

कोड

1

प्रश्नपत्र-1

P1-15-1

212131

समय : 3 घंटे

7728003138

अधिकतम अंक : 264

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

सामान्य :

1. यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोड़ें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी बायें कोनों और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ के दायें कोनों पर छपा है।
3. प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) (ORS) का उपयोग करें।
4. ओ.आर.एस. कोड इसके बायें तथा दायें भाग में छपे हुए हैं। सुनिश्चित करें कि यह दोनों कोड समरूप हैं तथा यह कोड तथा प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपा कोड समान है। यदि नहीं, तो निरीक्षक को सम्पर्क करें।
5. कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गये हैं।
6. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम तथा रोल नम्बर लिखिए।
7. इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के बाद कृपया जाँच लें कि इसमें 32 पृष्ठ हैं और सभी 60 प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं।

प्रश्नपत्र का प्रारूप और अंकन योजना :

8. इस प्रश्नपत्र में तीन भाग हैं: भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान और गणित। हर भाग में तीन खंड हैं।
9. प्रत्येक खंड के प्रारंभ में दिये हुए निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।
10. खंड 1 में 8 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए तथा 0 अन्य सभी अवस्थाओं में।
11. खंड 2 में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जिनके एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -2 अन्य सभी अवस्थाओं में।
12. खंड 3 में 2 "सुमेलित" प्रारूप के प्रश्न हैं जिसमें आप कॉलम I की प्रविष्टियों को कॉलम II की प्रविष्टियों से सुमेलित करेंगे।
अंक योजना: कॉलम I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए +2 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।

ऑप्टिकल रिस्पांस शीट :

13. एक ओ.आर.एस. में एक मूल (ऊपरी पृष्ठ) और उसकी कार्बन-रहित प्रति (नीचे पृष्ठ) है।
14. ऊपरी मूल पृष्ठ के अनुरूप बुलबुलों (BUBBLES) को पर्याप्त दबाव डालकर काला करें। यह कार्बन-रहित निचले पृष्ठ के अनुरूप स्थान पर चिन्हित करेगा।
15. मूल पृष्ठ मशीन-जाँच्य है तथा यह परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जायेगा।
16. परीक्षा के समापन पर आपको कार्बन-रहित पृष्ठ ले जाने की अनुमति दी जाएगी।
17. ओ.आर.एस. को हेर-फेर/विकृति न करें।
18. अपना नाम, रोल न. और परीक्षा केंद्र का नाम मूल पृष्ठ में दिए गए खानों में कलम से भरें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से कोई भी जानकारी कहीं और न लिखें। रोल नम्बर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

कृपया इन निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें।

Balep

निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहर न तोड़ें

SEAL

SPACE FOR ROUGH WORK

$y + \lambda(x+2) - 1 = 0$
 $y + \lambda(x+2-1) = 0$
 $\lambda x + y + \lambda z - \lambda = 0$

$1 = \frac{1-\lambda}{\sqrt{\lambda^2+1+\lambda^2}}$

$1 = \frac{1-\lambda}{\sqrt{2\lambda^2+1}}$

$2\lambda^2+1 = (1-\lambda)^2$

$2\lambda^2+1 = 1 - 2\lambda + \lambda^2$

$\lambda^2 + 2\lambda = 0$

$\lambda(\lambda+2) = 0$

$\lambda = 0, \lambda = -2$

$0 \ 0 \ 1 \ | \ 1$

$2\lambda \ 2 \ | \ 1$

$\frac{2\lambda}{2} \ \frac{2}{2} \ | \ \frac{1}{2}$

$\lambda \ 1 \ | \ \frac{1}{2}$

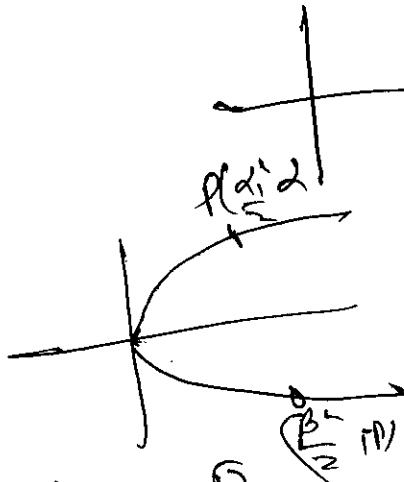
$\lambda \ 1 \ | \ \frac{1}{2}$

$2\lambda - 2 \ | \ \frac{1}{2} - 2$

$2\lambda - 2 \ | \ \frac{1}{2} - 2$

$8 - 2 \ | \ \frac{1}{2} - 2$

$18 - 2 \ | \ \frac{1}{2} - 2$



$x = 0$

$y = 2$

$y - 2(x+2) - 1 = 0$

$y - 2x - 2z + 2 = 0$

$2x - y + 2z = 2$

$2x - 2 + 2z - 2 = 2$

$2x - 2 + 2z - 4 = 2$

$2x - 2 + 2z = 8$

$\frac{2x}{2}$

$(x - \frac{2}{2}) \cdot 2 =$

$\frac{2x}{2} - \frac{2}{2} - \frac{2z}{2} = 0$

$x - 1 - z = 0$

$x - z = 1$

$2x - 2z = 2$

$2x = \frac{2z+2}{2}$

$x = \frac{z+1}{2}$

$39x^2 - 2$

$\frac{39x^2 - 2}{39x^2 - 2 + x}$

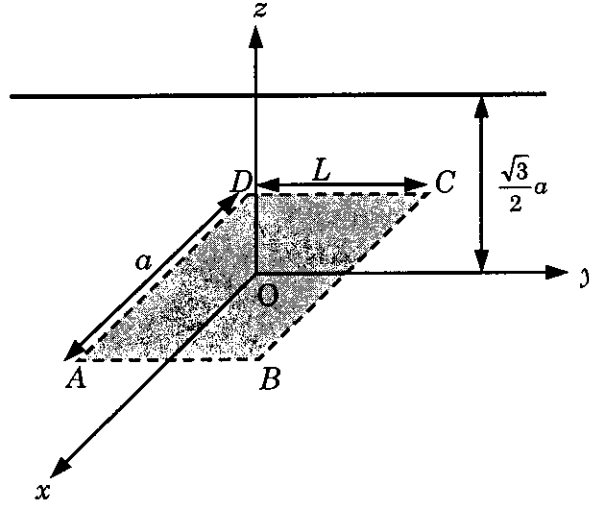
$\frac{39x^2 - 2}{39x^2 - 2 + x} = -39x = 0$

भाग I : भौतिक विज्ञान

खंड 1 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, दोनों शामिल, के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है
- प्रत्येक प्रश्न में, ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें
- अंकन योजना :
 - +4 यदि उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया जाय
 - 0 अन्य सभी अवस्थाओं में

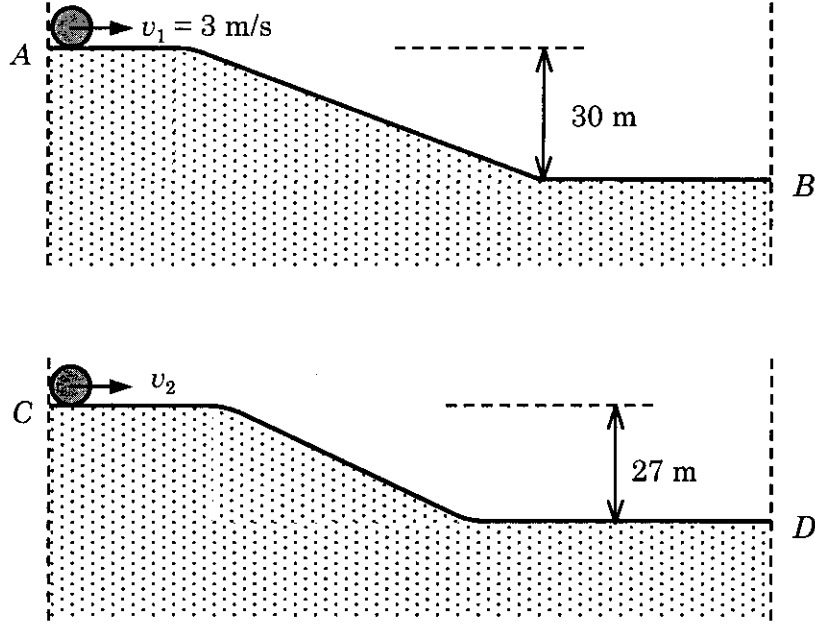
Q.1 चित्रानुसार एक अनंत लंबाई के एकसमान आवेशित सीधे तार, जिसका रेखिक आवेश घनत्व λ है, को y - z तल में y -अक्ष के समांतर $z = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ दूरी पर रखा गया है। यदि इसके विद्युत क्षेत्र का x - y तल में स्थित मूल बिंदु पर केन्द्रित $ABCD$ आयताकार सतह से होकर जाने वाला फ्लक्स ($\epsilon_0 =$ परावैद्युतांक का परिमाण) $\frac{\lambda L}{n\epsilon_0}$ है, तब n का मान है



