  $S_1$  की NA पानी में डुबाने पर वही है जो कि  $S_2$  को  $\frac{16}{3\sqrt{15}}$  अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर है।
- (B)  $S_1$  की NA  $\frac{6}{\sqrt{15}}$  अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर वही है जो कि  $S_2$  को पानी में डुबाने पर है।
- (C)  $S_1$  की NA उसे वायु में रखने पर वही है जो कि  $S_2$  को  $\frac{4}{\sqrt{15}}$  अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर है।
- (D)  $S_1$  की NA उसे वायु में रखने पर वही है जो कि  $S_2$  को पानी में डुबाने पर है।

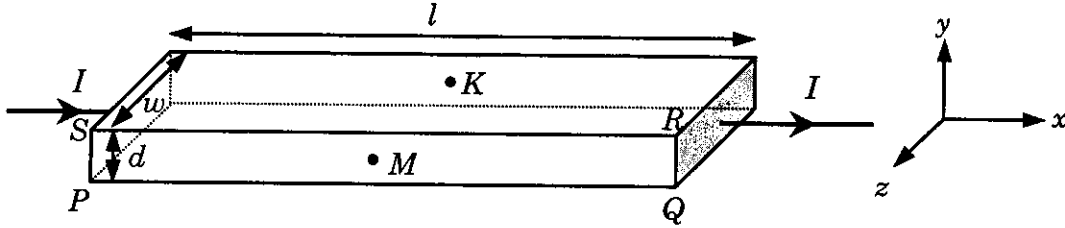
Q.18 यदि बराबर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाली परन्तु अलग-अलग संख्यात्मक द्वारक  $NA_1$  तथा  $NA_2$  ( $NA_2 < NA_1$ ) वाली दो संरचनाओं को अनुदैर्घ्य रूप में एक दूसरे से जोड़ा जाता है। संयुक्त संयोजन का संख्यात्मक द्वारक है।

- (A)  $\frac{NA_1 NA_2}{NA_1 + NA_2}$  (B)  $NA_1 + NA_2$  (C)  $NA_1$  (D)  $NA_2$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

## अनुच्छेद 2

दशरिये चित्रानुसार धातु की एक पतली आयताकार पट्टी में एकसमान विद्युत धारा  $I$  धनात्मक  $x$ -दिशा में प्रवाहित हो रही है। पट्टी की लंबाई, चौड़ाई तथा मोटाई क्रमशः  $l$ ,  $w$  तथा  $d$  हैं। पट्टी पर धनात्मक  $y$ -दिशा में एक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र  $B$  लगाया गया है। इसके कारण आवेशवाहक  $z$ -दिशा की ओर विक्षेपित होते हैं। परिणामतः सतह  $PQRS$  पर आवेशवाहकों का संचयन होता है तथा  $PQRS$  के सामने के फलक पर बराबर किन्तु विपरीत आवेश आ जाता है। एक विभांतर  $z$ -दिशा के साथ इस प्रकार विकसित होता है। आवेश वाहकों का यह संचयन तब तक जारी रहता है जब तक कि चुम्बकीय बल, वैद्युत बल से संतुलित नहीं हो जाता। विद्युत धारा का प्रवाह इलेक्ट्रॉनों के द्वारा तथा पट्टी की अनुप्रस्थ काट पर एकसमान है।



Q.19 एक ही चालक (metallic) पदार्थ की दो अलग-अलग पट्टियों (1 तथा 2) को लें। उनकी लंबाईयाँ बराबर हैं, चौड़ाईयाँ क्रमशः  $w_1$  एवं  $w_2$  तथा मोटाईयाँ क्रमशः  $d_1$  तथा  $d_2$  हैं। दो बिन्दु  $K$  तथा  $M$   $x$ - $y$  तल के समांतर आमने-सामने के फलकों पर स्थित हैं। पट्टियों 1 तथा 2 में  $K$  तथा  $M$  के बीच विभवान्तर क्रमशः  $V_1$  तथा  $V_2$  हैं। तब उनमें बहने वाली एक दी गयी विद्युत धारा  $I$  तथा एक दी गयी चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता  $B$  के लिए सही कथन है (हैं)

- (A) यदि  $w_1 = w_2$  तथा  $d_1 = 2d_2$ , तब  $V_2 = 2V_1$
- (B) यदि  $w_1 = w_2$  तथा  $d_1 = 2d_2$ , तब  $V_2 = V_1$
- (C) यदि  $w_1 = 2w_2$  तथा  $d_1 = d_2$ , तब  $V_2 = 2V_1$
- (D) यदि  $w_1 = 2w_2$  तथा  $d_1 = d_2$ , तब  $V_2 = V_1$

Q.20 समान आकार (लंबाई  $l$ , चौड़ाई  $w$  तथा मोटाई  $d$ ) की अलग-अलग चालक पदार्थों की दो पट्टियों (1 तथा 2) जिनके आवेशवाहकों के घनत्व क्रमशः  $n_1$  तथा  $n_2$  हैं को लें। पट्टी 1 को चुम्बकीय क्षेत्र  $B_1$  तथा पट्टी 2 को चुम्बकीय क्षेत्र  $B_2$  में रखा गया है। चुम्बकीय क्षेत्र  $B_1$  तथा  $B_2$  धनात्मक  $y$ -दिशा में हैं। तब पट्टियों 1 तथा 2 में  $K$  तथा  $M$  के बीच विभवान्तर क्रमशः  $V_1$  तथा  $V_2$  हैं। दोनों पट्टियों में बहने वाली विद्युत धारा  $I$  को समान मानते हुए सही विकल्प है (हैं)

- (A) यदि  $B_1 = B_2$  तथा  $n_1 = 2n_2$  तब  $V_2 = 2V_1$  है।
- (B) यदि  $B_1 = B_2$  तथा  $n_1 = 2n_2$  तब  $V_2 = V_1$  है।
- (C) यदि  $B_1 = 2B_2$  तथा  $n_1 = n_2$  तब  $V_2 = 0.5V_1$  है।
- (D) यदि  $B_1 = 2B_2$  तथा  $n_1 = n_2$  तब  $V_2 = V_1$  है।

## भाग I : भौतिक विज्ञान समाप्त

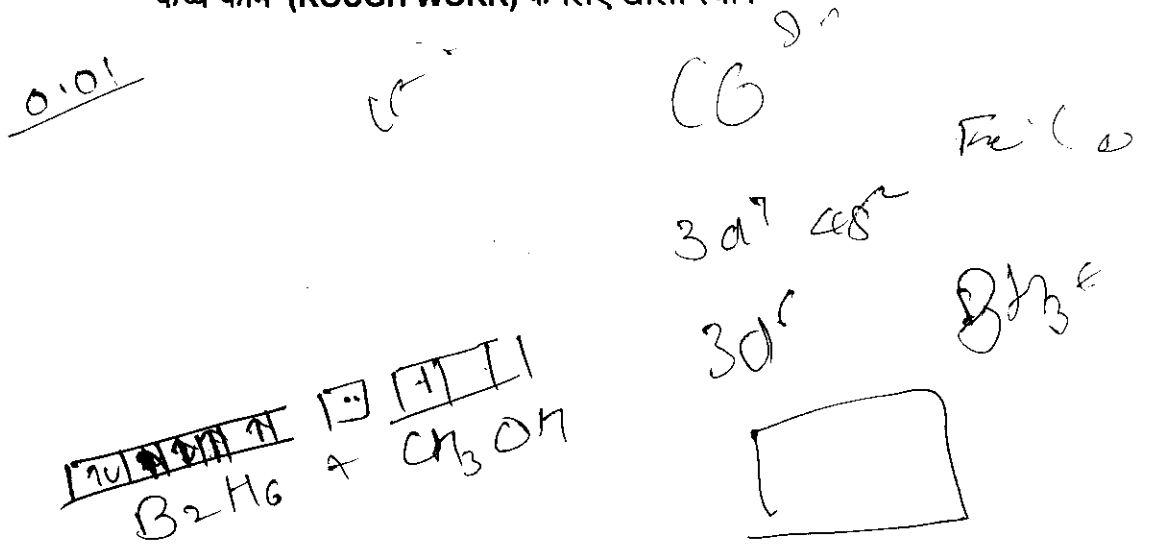
## भाग II : रसायन विज्ञान

खंड 1 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, दोनों शामिल, के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है
- प्रत्येक प्रश्न में, ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें
- अंकन योजना :
  - +4 यदि उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया जाय
  - 0 अन्य सभी अवस्थाओं में

- Q.21 संकुल acetylbromidodicarbonylbis(triethylphosphine)iron(II) में Fe-C बंध (बंधों) की संख्या है (2)
- Q.22 दिये गये संकुल आयनों,  $[\text{Co}(\text{NH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-NH}_2)_2\text{Cl}_2]^+$ ,  $[\text{CrCl}_2(\text{C}_2\text{O}_4)_2]^{3-}$ ,  $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_4(\text{OH})_2]^+$ ,  $[\text{Fe}(\text{NH}_3)_2(\text{CN})_4]^-$ ,  $[\text{Co}(\text{NH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-NH}_2)_2(\text{NH}_3)\text{Cl}]^{2+}$  तथा  $[\text{Co}(\text{NH}_3)_4(\text{H}_2\text{O})\text{Cl}]^{2+}$ , में संकुल आयन (आयनों) की संख्या जो समपक्ष-विपक्ष (*cis-trans*) समावयवता दर्शाते हैं (हैं) (6)
- Q.23 तीन मोल (moles)  $\text{B}_2\text{H}_6$  की मेथेनाल के साथ सम्पूर्ण अभिक्रिया होती है। बने हुये बोरान अन्तर्विष्ट उत्पाद के मोलों की संख्या है (1)
- Q.24 एक दुर्बल अम्ल HX (0.01 M) के विलयन की मोलर चालकता (molar conductivity) एक दूसरे दुर्बल अम्ल HY (0.10 M) के विलयन की मोलर चालकता से 10 गुना कम है। यदि  $\lambda_{\text{X}^-}^0 \approx \lambda_{\text{Y}^-}^0$ , तब इनके  $\text{p}K_a$  का अन्तर,  $\text{p}K_a(\text{HX}) - \text{p}K_a(\text{HY})$ , है (दोनों अम्लों के आयनीकरण की मात्रा (degree of ionization)  $\ll 1$ ) (2)

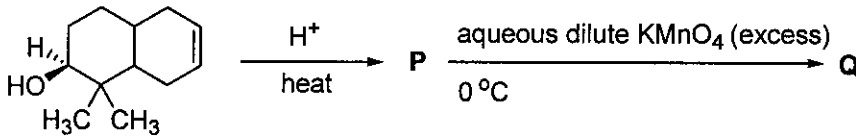
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



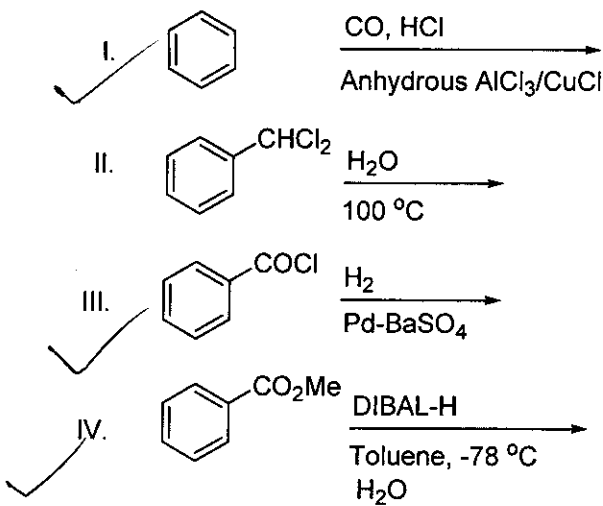
Q.25 एक दृढ़ दीवारों वाले बंद पात्र में 298 K पर 1 मोल  $^{238}_{92}\text{U}$  तथा 1 मोल वायु अंतर्विष्ट हैं। यदि  $^{238}_{92}\text{U}$  का  $^{206}_{82}\text{Pb}$  में पूर्ण क्षय हो, तब 298 K पर निकाय के अन्तिम दाब तथा प्रारंभिक दाब का अनुपात है 1