- Q.2 एक हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन n^{th} कक्षा में है। उसको आयनित करने के लिए 90 nm तरंगदैर्घ्य के विद्युत-चुंबकीय विकिरण का प्रयोग किया जाता है। यदि इस प्रक्रिया में उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा 10.4 eV है, तब n का मान होगा ($hc = 1242 \text{ eV nm}$)
- Q.3 एक गोलाकार ग्रह की सतह से एक गोली v वेग से ऊर्ध्वाधर दिशा में प्रक्षेपित की जाती है। गोली की उच्चतम ऊँचाई पर ग्रह के गुरुत्वाकर्षण के कारण इसके त्वरण का मान ग्रह की सतह पर गुरुत्वीय त्वरण के मान का एक चौथाई ($1/4$) है। यदि ग्रह से पलायन वेग $v_{\text{esc}} = v\sqrt{N}$ है तो N का मान है (वातावरण के कारण होने वाली ऊर्जा क्षय नगण्य है)

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

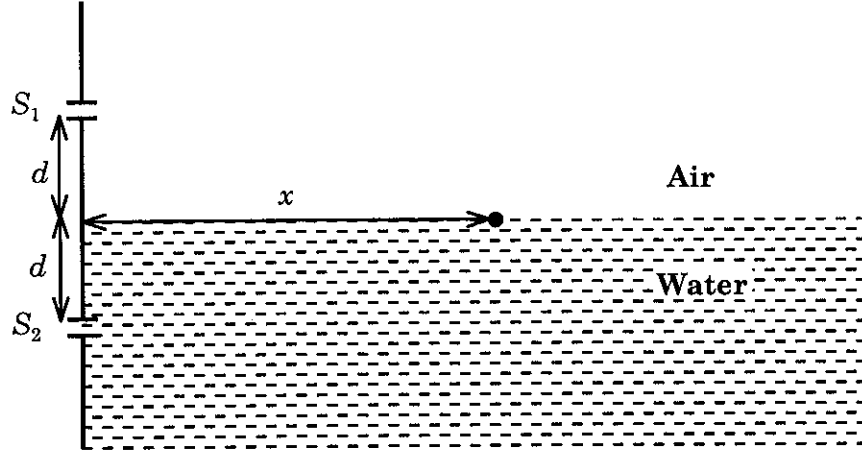
- Q.4 चित्रानुसार दो भिन्न सतहों AB व CD पर समान वृत्ताकार चक्रिकाएं (डिस्क) A तथा C से क्रमशः v_1 तथा v_2 प्रारम्भिक रेखीय वेगों से बिना फिसलते हुए लुढ़कना शुरू करती हैं तथा सदैव सतहों के संपर्क में रहती हैं। यदि B तथा D बिंदुओं पर पहुँचकर दोनों चक्रिकाओं के रेखीय वेग बराबर हैं तथा $v_1 = 3 \text{ m/s}$ है, तब m/s में v_2 का मान है ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



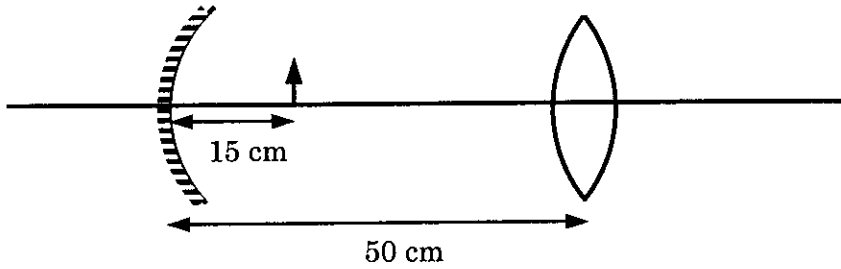
- Q.5 दो गोलाकार तारों A तथा B द्वारा कृष्णिका (ब्लैक बॉडी) विकिरण उत्सर्जित किया जा रहा है। A की त्रिज्या B की त्रिज्या की 400 गुना है तथा A से उत्सर्जित ऊर्जा B से उत्सर्जित ऊर्जा की 10^4 गुना है। उनकी उन तरंगदैर्घ्यों λ_A और λ_B , जिन पर उनके विकिरण वक्र उच्चतम हैं, के अनुपात $\left(\frac{\lambda_A}{\lambda_B}\right)$ का मान है
- Q.6 एक गाँव को विद्युत ऊर्जा प्रदान करने वाले नाभिकीय संयंत्र में एक T वर्ष अर्द्ध-आयु के रेडियोधर्मी पदार्थ को ईंधन के रूप में प्रयोग किया जा रहा है। प्रारंभ में ईंधन की मात्रा इतनी है कि गाँव की सम्पूर्ण विद्युत शक्ति की आवश्यकताएँ उस समय उपलब्ध विद्युत शक्ति की 12.5% है। यदि यह संयंत्र गाँव की सम्पूर्ण ऊर्जा आवश्यकताओं को अधिकतम nT वर्षों के लिए पूरा कर सकता है, तब n का मान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

- Q.7 एक यंग द्विझिरी व्यतिकरण (डबल स्लिट इन्टरफीरेंस) सेट-अप, जिसकी झिरियाँ S_1 तथा S_2 हैं, को दर्शाये चित्रानुसार पानी (अपवर्तनांक = $4/3$) में डुबाया गया है। पानी की सतह पर महत्तम तीव्रता की स्थितियाँ $x^2 = p^2 m^2 \lambda^2 - d^2$ संबंध द्वारा दी जाती हैं। यहाँ पर λ प्रकाश की वायु (अपवर्तनांक = 1) में तरंगदैर्घ्य, $2d$ झिरियों के मध्य दूरी तथा m एक पूर्णांक है। तब p का मान है



- Q.8 एक अवतल दर्पण तथा उत्तल लेंस (अपवर्तनांक = 1.5) जिनमें प्रत्येक की फोकस दूरी 10 cm है, दर्शाये चित्रानुसार एक-दूसरे से 50 cm की दूरी पर वायु (अपवर्तनांक = 1) में स्थित हैं। एक वस्तु को दर्पण से 15 cm की दूरी पर रखा गया है। इस संयोजन द्वारा वस्तु के सीधे बनने वाले प्रतिबिंब का आवर्धन M_1 है। जब यह सेट-अप $7/6$ अपवर्तनांक के माध्यम में रखा जाता है तब आवर्धन M_2 हो जाता है। $\left| \frac{M_2}{M_1} \right|$ के परिमाण का मान है



कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

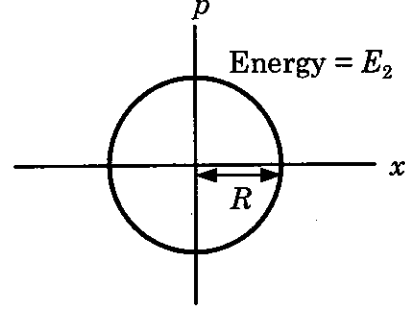
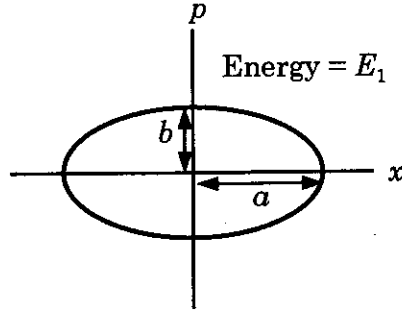
खंड 2 (अधिकतम अंक : 40)

- इस खंड में दस प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
 - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
 - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
 - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