Q.26 तनु जलीय  $\text{H}_2\text{SO}_4$  में संकुल डाइएक्वाडाइऑक्सेलेटोफेरट (II) ( $\text{diaquodioxalatoferate(II)}$ )  $\text{MnO}_4^-$  द्वारा ऑक्सीकृत होता है। इस अभिक्रिया में  $[\text{H}^+]$  के परिवर्तन की दर तथा  $[\text{MnO}_4^-]$  के परिवर्तन की दर का अनुपात है 2

Q.27 उत्पाद (product) Q में हाइड्रॉक्सिल समूह/समूहों (hydroxyl group(s)) की संख्या है 2



Q.28 निम्नलिखित में बेन्जाल्डीहाइड (benzaldehyde) का उत्पाद करने वाली अभिक्रिया (अभिक्रियाओं) की संख्या है



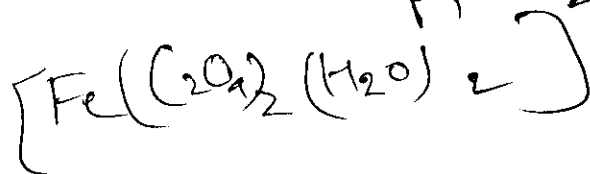
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$\begin{array}{r} 238 \\ 206 \\ \hline 32 \end{array} \quad 32$$

$$P_1 \propto n_1$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \dots$$





खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
  - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
  - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
  - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

- Q.29 एक धातु पृष्ठ पर  $O_2$  का अधिशोषण (adsorption) होने पर धातु से  $O_2$  को इलेक्ट्रॉन स्थानान्तरण (electron transfer) होता है। इस अधिशोषण के बारे में सही विकल्प/विकल्पों है (हैं)
- (A)  $O_2$  का भौतिक अधिशोषण होता है।  
 (B) ऊष्मा निकलती है।  
 (C)  $O_2$  में  $\pi_{2p}^*$  का अध्यावास (occupancy) बढ़ता है।  
 (D)  $O_2$  की आबन्ध लम्बाई (bond length) बढ़ती है।
- Q.30 जल-अपघटनीय अवस्था में, श्रृंखला बहुलक के विरचन (preparation) तथा श्रृंखला समापन के लिए जिन यौगिकों का उपयोग होता है, वह क्रमानुसार, हैं
- (A)  $CH_3SiCl_3$  तथा  $Si(CH_3)_4$  (B)  $(CH_3)_2SiCl_2$  तथा  $(CH_3)_3SiCl$   
 (C)  $(CH_3)_2SiCl_2$  तथा  $CH_3SiCl_3$  (D)  $SiCl_4$  तथा  $(CH_3)_3SiCl$
- Q.31 आयन युग्म, जहा दोनों आयन तनु HCl की उपस्थिति में  $H_2S$  गैस प्रवाहित करने पर अवक्षेपित (precipitate) होते हैं, है (हैं)
- (A)  $Ba^{2+}$ ,  $Zn^{2+}$  (B)  $Bi^{3+}$ ,  $Fe^{3+}$  (C)  $Cu^{2+}$ ,  $Pb^{2+}$  (D)  $Hg^{2+}$ ,  $Bi^{3+}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.32 (i)  $\text{HClO}$ , (ii)  $\text{HClO}_2$ , (iii)  $\text{HClO}_3$  तथा (iv)  $\text{HClO}_4$  के संदर्भ में सही विकल्प/विकल्पों है (हैं)

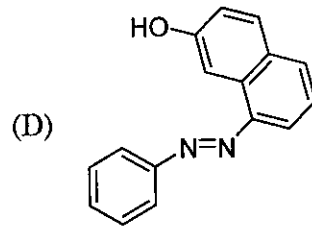
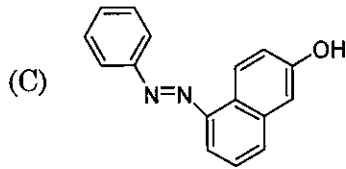
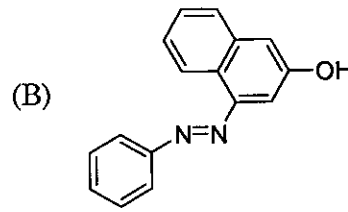
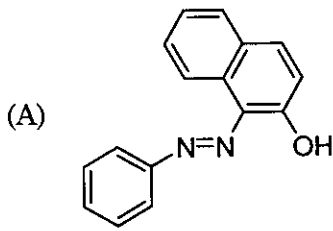
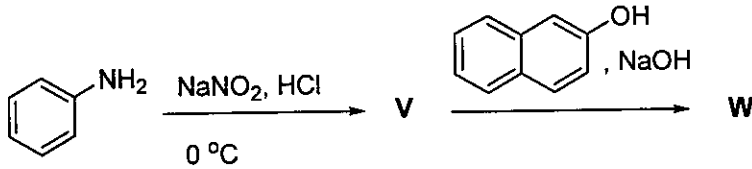
(A) (ii) तथा (iii) में  $\text{Cl}=\text{O}$  बंधों की संख्या जोड़कर दो है।

(B) (ii) तथा (iii) में  $\text{Cl}$  पर एकाकी युग्म इलेक्ट्रॉनों (lone pairs of electrons) की संख्या जोड़ कर तीन है।