- Q.9 एक वर्नियर कैलीपर्स में मुख्य पैमाने का 1 cm 8 बराबर भागों में विभक्त है तथा एक पेंचमापी के वृत्ताकार पैमाने पर 100 भाग हैं। वर्नियर कैलीपर्स में वर्नियर पैमाने पर 5 समान भाग हैं जो मुख्य पैमाने के 4 भागों से पूरी तरह मिलते हैं (संपाती होते हैं)। पेंचमापी में वृत्ताकार पैमाने के एक पूरे चक्कर से रेखीय पैमाने पर 2 भागों की दूरी तय होती है। तब
- (A) यदि पेंचमापी का चूड़ी अन्तराल वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दो गुना है, तब पेंचमापी का अल्पतमांक 0.01 mm है।
- (B) यदि पेंचमापी का चूड़ी अन्तराल वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दो गुना है, तब पेंचमापी का अल्पतमांक 0.005 mm है।
- (C) यदि पेंचमापी के रेखीय पैमाने का अल्पतमांक वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दोगुना है, तो पेंचमापी का अल्पतमांक 0.01 mm है।
- (D) यदि पेंचमापी के रेखीय पैमाने का अल्पतमांक वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दो गुना है, तो पेंचमापी का अल्पतमांक 0.005 mm है।
- Q.10 प्लांक स्थिरांक h , प्रकाश की चाल c तथा गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक G को लंबाई की इकाई L तथा द्रव्यमान की इकाई M बनाने के लिए प्रयोग किया जाता है। तब सही कथन है (हैं)
- (A) $M \propto \sqrt{c}$ (B) $M \propto \sqrt{G}$ (C) $L \propto \sqrt{h}$ (D) $L \propto \sqrt{G}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

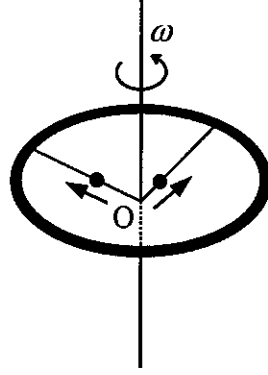
Q.11 दो निरवलंबित बराबर द्रव्यमान के आवर्त दोलक मूलबिंदु के परितः कोणीय आवृत्तियों ω_1 एवं ω_2 तथा कुल ऊर्जाओं E_1 तथा E_2 से दोलन कर रहे हैं। उनके संवेगों p के स्थिति x के साथ परिवर्तन संबंध चित्रों में दर्शाये गये हैं। यदि $\frac{a}{b} = n^2$ तथा $\frac{a}{R} = n$ है, तब सही कथन है (हैं)



- (A) $E_1\omega_1 = E_2\omega_2$ (B) $\frac{\omega_2}{\omega_1} = n^2$ (C) $\omega_1\omega_2 = n^2$ (D) $\frac{E_1}{\omega_1} = \frac{E_2}{\omega_2}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.12 एक द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R का छल्ला अपने केन्द्र O से होकर जाने वाली स्थिर ऊर्ध्वाधर अक्ष के चारों ओर ω कोणीय गति से घूम रहा है। इस समय पर $\frac{M}{8}$ द्रव्यमान के दो बिंदु द्रव्यमान छल्ले के केन्द्र O पर विराम स्थिति में हैं। वो दर्शाये चित्रानुसार छल्ले पर लगी द्रव्यमान रहित दो छड़ों पर त्रिज्यतः बाहर की ओर गति कर सकते हैं। किसी एक क्षण पर निकाय की कोणीय गति $\frac{8}{9}\omega$ है तथा एक बिंदु द्रव्यमान O से $\frac{3}{5}R$ की दूरी पर है। इस क्षण दूसरे बिंदु द्रव्यमान की O से दूरी होगी



(A) $\frac{2}{3}R$

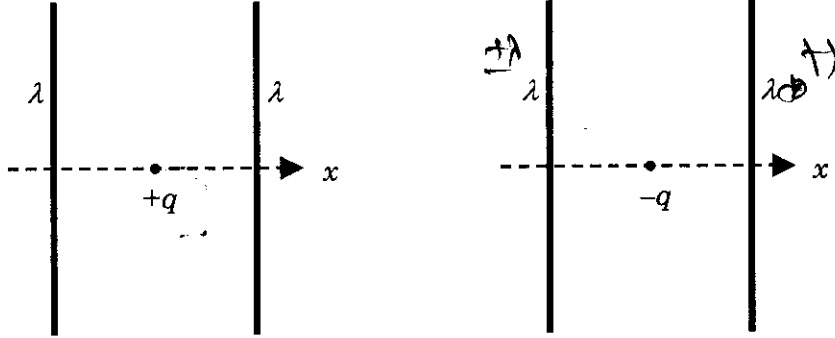
(B) $\frac{1}{3}R$

(C) $\frac{3}{5}R$

(D) $\frac{4}{5}R$

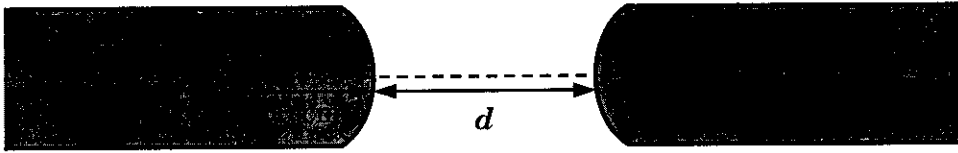
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.13 दिये गये चित्रों में दो स्थितियाँ दिखायी गयी हैं जिनमें दो अनन्त लंबाई के एकसमान रैखिक आवेश घनत्व λ (धनात्मक) के सीधे तार एक-दूसरे के समानान्तर रखे गये हैं। चित्रानुसार $+q$ तथा $-q$ मान के बिंदु आवेश तारों से समान दूरी पर उनके विद्युत क्षेत्र समावस्था में रखे हुए हैं। ये आवेश केवल x -दिशा में चल सकते हैं। यदि आवेशों को उनकी समावस्था से थोड़ा सा विस्थापित करा जाये, तो सही विकल्प है (हैं)



- (A) दोनों आवेश सरल आवर्त गति करेंगे।
 (B) दोनों आवेश उनके विस्थापन की दिशा में चलते रहेंगे।
 (C) $+q$ आवेश सरल आवर्त गति करेगा जबकि $-q$ आवेश अपने विस्थापन की दिशा में चलते रहेगा।
 (D) $-q$ आवेश सरल आवर्त गति करेगा जबकि $+q$ आवेश अपने विस्थापन की दिशा में चलता रहेगा।

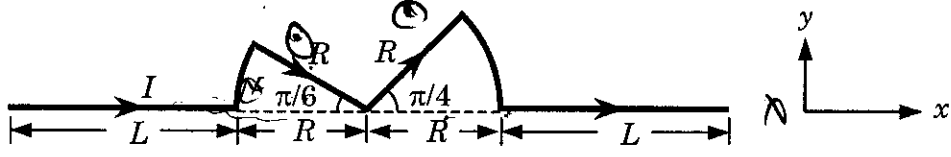
Q.14 दो काँच (अपवर्तनांक = 1.5) की एकरूप छड़ों S_1 तथा S_2 का एक छोर 10 cm वक्रता त्रिज्या की उत्तल सतह है। उनकी वक्र सतह एक दूसरे से d दूरी पर दर्शाये चित्रानुसार रखी हैं तथा उनके अक्ष एक रेखा (चित्र में असतत रेखा) पर हैं। यदि प्रकाश के एक बिंदु स्रोत P को छड़ S_1 के अंदर वक्र सतह से 50 cm की दूरी पर रखने पर इससे निकलने वाली प्रकाश की किरणें छड़ S_2 के अन्दर अक्ष के समांतर हों, तब दूरी d होगी



- (A) 60 cm (B) 70 cm (C) 80 cm (D) 90 cm

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.15 दर्शाये गए चित्रानुसार x - y तल में स्थित एक विद्युत I धारावाही चालक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र \vec{B} में रखा है। यदि चालक पर लगने वाले कुल चुंबकीय बल का परिमाण F है, तब सही विकल्प है (हैं)



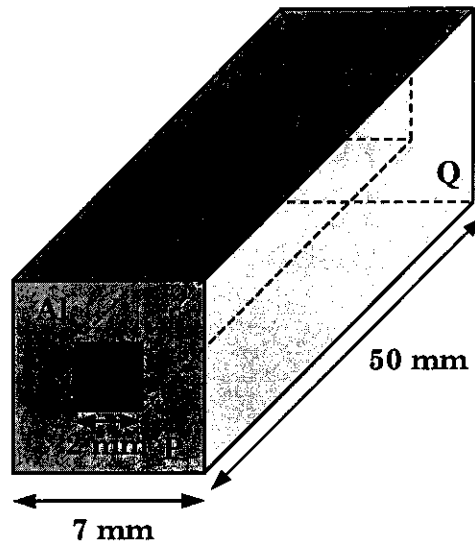
- (A) यदि \vec{B} की दिशा \hat{z} है तब $F \propto (L+R)$ (B) यदि \vec{B} की दिशा \hat{x} है तब $F=0$
 (C) यदि \vec{B} की दिशा \hat{y} है तब $F \propto (L+R)$ (D) यदि \vec{B} की दिशा \hat{z} है तब $F=0$

Q.16 एक मोल हाइड्रोजन और एक मोल हीलियम का गैस मिश्रण एक नियत आयतन के बर्तन में T तापमान पर साम्यावस्था में रखा है। यदि गैसों का व्यवहार आदर्श है, तब सही विकल्प है (हैं)

- (A) गैस के मिश्रण में प्रति मोल औसत ऊर्जा $2RT$ है।
 (B) गैस के मिश्रण तथा हीलियम गैस में ध्वनि की गतियों का अनुपात $\sqrt{6/5}$ है।
 (C) हीलियम के परमाणुओं तथा हाइड्रोजन के अणुओं की rms चालों का अनुपात $1/2$ है।
 (D) हीलियम के परमाणुओं तथा हाइड्रोजन के अणुओं की rms चालों का अनुपात $1/\sqrt{2}$ है।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

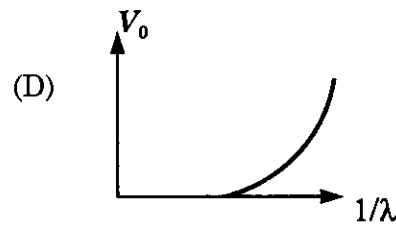
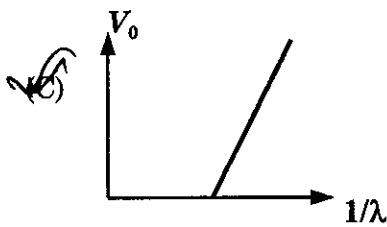
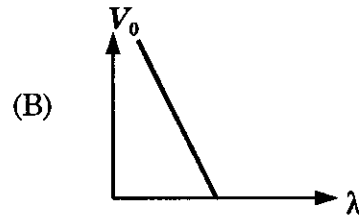
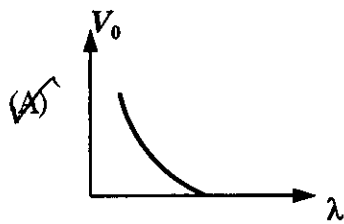
Q.17 दर्शाये चित्रानुसार एक वर्गाकार अनुप्रस्थ काट की एल्युमिनम (Al) की सिल्ली (बार) में एक वर्गाकार छिद्र बनाकर उसे लोहे (Fe) से भर दिया जाता है। एल्युमिनम तथा लोहे (Fe) की विद्युत प्रतिरोधकताएं क्रमशः $2.7 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ तथा $1.0 \times 10^{-7} \Omega \text{ m}$ हैं। इस मिश्र सिल्ली के P तथा Q फलकों के मध्य विद्युत प्रतिरोध है



$\therefore R = \frac{\rho L}{A}$
 $R = \frac{\rho L}{A_1 + A_2}$

- (A) $\frac{2475}{64} \mu\Omega$ (B) $\frac{1875}{64} \mu\Omega$ (C) $\frac{1875}{49} \mu\Omega$ (D) $\frac{2475}{132} \mu\Omega$

Q.18 प्रकाश-विद्युत प्रभाव में आपतित फोटॉन की तरंगदैर्घ्य λ है तथा निरोधी विभव V_0 है। V_0 का λ तथा $1/\lambda$ के साथ सही ग्राफ है (हैं)



कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$E = \frac{hc}{\lambda} = eV_0$
 $\frac{hc}{\lambda} = eV_0$

खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

- इस खंड में दो प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में दो कॉलम हैं, कॉलम I तथा कॉलम II
- कॉलम I में चार प्रविष्टियाँ (A), (B), (C) तथा (D) हैं
- कॉलम II में पाँच प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) तथा (T) हैं
- कॉलम I की प्रविष्टियों का कॉलम II की प्रविष्टियों से सुमेलित करें
- कॉलम I की एक या एक से अधिक प्रविष्टियाँ, कॉलम II की एक या एक से अधिक प्रविष्टियों से सुमेलित हो सकती हैं
- ओ.आर.एस. में नीचे दर्शायी गयी जैसी 4 × 5 आव्यूह दी गयी है:

(A) (P) (Q) (R) (S) (T)

(B) (P) (Q) (R) (S) (T)

(C) (P) (Q) (R) (S) (T)

(D) (P) (Q) (R) (S) (T)

- कॉलम I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए सभी सुमेलित प्रविष्टियों के बुलबुलों को काला करें। उदाहरण स्वरूप, यदि कॉलम I की प्रविष्टि (A) प्रविष्टियों (Q), (R) तथा (T) से सुमेलित हो, तो इन तीनों बुलबुलों को ओ.आर.एस. में काला करें। इसी प्रकार प्रविष्टियों (B), (C) तथा (D) के लिये भी करें

- अंकन योजना :

कॉलम I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए,

+2 यदि सिर्फ सभी विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय

0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो

-1 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.19 कॉलम - I में दी गयी नाभिकीय प्रक्रियाओं का कॉलम - II में दिये गये विकल्प/विकल्पों से उचित मिलान कीजिए

कॉलम I

कॉलम II

(A) नाभिकीय संलयन

 (P) ऊष्मीय न्यूट्रॉनों का $^{235}_{92}\text{U}$ द्वारा अवशोषण

(B) नाभिकीय संयंत्र में विखण्डन

 (Q) $^{60}_{27}\text{Co}$ नाभिक

 (C) β -क्षय

(R) तारों में हाइड्रोजन का हीलियम में परिवर्तन द्वारा ऊर्जा उत्पादन

 (D) γ -किरण उत्सर्जन

(S) भारी जल

(T) न्यूट्रिनो उत्सर्जन

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.20 इकाई द्रव्यमान का एक कण एक बल के प्रभाव में x -अक्ष पर गति कर रहा है। कण की कुल ऊर्जा संरक्षित है। कॉलम - I में कण की स्थितिज ऊर्जाओं के चार संभावित रूप दिये गये हैं (a तथा U_0 स्थिरांक हैं)। कॉलम - I में दी गयी स्थितिज ऊर्जाओं का कॉलम - II में दिये गये कथन/कथनों से उचित मिलान कीजिए।

कॉलम I

कॉलम II

$$(A) \quad U_1(x) = \frac{U_0}{2} \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^2$$

 (P) कण पर कार्य करने वाला बल $x = a$ पर शून्य है।

$$(B) \quad U_2(x) = \frac{U_0}{2} \left(\frac{x}{a} \right)^2$$

 (Q) कण पर कार्य करने वाला बल $x = 0$ पर शून्य है।

$$(C) \quad U_3(x) = \frac{U_0}{2} \left(\frac{x}{a} \right)^2 \exp \left[- \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]$$

 (R) कण पर कार्य करने वाला बल $x = -a$ पर शून्य है।

$$(D) \quad U_4(x) = \frac{U_0}{2} \left[\frac{x}{a} - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{a} \right)^3 \right]$$

 (S) क्षेत्र $|x| < a$ में कण $x = 0$ की ओर आकर्षण बल का अनुभव करता है।

 (T) $\frac{U_0}{4}$ कुल ऊर्जा वाला कण $x = -a$ बिंदु के परितः दोलन कर सकता है।

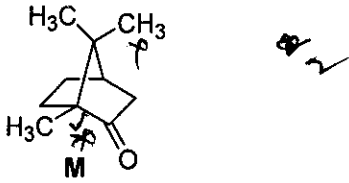
भाग I : भौतिक विज्ञान समाप्त

भाग II : रसायन विज्ञान

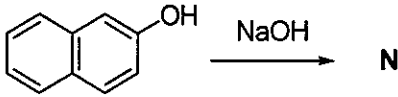
खंड 1 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, दोनों शामिल, के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है
- प्रत्येक प्रश्न में, ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें
- अंकन योजना :
 +4 यदि उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया जाय
 0 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.21 M के त्रिविम समावयवियों (stereoisomers) जो अस्तित्व में है, उस की कुल संख्या है