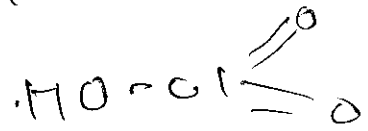
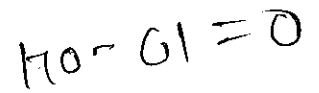
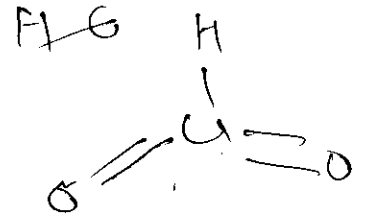
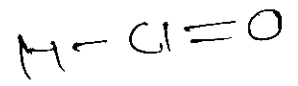
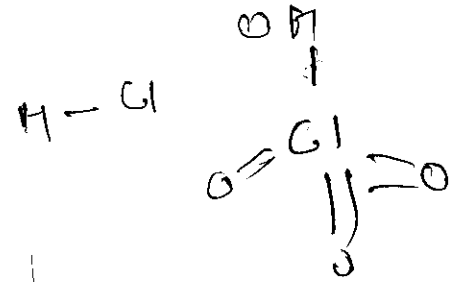
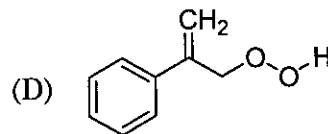
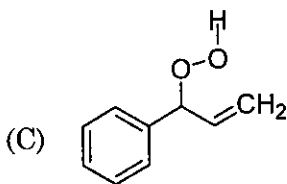
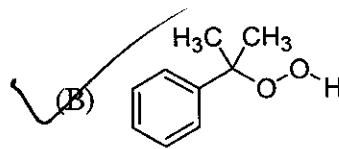
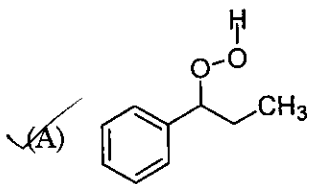
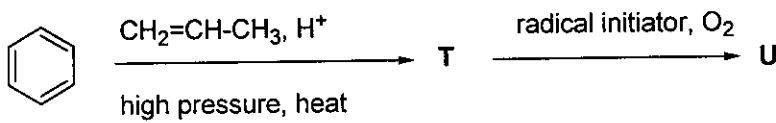
(C) (iv) में  $\text{Cl}$  का संकरण  $sp^3$  है।

(D) (i) से (iv) में सबसे प्रबल अम्ल (i) है

Q.33 निम्नलिखित अभिक्रियाओं में मुख्य उत्पाद W है

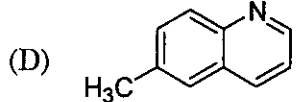
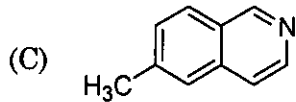
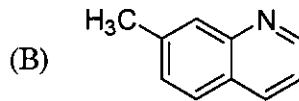
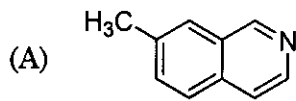
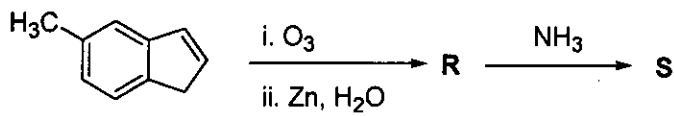


Q.34 निम्नलिखित अभिक्रियाओं में मुख्य उत्पाद U है



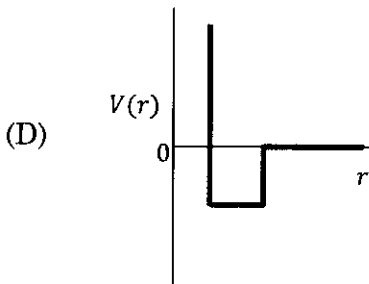
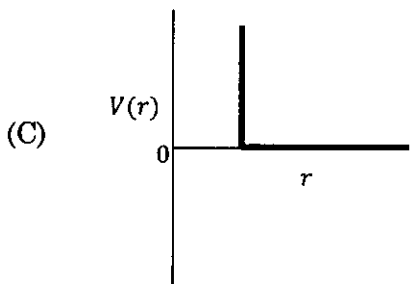
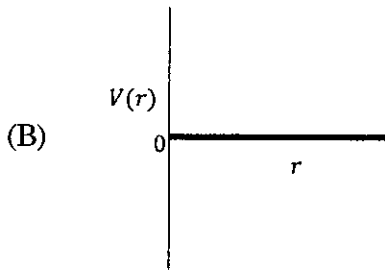
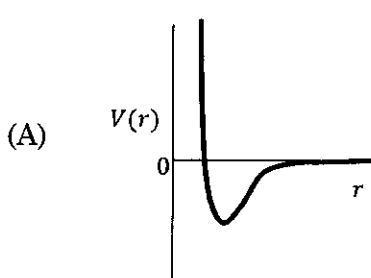
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.35 निम्नलिखित अभिक्रियाओं में उत्पाद S है

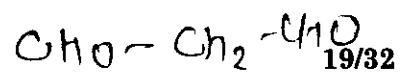
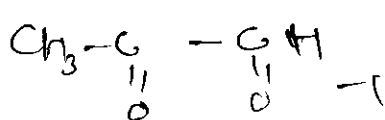
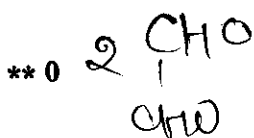
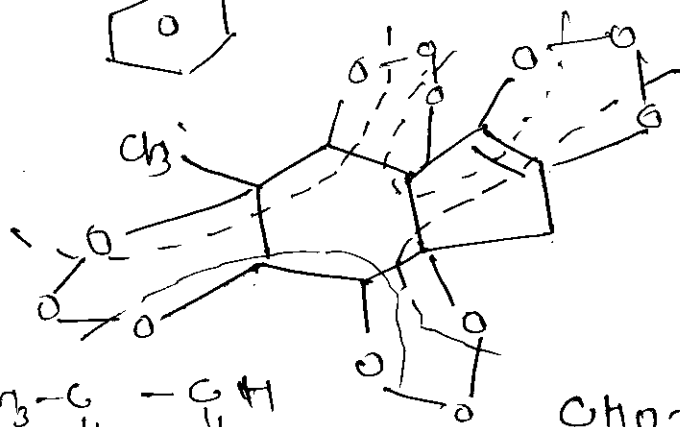
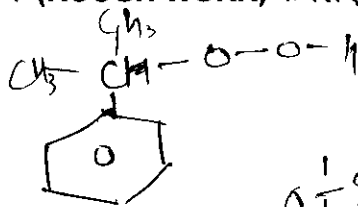
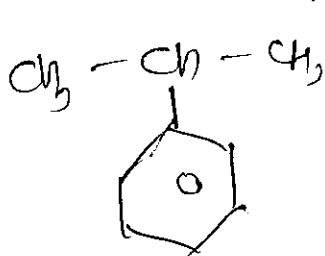


Q.36 एक मोल एकपरमाणुक वास्तविक गैस समीकरण  $p(V - b) = RT$  को सन्तुष्ट करती है, जहाँ  $b$  एक नियतांक है।

इस गैस के अंतरापरमाणुक (interatomic) विभव (potential)  $V(r)$  तथा अन्तरापरमाणुक दूरी  $r$  के बीच का सम्बन्ध है



कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

- इस खंड में दो अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
  - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
  - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
  - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

अनुच्छेद 1

स्थिर दाब पर एक ऊष्मारोधी बीकर (insulated beaker) में 100 mL HCl (1.0 M) को 100 mL NaOH (1.0 M) के साथ मिश्रित करने पर बीकर तथा उसकी अन्तर्वस्तुओं का तापमान 5.7 °C बढ़ जाता है (प्रयोग 1)। प्रबल अम्ल के साथ प्रबल क्षारक की उदासीनीकरण (neutralization) ऐन्थैल्पी एक नियतांक (-57.0 kJ mol<sup>-1</sup>) होने के कारण इस प्रयोग का उपयोग कैलोरीमीटर स्थिरांक (calorimeter constant) को मापने में किया जा सकता है। एक दूसरे प्रयोग (प्रयोग 2) में 100 mL ऐसीटिक अम्ल (2.0 M, K<sub>a</sub> = 2.0 × 10<sup>-5</sup>) को 100 mL NaOH (1.0 M) के साथ मिश्रित करने पर (प्रयोग 1 की समरूप अवस्था में) 5.6 °C तापमान वृद्धि मापित की गयी।

(सभी विलयनों की ऊष्मा धारिता 4.2 J g<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> तथा सभी विलयनों का घनत्व 1.0 g mL<sup>-1</sup> है)

Q.37 प्रयोग 2 से प्राप्त ऐसीटिक अम्ल की वियोजन ऐन्थैल्पी (dissociation enthalpy) (kJ mol<sup>-1</sup> में) है

- (A) 1.0 (B) 10.0 (C) 24.5 (D) 51.4

Q.38 प्रयोग 2 के पश्चात विलयन का pH है

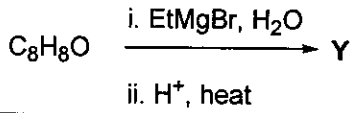
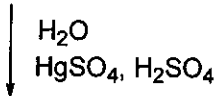
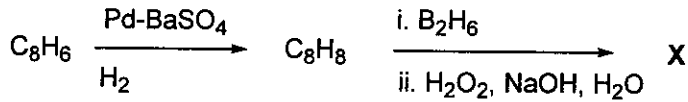
- (A) 2.8 (B) 4.7 (C) 5.0 (D) 7.0

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

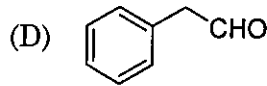
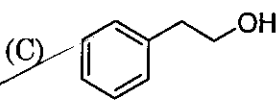
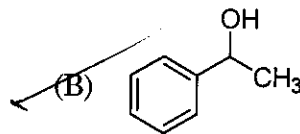
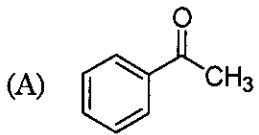
$$\begin{aligned}
 & (1+x)(1+x^2) \\
 & (x^3+x^2+x+1)(x^3+1) \\
 & (x^6+x^5+x^4+2x^3+x^2+x+1)(1+x^3) \\
 & (x^{10}+x^9+x^8+2x^7+2x^6+2x^5+2x^4+2x^3+x^2+x+1)(1+x^3) \\
 & x^{15}+x^{14}+x^{13}+2x^{12}+2x^{11}+3x^{10}+3x^9-3x^8+3x^7+x^5+x^4
 \end{aligned}$$

अनुच्छेद 2

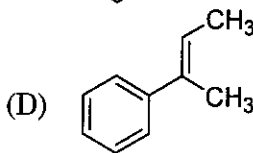
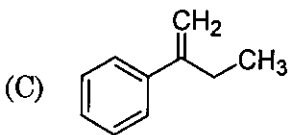
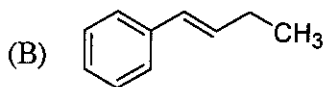
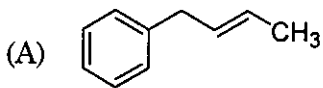
निम्नलिखित अभिक्रियाओं में



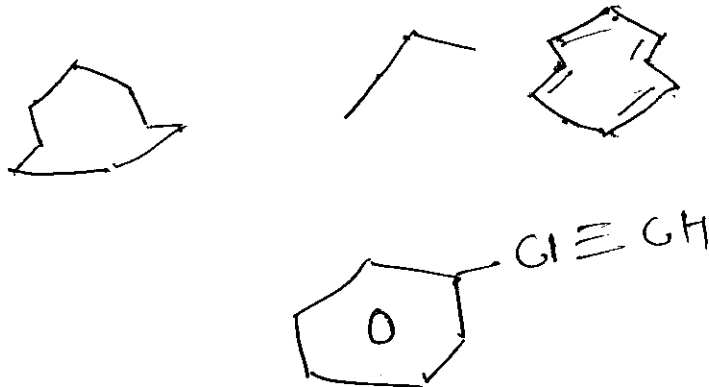
Q.39 यौगिक X है



Q.40 मुख्य यौगिक Y है



भाग II : रसायन विज्ञान समाप्त



### भाग III : गणित

#### खंड 1 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, दोनों शामिल, के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है
- प्रत्येक प्रश्न में, ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें
- अंकन योजना :
  - +4 यदि उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया जाय
  - 0 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.41  $(1+x)(1+x^2)(1+x^3) \dots (1+x^{100})$  के विस्तार में  $x^9$  के गुणांक का मान है