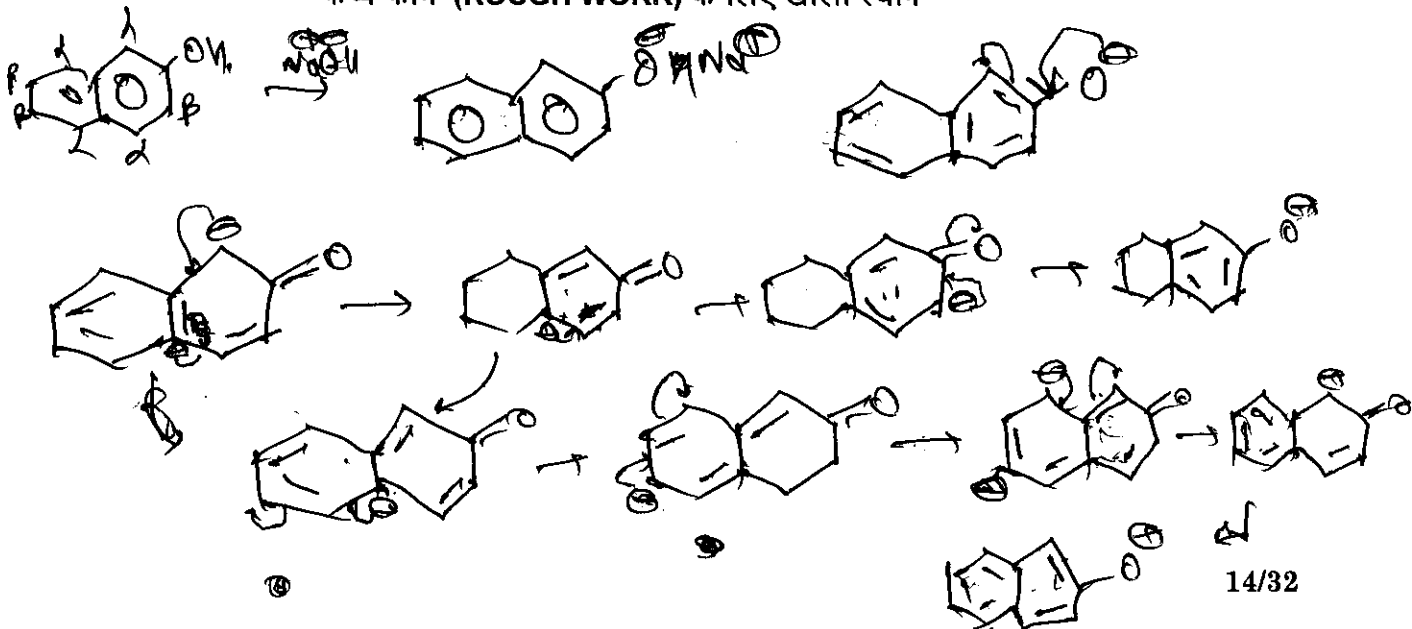
Q.22 N की अनुनादी संरचनाओं (resonance structures) की संख्या है



Q.23 N_2O_3 में इलेक्ट्रॉनों के एकाकी युग्मों (lone pairs) की कुल संख्या है

Q.24 Fe^{3+} के अष्टफलकीय संकुलों में SCN^- (थियोसायानेटो-S) तथा CN^- लिगण्ड वातावरणों में, प्रचक्रण-मात्र चुंबकीय आघूर्णों (spin-only magnetic moments) (Bohr magnetons में) का अन्तर (निकटतम पूर्णांक में) है
 [Fe की परमाणु संख्या (Atomic number) = 26]

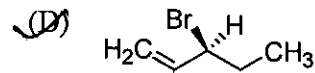
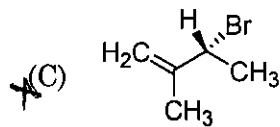
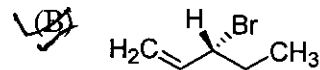
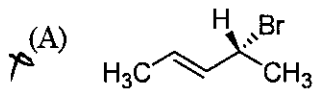
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



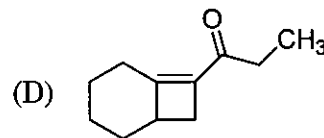
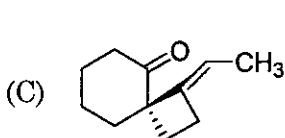
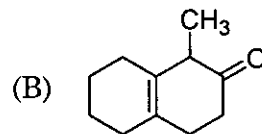
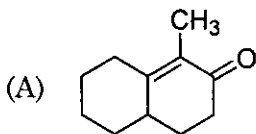
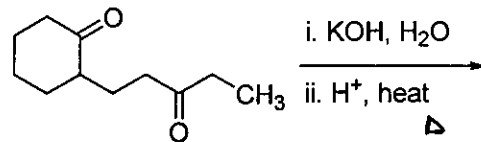
खंड 2 (अधिकतम अंक : 40)

- इस खंड में दस प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला करें।
- अंकन योजना :
 - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
 - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
 - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

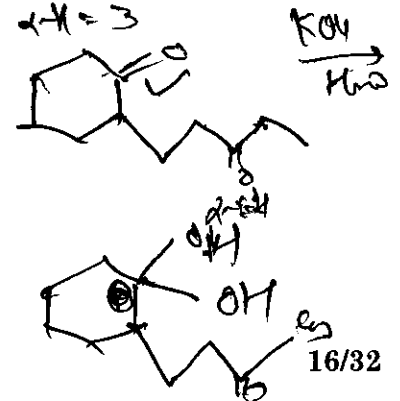
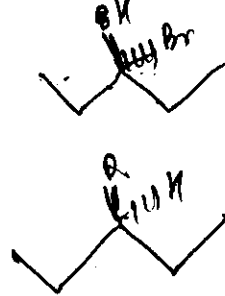
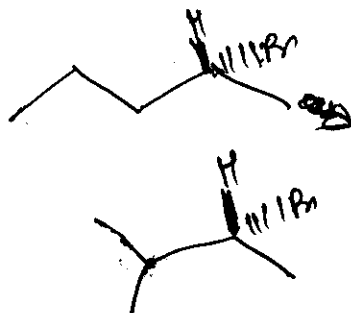
Q.29 यौगिक जो हाइड्रोजनीकरण (hydrogenation) करने पर घुवण अचूर्णक (optically inactive) उत्पाद बनाते है (हैं)



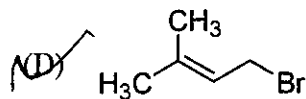
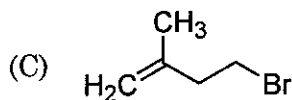
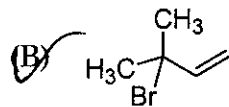
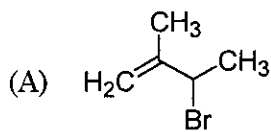
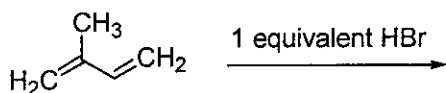
Q.30 निम्नलिखित अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है



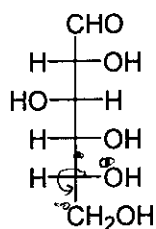
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



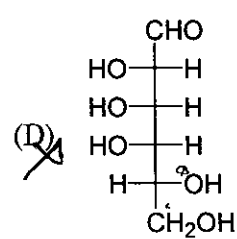
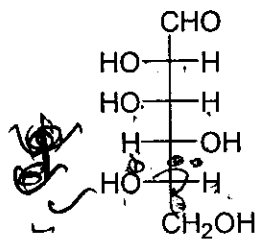
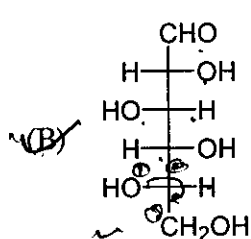
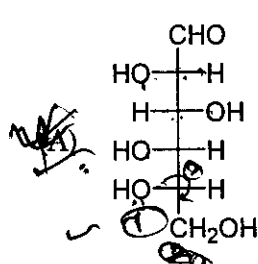
Q.31 निम्नलिखित अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है



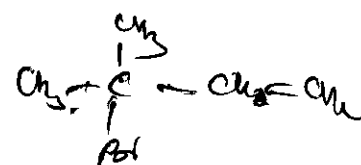
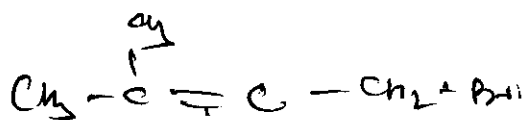
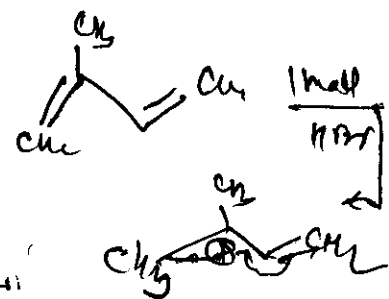
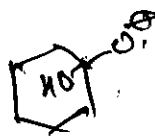
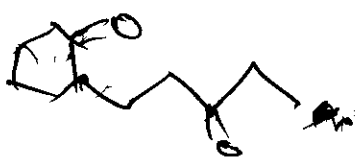
Q.32 D-(+)-glucose की संरचना है