5

Q.42 माना कि दीर्घ वृत्त  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$  की नाभियाँ (foci)  $(f_1, 0)$  और  $(f_2, 0)$  हैं, जहाँ  $f_1 > 0$  और  $f_2 < 0$  हैं। माना कि  $P_1$  एवं  $P_2$  दो परवलय (parabola) हैं जिनकी नाभियाँ क्रमशः  $(f_1, 0)$  एवं  $(2f_2, 0)$  हैं तथा दोनों के शीर्ष (vertex)  $(0, 0)$  है। माना कि  $P_1$  की स्पर्श रेखा  $T_1$  बिन्दु  $(2f_2, 0)$  से, एवं  $P_2$  की स्पर्श रेखा  $T_2$  बिन्दु  $(f_1, 0)$  से गुजरती हैं। यदि  $T_1$  की प्रवणता (slope)  $m_1$  हो और  $T_2$  की प्रवणता  $m_2$  हो, तब  $\left(\frac{1}{m_1^2} + m_2^2\right)$  का मान है

4

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$\int x^3 F''(x) dx = x \cdot F'(x) + F(x) - \int x^2 F'(x) dx$$

$$x^3 F'(x) dx = 3 \int x^2 F'(x) dx$$

$$[x^3 \cdot F'(x)]_1^3 = 36 - 40$$

$$27 F'(3) - F'(1) = 76$$

$$3 F'(3) - F'(1) = 28$$

$$27 F'(3) - F'(1)$$

Q.43 माना कि दो धनात्मक पूर्णांक  $m$  और  $n$  एक (1) से बड़े हैं (greater than 1)। यदि

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \left( \frac{e^{\cos(\alpha^n)} - e}{\alpha^m} \right) = -\left(\frac{e}{2}\right)$$

तब  $\frac{m}{n}$  का मान है

5

Q.44 यदि  $\alpha = \int_0^1 (e^{9x+3\tan^{-1}x}) \left( \frac{12+9x^2}{1+x^2} \right) dx$  जहाँ  $\tan^{-1}x$  केवल मुख्य मानों (principal values) को लेता है, तब

$$\left( \log_e |1+\alpha| - \frac{3\pi}{4} \right) \text{ का मान है}$$

0

Q.45 माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  एक संतत विषम फलन है जिसका मान केवल एक बिन्दु पर ही शून्य होता है तथा  $f(1) = \frac{1}{2}$  है। माना

कि सभी  $x \in [-1, 2]$  के लिए  $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$  एवं सभी  $x \in [-1, 2]$  के लिए  $G(x) = \int_{-1}^x t |f(t)| dt$  हैं।

यदि  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{G(x)} = \frac{1}{14}$  है, तब  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  का मान है

6

कुछ काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

*गुन 3 tan x*

$$\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{1}{14} e^{9x+3}$$

$$\int_1^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} [x^2]_1^2 = \frac{1}{2} (4-1) = \frac{3}{2}$$

$$\frac{f\left(\frac{1}{2}\right) [x+1]}{(x+1)^2} =$$

*ge* गुन 3 tan x

$$\frac{3f}{\ln x^2} = t$$

$$9 + 9x^2 + 3 = t$$

$$e^t dt = \frac{36 + 3\pi}{4}$$

*gi*  $\frac{3 \times \pi}{4}$

$$\frac{36 + 3\pi}{1}$$

$$\log_e \frac{40 + 3\pi}{1}$$

Q.46 माना कि  $\mathbb{R}^3$  में,  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$  और  $\vec{r}$  तीन असमतलीय सदिश हैं। माना कि सदिश  $\vec{z}$  के घटक क्रमागत सदिशों  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$  एवं  $\vec{r}$  के अनुदिश क्रमशः 4, 3 और 5 हैं। यदि  $\vec{z}$  के घटक क्रमागत सदिशों  $(-\vec{p} + \vec{q} + \vec{r})$ ,  $(\vec{p} - \vec{q} + \vec{r})$  एवं  $(-\vec{p} - \vec{q} + \vec{r})$  के अनुदिश क्रमशः  $x$ ,  $y$  और  $z$  हैं, तब  $2x + y + z$  का मान है

Q.47 किसी भी पूर्णांक  $k$  के लिए,  $\alpha_k = \cos\left(\frac{k\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{k\pi}{7}\right)$  जहाँ  $i = \sqrt{-1}$  है। तब व्यंजक  $\frac{\sum_{k=1}^{12} |\alpha_{k+1} - \alpha_k|}{\sum_{k=1}^3 |\alpha_{4k-1} - \alpha_{4k-2}|}$  का मान है

Q.48 माना कि एक समान्तर श्रेणी (arithmetic progression (A.P.)) के सभी पद धन पूर्णांक हैं। इस समान्तर श्रेणी में यदि पहले सात (7) पदों के योग और पहले ग्यारह (11) पदों के योग का अनुपात 6 : 11 है तथा सातवाँ पद 130 और 140 के बीच में स्थित है, तब इस समान्तर श्रेणी के सार्व अन्तर (common difference) का मान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$7[2a + 10d] = 6$$

$$11[2a + 20d] = 11$$

$$7a + 21d = 6a + 30d$$

$$a = 9d = 0$$

$$\frac{a + 3d + a + 2d + a + d + a + 0 + a + 2d + a + 3d}{a + 11d} = \frac{6}{11}$$

$$a = 3d = \frac{7}{11}$$

Ex. term of  $\sec^2 x$  - Secant

$x \log \sec x + \int \log \sec x dx$



## खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
  - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
  - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
  - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.49 माना कि सभी  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  के लिए,  $f(x) = 7 \tan^8 x + 7 \tan^6 x - 3 \tan^4 x - 3 \tan^2 x$  है, तब सही कथन है (हैं)

(A)  $\int_0^{\pi/4} x f(x) dx = \frac{1}{12}$

(B)  $\int_0^{\pi/4} f(x) dx = 0$

(C)  $\int_0^{\pi/4} x f(x) dx = \frac{1}{6}$

(D)  $\int_0^{\pi/4} f(x) dx = 1$

Q.50 माना कि  $f, g: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  संतत फलन हैं जो की अंतराल  $(-1, 2)$  में दो बार अवकलनीय (twice differentiable) है। माना कि  $f$  और  $g$  के मान, बिन्दुओं  $-1, 0$  और  $2$  पर निम्न सारणी में दर्शाए गए हैं :