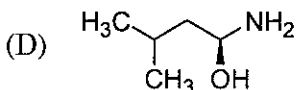
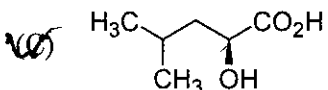
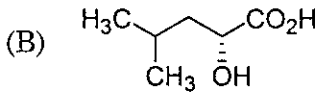
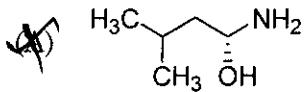
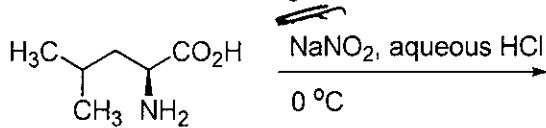
L-(-)-glucose की संरचना है



कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



Q.33 निम्नलिखित अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है



Q.34 Cr^{2+} तथा Mn^{3+} के संदर्भ में सही वक्तव्य है (हैं)

[परमाणु संख्या (Atomic number) : Cr = 24 तथा Mn = 25]

(A) Cr^{2+} एक अपचायक (reducing agent) है

(B) Mn^{3+} एक उपचायक (oxidising agent) है

(C) Cr^{2+} तथा Mn^{3+} दोनों d^4 इलक्ट्रॉनिक विन्यास दर्शाते हैं

(D) जब Cr^{2+} का एक अपचायक की तरह उपयोग किया जाता है तो क्रोमियम आयन का इलक्ट्रॉनिक विन्यास d^5 हो जाता है।

Q.35 कॉपर का शोधीकरण कॉपर उदवर्त (blister copper) के विद्युत अपघटनी परिष्करण द्वारा किया जाता है। इस प्रकरण के संदर्भ में सही वक्तव्य है (हैं)

(A) अशुद्ध कॉपर पट्टी का उपयोग कैथोड के रूप में होता है।

(B) अम्लीय जलीय CuSO_4 का उपयोग विद्युत अपघट्य के रूप में होता है।

(C) शुद्ध Cu कैथोड पर जमा होता है।

(D) अपद्रव्य एनोड-पंक (anode-mud) के रूप में जमा होते हैं।

Q.36 Fe^{3+} के Fe^{2+} में अपचयन में उपयुक्त होता है (होते हैं)

(A) NaOH की उपस्थिति में H_2O_2

(B) जल में Na_2O_2

(C) H_2SO_4 की उपस्थिति में H_2O_2

(D) H_2SO_4 की उपस्थिति में Na_2O_2

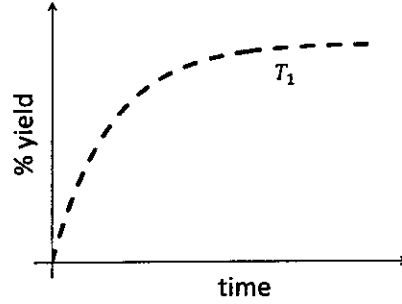
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Handwritten rough work for Q.33 and Q.36. It shows chemical structures and calculations. For Q.33, it shows the starting material and the reaction with NaNO_2 and HCl at 0°C . For Q.36, it shows the oxidation of Fe^{2+} to Fe^{3+} using H_2O_2 in H_2SO_4 solution. Calculations for the oxidation state of Fe are shown: $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ has a charge of -2, and Fe^{2+} has a charge of +2. The oxidation state of Fe is determined to be +3. Other calculations include $2x - 14 = -2$ leading to $x = 6$ and $2x - 2 = 0$ leading to $x = 1$. There are also some diagrams and notes related to the reaction mechanism.

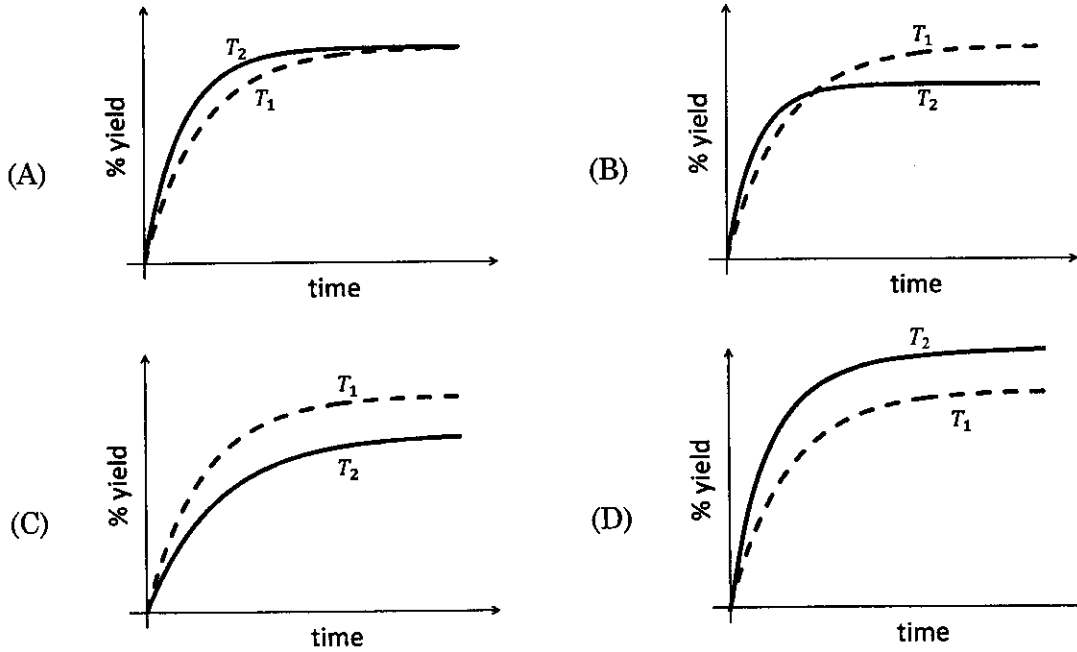
*1

Q.37 अभिक्रिया $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$, $\Delta H < 0$

में अमोनिया के उत्पाद (%yield) की समय (time) पर निर्भरता (P , T_1) पर नीचे दर्शायी गयी है



यदि यह अभिक्रिया (P , T_2) पर की जाय जहाँ $T_2 > T_1$, अमोनिया के % उत्पाद की समय पर निर्भरता प्रदर्शित करता है



Q.38 यदि एक खनिज की एकक सेल में आक्सीजन परमाणु घनीय संकुलित (cubic close packing) व्यूह (array) में हों जहाँ m भिन्न (fraction) अष्टफलकीय (octahedral) रिक्तिकाओं (holes) में ऐलुमिनियम आयन तथा n भिन्न चतुष्फलकीय (tetrahedral) रिक्तिकाओं में मैग्नीशियम आयन उपस्थित हों, तब m तथा n क्रमशः हैं

- (A) $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}$ (B) $1, \frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

- इस खंड में दो प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में दो कॉलम हैं, कॉलम I तथा कॉलम II
- कॉलम I में चार प्रविष्टियाँ (A), (B), (C) तथा (D) हैं
- कॉलम II में पाँच प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) तथा (T) हैं
- कॉलम I की प्रविष्टियों का कॉलम II की प्रविष्टियों से सुमेलित करें
- कॉलम I की एक या एक से अधिक प्रविष्टियाँ, कॉलम II की एक या एक से अधिक प्रविष्टियों से सुमेलित हो सकती हैं
- ओ.आर.एस. में नीचे दर्शायी गयी जैसी 4 × 5 आव्यूह दी गयी है:

(A) (P) (Q) (R) (S) (T)

(B) (P) (Q) (R) (S) (T)

(C) (P) (Q) (R) (S) (T)

(D) (P) (Q) (R) (S) (T)

- कॉलम I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए सभी सुमेलित प्रविष्टियों के बुलबुलों को काला करें। उदाहरण स्वरूप, यदि कॉलम I की प्रविष्टि (A) प्रविष्टियों (Q), (R) तथा (T) से सुमेलित हो, तो इन तीनों बुलबुलों को ओ.आर.एस. में काला करें। इसी प्रकार प्रविष्टियों (B), (C) तथा (D) के लिये भी करें

- अंकन योजना :

कॉलम I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए,

+2 यदि सिर्फ सभी विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय

0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो

-1 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.39 कॉलम - I में दिये गये ऋणायनों (anionic species) को कॉलम - II में दिये गये सही अयस्क (अयस्कों) के साथ सुमेलित करें।