	$x = -1$	$x = 0$	$x = 2$
$f(x)$	3	6	0
$g(x)$	0	1	-1

यदि प्रत्येक अंतराल  $(-1, 0)$  और  $(0, 2)$  में फलन  $(f - 3g)''$  कभी भी शून्य का मान नहीं लेता है, तब सही कथन है (हैं)

(A)  $(-1, 0) \cup (0, 2)$  में,  $f'(x) - 3g'(x) = 0$  के तीन ही हल (exactly three solutions) हैं

(B)  $(-1, 0)$  में,  $f'(x) - 3g'(x) = 0$  के एक ही हल (exactly one solution) है

(C)  $(0, 2)$  में,  $f'(x) - 3g'(x) = 0$  के एक ही हल (exactly one solution) है

(D)  $f'(x) - 3g'(x) = 0$  को  $(-1, 0)$  में दो ही हल (exactly two solutions) है और  $(0, 2)$  में दो ही हल हैं

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$7^4 + 7^3 - 3^3 - 3^3 \quad \frac{7}{9} + 1 - \frac{3}{5} - 1$$

$$(7 \sec^2 x - 1)^4 \quad \frac{35 - 27}{4}$$

Q.51 निम्नलिखित में से  $a$  और  $L$  के कौन सा (से) मान समीकरण

$$\frac{\int_0^{4\pi} e^t (\sin^6 at + \cos^4 at) dt}{\int_0^{\pi} e^t (\sin^6 at + \cos^4 at) dt} = L$$

को संतुष्ट करता (करते) हैं?

- (A)  $a = 2, L = \frac{e^{4\pi} - 1}{e^{\pi} - 1}$  (B)  $a = 2, L = \frac{e^{4\pi} + 1}{e^{\pi} + 1}$   
 (C)  $a = 4, L = \frac{e^{4\pi} - 1}{e^{\pi} - 1}$  (D)  $a = 4, L = \frac{e^{4\pi} + 1}{e^{\pi} + 1}$

Q.52 माना कि  $H : x^2 - y^2 = 1$  एक अतिपरवलय (hyperbola) है और  $S$  एक वृत्त है जिसका केंद्र  $N(x_2, 0)$  है। माना कि  $H$  और  $S$  एक दूसरे को बिन्दु  $P(x_1, y_1)$  पर स्पर्श करते हैं, जहाँ  $x_1 > 1$  और  $y_1 > 0$  है। बिन्दु  $P$  पर,  $H$  और  $S$  की सामान्य स्पर्श रेखा  $x$ -अक्ष को बिन्दु  $M$  पर प्रतिच्छेद करती है। यदि  $(l, m)$  त्रिभुज  $\Delta PMN$  का केंद्रक (centroid) है, तब सही कथन है (हैं)

- (A)  $\frac{dl}{dx_1} = 1 - \frac{1}{3x_1^2}, x_1 > 1$  (B)  $\frac{dm}{dx_1} = \frac{x_1}{3(\sqrt{x_1^2 - 1})}, x_1 > 1$   
 (C)  $\frac{dl}{dx_1} = 1 + \frac{1}{3x_1^2}, x_1 > 1$  (D)  $\frac{dm}{dy_1} = \frac{1}{3}, y_1 > 0$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Handwritten work for Q.51:

$$\int_0^{4\pi} e^t (\sin^6 2t + \cos^4 2t) dt$$

$$\int_0^{\pi} e^t (\sin^6 2t + \cos^4 2t) dt$$

Handwritten work for Q.52:

$$\frac{3e^{4\pi}}{2} + \frac{e^{4\pi}}{4} + 0 - 2$$


---


$$\frac{3e^{4\pi}}{2} + \frac{e^{4\pi}}{4} + 0 - 2}{3e^{\pi}}$$

Q.53 माना कि  $E_1$  और  $E_2$  दो दीर्घवृत्त हैं जिनके केन्द्र मूलबिन्दु हैं।  $E_1$  और  $E_2$  की दीर्घ अक्षायें क्रमशः  $x$ -अक्ष और  $y$ -अक्ष पर स्थित हैं। माना कि  $S: x^2 + (y-1)^2 = 2$  एक वृत्त है। सरल रेखा  $x+y=3$ , वक्रों  $S$ ,  $E_1$  और  $E_2$  को क्रमशः  $P$ ,  $Q$  और  $R$  पर स्पर्श करती है। माना कि  $PQ = PR = \frac{2\sqrt{2}}{3}$  है। यदि  $e_1$  और  $e_2$  क्रमशः  $E_1$  और  $E_2$  की उत्केन्द्रता (eccentricities) हैं, तब सही कथन है (हैं)

- (A)  $e_1^2 + e_2^2 = \frac{43}{40}$  (B)  $e_1 e_2 = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{10}}$  (C)  $|e_1^2 - e_2^2| = \frac{5}{8}$  (D)  $e_1 e_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Q.54 यदि  $\alpha = 3\sin^{-1}\left(\frac{6}{11}\right)$  और  $\beta = 3\cos^{-1}\left(\frac{4}{9}\right)$ , जहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric functions) केवल मुख्य मान (principal values) ही लेते हैं, तब सही कथन है (हैं)

- (A)  $\cos \beta > 0$  (B)  $\sin \beta < 0$  (C)  $\cos(\alpha + \beta) > 0$  (D)  $\cos \alpha < 0$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$\begin{aligned}
 I &= \int \frac{e^t \cos 2t}{2} dt \\
 &= \frac{e^t \cos 2t}{2} + \int \sin 2t e^t dt \\
 2I &= \frac{e^t \cos 2t}{2} + \left[ \frac{e^t \sin 2t}{2} \right] - \int \dots \\
 I &= \frac{e^t}{4} [\cos 2t + \sin 2t] \\
 &= \frac{e^t}{4} [1 + \sin^2 4t] \\
 &= \frac{e^t}{4} + \frac{e^t \sin^2 4t}{4}
 \end{aligned}$$

Q.55 माना कि  $S$  उन सभी शून्येतर (non-zero) वास्तविक संख्याओं  $\alpha$  का समुच्चय (set) है जिनके लिए द्विघाती समीकरण  $\alpha x^2 - x + \alpha = 0$  के दो विभिन्न वास्तविक मूल  $x_1$  और  $x_2$  असमिका  $|x_1 - x_2| < 1$  को संतुष्ट करते हैं। निम्नलिखित अंतरालों में से कौन सा (से) समुच्चय  $S$  के उपसमुच्चय है (हैं)?

- (A)  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$  (B)  $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, 0\right)$  (C)  $\left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$  (D)  $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{2}\right)$

Q.56 माना कि सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए,  $f'(x) = \frac{192x^3}{2 + \sin^4 \pi x}$  एवं  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  है। यदि  $m \leq \int_{1/2}^1 f(x) dx \leq M$ , तब  $m$  और  $M$  के सही संभव मान है (हैं)

- (A)  $m = 13, M = 24$  (B)  $m = \frac{1}{4}, M = \frac{1}{2}$   
 (C)  $m = -11, M = 0$  (D)  $m = 1, M = 12$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{\alpha} \quad x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = \frac{1}{\alpha^2}$$

$$x_1 x_2 = \frac{1}{\alpha}$$

$$(x_1 - x_2)^2 < 1$$

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 < 1$$

$$\frac{1}{\alpha^2} - 2\alpha - 2 < 1$$

$$4 < 3\alpha > 1$$

$$\alpha > \frac{1}{3}$$

$$\left[ x^2 F'(x) \right]_1^3 - 2 \int_1^3 x F''(x) dx = \left[ x^2 F'(x) \right]_1^3 + \left[ \frac{x^3}{3} F''(x) \right]_1^3$$

$$\left[ x^2 F'(x) \right]_1^3 - 2 \int_1^3 x F''(x) dx = -12$$

$$-36 + 12 = 2 \int_1^3 x F''(x) dx$$

## खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

- इस खंड में दो अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
  - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
  - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
  - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

## अनुच्छेद 1

माना कि  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  एक फलन है जो तीन बार अवकलनीय (thrice differentiable) है। माना कि  $F(1) = 0$ ,  $F(3) = -4$  और सभी  $x \in (1/2, 3)$  के लिए,  $F'(x) < 0$  है। माना कि सभी  $x \in \mathbb{R}$  के लिए,  $f(x) = xF(x)$  है।

Q.57 निम्नलिखित में से सही कथन है (हैं)

- (A)  $f'(1) < 0$                       (B)  $f(2) < 0$   
 (C) किसी भी  $x \in (1, 3)$  के लिए  $f'(x) \neq 0$                       (D) कुछ  $x \in (1, 3)$  के लिए  $f'(x) = 0$

Q.58 यदि  $\int_1^3 x^2 F'(x) dx = -12$  और  $\int_1^3 x^3 F''(x) dx = 40$  है, तब सही कथन है (हैं)

- (A)  $9f'(3) + f'(1) - 32 = 0$                       (B)  $\int_1^3 f(x) dx = 12$   
 (C)  $9f'(3) - f'(1) + 32 = 0$                       (D)  $\int_1^3 f(x) dx = -12$

$$f'(x) = xF'(x) + F(x)$$

B

$[x^2 F(x)]_1^3$  कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$I = \int_1^3 x^2 F'(x) dx = 2 \int_1^3 x F(x) dx + \int_1^3 x^2 F'(x) dx$$

$$= 2 \left[ \frac{F(x) x^2}{2} \right]_1^3 + \int_1^3 x^2 F'(x) dx$$

$$= 2 \left[ \frac{F(3) \cdot 9}{2} - \frac{F(1) \cdot 1}{2} \right] + \int_1^3 x^2 F'(x) dx$$

$$= 2 \left[ \frac{-4 \cdot 9}{2} - \frac{0 \cdot 1}{2} \right] + \int_1^3 x^2 F'(x) dx$$

$$= 2 \left[ -18 - 0 \right] + \int_1^3 x^2 F'(x) dx$$

$$= -36 + \int_1^3 x^2 F'(x) dx$$

$$= -36 + 40 = 4$$

\*\* 0



SPACE FOR ROUGH WORK

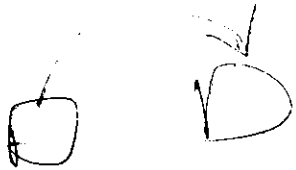
$$\frac{n_1}{n_1+n_2-1} + \frac{n_1}{n_1+n_2-1}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{9}$$

$$\frac{9}{9}$$

$$\frac{2}{22} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{10}{29} + \frac{9}{25}$$

$$\frac{19}{25}$$

$$\frac{n_1}{n_1+n_2} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{42}{105}$$


$$\frac{10}{30}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{3.6}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि :

19. ऊपरी मूल पृष्ठ के बुलबुलों को काले बॉल प्वाइन्ट कलम से काला करें।
20. बुलबुले को पूर्ण रूप से काला करें।
21. बुलबुलों को तभी काला करें जब आपका उत्तर निश्चित हो।
22. बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका यहाँ दर्शाया गया है : 
23. काले किये हुये बुलबुले को मिटाने का कोई तरीका नहीं है।
24. हर खण्ड के प्रारम्भ में दी गयी अंकन योजना में काले किये गये तथा काले न किये गए बुलबुलों को मूल्यांकित करने का तरीका दिया गया है।

परीक्षार्थी का नाम ..... **BHARAT SOMI** .....

रोल नम्बर ..... **2044360** .....

I HAVE READ ALL THE INSTRUCTIONS  
AND SHALL ABIDE BY THEM

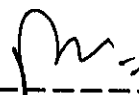
मैंने सभी निदेशों को पढ़ लिया है और मैं उनका  
अवश्य पालन करूँगा/करूँगी।

I have verified the identity, name and roll  
number of the candidate, and that question  
paper and ORS codes are the same

मैंने परीक्षार्थी का परिचय, नाम और रोल नंबर का पूरी  
तरह जाँच लिया कि प्रश्न पत्र तथा ओ.आर.एस. कोड  
दोनों समान हैं



Signature of the Candidate  
परीक्षार्थी के हस्ताक्षर



Signature of the Invigilator  
निरीक्षक के हस्ताक्षर

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