कॉलम I

कॉलम II

(A) कार्बोनेट (Carbonate)

(P) सिडेराइट (Siderite) $FeCO_3$

(B) सल्फाइड (Sulphide)

(Q) मैलेक्राइट (Malachite) ~~malachite~~

(C) हाइड्रोक्साइड (Hydroxide)

(R) बाँक्साइट (Bauxite) $Al_2O_3 \cdot 2H_2O$

(D) ऑक्साइड (Oxide)

(S) कालामैन (Calamine) $ZnCO_3$

(T) अर्जेन्टाइट (Argentite) Ag_2S

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

दीर्घा

Q.40 कॉलम I में दिये गये उष्मागतिक (thermodynamic) प्रक्रमों को कॉलम II में दिये गये व्यंजकों से सुमेलित करें

कॉलम I	कॉलम II
(A) 273 K तथा 1 atm पर जल का हिमीकरण	(P) $q = 0$
(B) विलगित (isolated) अवस्थाओं में एक मोल आदर्श गैस का निर्वात में प्रसरण	(Q) $w = 0$
(C) स्थिर ताप तथा दाब पर एक विलगित पात्र में दो आदर्श गैसों के समान आयतनों का मिश्रण	(R) $\Delta S_{sys} < 0$
(D) 1 atm पर $H_2(g)$ की 300 K से 600 K तक उत्क्रमणीय (reversible) तापन, तत्पश्चात् 1 atm पर 300 K तक उत्क्रमणीय शीतलन	(S) $\Delta U = 0$
	(T) $\Delta G = 0$

भाग II : रसायन विज्ञान समाप्त

खंड 1 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में आठ प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, दोनों शामिल, के बीच का एक एकल अंकीय पूर्णांक है
- प्रत्येक प्रश्न में, ओ.आर.एस. पर सही पूर्णांक के अनुरूप बुलबुले को काला करें
- अंकन योजना :
+4 यदि उत्तर के अनुरूप बुलबुले को काला किया जाय
0 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.41 अंतराल $[0, 2\pi]$ में समीकरण

$$\frac{5}{4} \cos^2 2x + \cos^4 x + \sin^4 x + \cos^6 x + \sin^6 x = 2$$

के विभिन्न हलों (distinct solutions) की संख्या है

- Q.42 माना कि वक्र C , रेखा $x + y + 4 = 0$ के सापेक्ष में, परवलय (parabola) $y^2 = 4x$ का दर्पण प्रतिबिम्ब (mirror image) है। यदि A और B , वक्र C और रेखा $y = -5$, के प्रतिच्छेद बिन्दु हैं, तब A और B के बीच की दूरी है
- Q.43 एक न्याय्य सिक्के (fair coin) को न्यूनतम कितनी बार उछालना पड़ेगा, जिससे कि कम से कम दो चित (head) प्रकट होने की प्रायिकता कम से कम 0.96 हो?
- Q.44 माना कि n तरीकों से 5 लड़के और 5 लड़कियाँ एक पंक्ति में इस प्रकार खड़े हो सकते हैं कि सभी लड़कियाँ पंक्ति में क्रमागत (consecutively) खड़ी हों। माना कि m तरीकों से 5 लड़के और 5 लड़कियाँ एक पंक्ति में इस प्रकार खड़े हो सकते हैं कि ठीक (exactly) 4 लड़कियाँ ही पंक्ति में क्रमागत खड़ी हों। तब $\frac{m}{n}$ का मान है
- Q.45 यदि परवलय (parabola) $y^2 = 4x$ के नाभिलम्ब जीवा (latus rectum) के शिखर बिन्दुओं पर खींचे गए अभिलम्ब (normals) वृत्त $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = r^2$ की स्पर्श रेखाएँ हैं, तब r^2 का मान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$\frac{5}{4} \cos^2 2x + \cos^4 x + \sin^4 x + \cos^6 x + \sin^6 x = 2$$

Q.46 माना कि फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} [x], & x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

से परिभाषित है, जहां $[x]$, x से कम या x के बराबर के महत्तम पूर्णांक (greatest integer less than or equal to x) को दर्शाता है। यदि

$$I = \int_{-1}^2 \frac{xf(x^2)}{2 + f(x+1)} dx,$$

तब $(4I - 1)$ का मान है

Q.47 निम्न व्यबरोधों (constraints) को संतुष्ट करते हुए एक बेलनाकार पात्र (cylindrical container) एक ठोस पदार्थ से बनाया है : पात्र का आन्तरिक आयतन V घन मिमी नियत (fixed) है तथा इसकी दीवारें 2 मिमी मोटाई की हैं एवं पात्र ऊपर से खुला है। पात्र का निचला तल 2 मिमी मोटाई वाला ठोस वृत्तीय डिस्क (circular disc) है तथा जिसकी त्रिज्या, पात्र की बाहरी त्रिज्या के बराबर है। यदि पात्र की आन्तरिक त्रिज्या 10 मिमी होने पर पदार्थ के न्यूनतम आयतन की आवश्यकता होती हो, तब $\frac{V}{250\pi}$ का मान है

Q.48 माना कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए, $F(x) = \int_x^{x^2 + \frac{\pi}{6}} 2\cos^2 t dt$ तथा $f: \left[0, \frac{1}{2}\right] \rightarrow [0, \infty)$ एक संतत फलन है। यदि उन सभी $a \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ के लिए $F'(a) + 2$ उस क्षेत्र का क्षेत्रफल है, जो कि $x = 0$, $y = 0$, $y = f(x)$ और $x = a$, से घिरा (bounded) हुआ है, तब $f(0)$ का मान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 2 (अधिकतम अंक : 40)

- इस खंड में दस प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) तथा (D) हैं। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही है (हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुला (बुलबुलों) को ओ.आर.एस. में काला (काले) करें
- अंकन योजना :
 - +4 यदि सिर्फ सभी सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
 - 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
 - 2 अन्य सभी अवस्थाओं में

Q.49 माना कि X एवं Y दो स्वेच्छ (arbitrary), 3×3 , शून्येतर (non-zero) विषम सममित (skew-symmetric) आव्यूह (matrix) हैं और Z एक स्वेच्छ, 3×3 , शून्येतर, सममित (symmetric) आव्यूह है। तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) विषम सममित आव्यूह है (हैं)?

- (A) $Y^3Z^4 - Z^4Y^3$ (B) $X^{44} + Y^{44}$
 (C) $X^4Z^3 - Z^3X^4$ (D) $X^{23} + Y^{23}$

Q.50 α के निम्नलिखित मानों में कौन सा (से) मान समीकरण

$$\begin{vmatrix} (1+\alpha)^2 & (1+2\alpha)^2 & (1+3\alpha)^2 \\ (2+\alpha)^2 & (2+2\alpha)^2 & (2+3\alpha)^2 \\ (3+\alpha)^2 & (3+2\alpha)^2 & (3+3\alpha)^2 \end{vmatrix} = -648\alpha$$

को संतुष्ट करता (करते) है (हैं)?

- (A) -4 (B) 9 (C) -9 (D) 4

Q.51 मान लीजिए कि \mathbb{R}^3 में $P_1: y=0$ और $P_2: x+z=1$ दो समतल हैं। माना कि P_3 एक समतल है जो समतल P_1 एवं P_2 से भिन्न है तथा P_1 एवं P_2 के प्रतिच्छेदन (intersection) से जाता है। यदि बिन्दु $(0, 1, 0)$ से P_3 की दूरी एक (1) है तथा बिन्दु (α, β, γ) से P_3 की दूरी दो (2) है, तब निम्नलिखित सम्बंध (सम्बंधों) में कौन सा (से) संतुष्टित होते हैं (हैं)?

- (A) $2\alpha + \beta + 2\gamma + 2 = 0$ (B) $2\alpha - \beta + 2\gamma + 4 = 0$
 (C) $2\alpha + \beta - 2\gamma - 10 = 0$ (D) $2\alpha - \beta + 2\gamma - 8 = 0$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$X^T = -X$ $Y^T = -Y$ $Z^T = Z$ $|X| \neq 0, |Y| \neq 0, |Z| \neq 0$

$A = Y^3 Z^4 - Z^4 Y^3$ $A^T = (Y^3 Z^4 - Z^4 Y^3)^T$

*1 $\begin{vmatrix} (1+2\alpha)^2 & (1+2\alpha)^2 & (1+3\alpha)^2 \\ (2+\alpha)^2 & (2+2\alpha)^2 & (2+3\alpha)^2 \\ (3+\alpha)^2 & (3+2\alpha)^2 & (3+3\alpha)^2 \end{vmatrix} = -648\alpha$

$\begin{vmatrix} (1+2\alpha)^2 & (1+2\alpha)^2 & (1+3\alpha)^2 \\ (2+\alpha)^2 & (2+2\alpha)^2 & (2+3\alpha)^2 \\ (3+\alpha)^2 & (3+2\alpha)^2 & (3+3\alpha)^2 \end{vmatrix} = -648\alpha$

$\begin{vmatrix} (1+2\alpha)^2 & (1+2\alpha)^2 & (1+3\alpha)^2 \\ (2+\alpha)^2 & (2+2\alpha)^2 & (2+3\alpha)^2 \\ (3+\alpha)^2 & (3+2\alpha)^2 & (3+3\alpha)^2 \end{vmatrix} = -648\alpha$

य = मय
(मय)

गणित

Q.52 माना कि \mathbb{R}^3 में L एक सरल रेखा है जो कि मूल बिंदु से जाती है। माना कि L के सभी बिन्दु समतलों $P_1 : x + 2y - z + 1 = 0$ तथा $P_2 : 2x - y + z - 1 = 0$ से स्थिर दूरी पर हैं। माना कि L के बिन्दुओं से समतल P_1 पर डाले गए लम्बों के पादों (feet of the perpendiculars) का पथ (locus) M है। निम्नलिखित बिन्दुओं में से कौन सा (से) बिन्दु पथ M पर स्थित है (हैं)?

- (A) $(0, -\frac{5}{6}, -\frac{2}{3})$ (B) $(-\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6})$ (C) $(-\frac{5}{6}, 0, \frac{1}{6})$ (D) $(-\frac{1}{3}, 0, \frac{2}{3})$

Q.53 माना कि विभिन्न बिन्दु P और Q परवलय (parabola) $y^2 = 2x$ पर इस प्रकार लिए गए हैं कि एक वृत्त, जिसका व्यास PQ है, इस परवलय के शीर्ष (vertex) O से जाता है। यदि P प्रथम चतुरांश (first quadrant) में स्थित है तथा त्रिभुज ΔOPQ का क्षेत्रफल $3\sqrt{2}$ है, तो निम्न में से कौन सा (से) बिन्दु P के निर्देशांक है (हैं)?

- (A) $(4, 2\sqrt{2})$ (B) $(9, 3\sqrt{2})$ (C) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ (D) $(1, \sqrt{2})$

Q.54 माना कि $y(x)$ अवकल समीकरण $(1 + e^x)y' + ye^x = 1$ का हल है। यदि $y(0) = 2$ तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

- (A) $y(-4) = 0$
(B) $y(-2) = 0$
(C) $y(x)$ का एक क्रांतिक बिंदु (critical point) अंतराल $(-1, 0)$ में है
(D) $y(x)$ का कोई भी क्रांतिक बिंदु (critical point) अंतराल $(-1, 0)$ में नहीं है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} (1+2x)^2 & (1+2x)^2 & (1+2x)^2 \\ (2x+3) & (4x+3) & (6x+3) \\ (2x+4) & (4x+4) & (6x+4) \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} (1+y)^2 & (1+y)^2 & (1+y)^2 \\ (2x+3) & (4x+3) & (6x+3) \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\
 & = 2 \begin{vmatrix} (1+2x)^2 & (1+2x)^2 & (1+2x)^2 \\ (2x+3) & (4x+3) & (6x+3) \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\
 & = 2 \left[4x(1+4x^2 + 4x + 3 + 4x^2 + 4x + 1) - 6(2x+1) \right] \\
 & = 2 \left[4x(5x^2 + 6x + 4) - 6(2x+1) \right] \\
 & = 8[5x^3 + 6x^2 + 4x - 6x - 3] \\
 & = 8[5x^3 - 2x^2 - 2x - 3] \\
 & = 8[5x^3 + 12x^2 + 4x - 3] \\
 & = 40x^3 + 96x^2 + 32x - 24
 \end{aligned}$$

Q.55 उन सभी वृत्त-कुल (family of circles) को विचार कीजिए जिनके केन्द्र सरल रेखा $y = x$ पर स्थित हैं। यदि इस वृत्त-कुल के सभी वृत्त, अवकल समीकरण $Py'' + Qy' + 1 = 0$, से निरूपित होते हैं, जहाँ P, Q इस प्रकार हैं कि वे x, y और y' के फलन हैं (यहाँ $y' = \frac{dy}{dx}$, $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$), तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

- (A) $P = y + x$ (B) $P = y - x$
 (C) $P + Q = 1 - x + y + y' + (y')^2$ (D) $P - Q = x + y - y' - (y')^2$

Q.56 माना कि $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ एक अवकलनीय फलन है जहाँ कि $g(0) = 0$, $g'(0) = 0$, एवं $g'(1) \neq 0$ हैं। माना कि

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} g(x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$g(0) = 0$
 $g'(0) = 0$

और प्रत्येक $x \in \mathbb{R}$ के लिए $h(x) = e^{|x|}$ है। माना कि $(f \circ h)(x)$ और $(h \circ f)(x)$ क्रमशः $f(h(x))$ और $h(f(x))$ को दर्शाते हैं। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

- (A) $x = 0$ पर f अवकलनीय है (B) $x = 0$ पर h अवकलनीय है
 (C) $x = 0$ पर $f \circ h$ अवकलनीय है (D) $x = 0$ पर $h \circ f$ अवकलनीय है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Handwritten rough work for Q.55 and Q.56:

Q.55: $r = \sqrt{(x-c)^2 + (y-c)^2}$
 $\vec{r} = \vec{a}(x-c) + \vec{b}(y-c)$
 $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 $\vec{b} \cdot \vec{b} = 0$
 $(\vec{a}) \cdot (\vec{b}) = 0$
 $P \frac{d^2y}{dx^2} + Q \frac{dy}{dx} + 1 = 0$
 $P \frac{dm}{dx} + Qm + 1 = 0$
 $\frac{dm}{dx} = \frac{-1 - Qm}{P}$
 $\int \frac{P dm}{1 + Qm} = \int \frac{dx}{P}$
 $P \ln |1 + Qm| = x + c$
 $\frac{1}{Q} \ln |$

Q.56: $\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = 0$
 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} = 0$
 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = 0$
 $\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 $\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 $\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 $\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

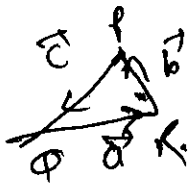
Q.57 माना कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{2} \sin x\right)\right)$ और सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए $g(x) = \frac{\pi}{2} \sin x$ है। माना कि $(f \circ g)(x)$ और $(g \circ f)(x)$ क्रमशः $f(g(x))$ और $g(f(x))$ को दर्शाते हैं, तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

- (A) f की परिसर $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ है
- (B) $f \circ g$ की परिसर $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ है
- (C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\pi}{6}$
- (D) \mathbb{R} में एक x ऐसा है जिसके लिए $(g \circ f)(x) = 1$

Q.58 माना कि ΔPQR एक त्रिभुज है। माना कि $\vec{a} = \vec{QR}$, $\vec{b} = \vec{RP}$ और $\vec{c} = \vec{PQ}$ हैं। यदि $|\vec{a}| = 12$, $|\vec{b}| = 4\sqrt{3}$ और $\vec{b} \cdot \vec{c} = 24$, तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

- (A) $\frac{|\vec{c}|^2}{2} - |\vec{a}| = 12$
- (B) $\frac{|\vec{c}|^2}{2} + |\vec{a}| = 30$
- (C) $|\vec{a} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{a}| = 48\sqrt{3}$
- (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -72$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$
 $|\vec{a}| = 12, |\vec{b}| = 4\sqrt{3}$
 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 24$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} + 24 + \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -24$
 $|\vec{a} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{a}|^2 = 48^2 \cdot 3 = 6912$
 $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{c} \times \vec{a}|^2 + 2(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = 6912$
 $144 + 48 + 2(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = 6912$
 $2(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = 6720$
 $2(\vec{a} \cdot \vec{a})(\vec{b} \cdot \vec{c}) - 2(\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{a}) = 6720$
 $2(144)(24) - 2(12)(\vec{b} \cdot \vec{a}) = 6720$
 $720 - 24(\vec{b} \cdot \vec{a}) = 6720$
 $-24(\vec{b} \cdot \vec{a}) = 6000$
 $\vec{b} \cdot \vec{a} = -250$

*1

खंड 3 (अधिकतम अंक : 16)

- इस खण्ड में दो प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में दो कॉलम हैं, कॉलम I तथा कॉलम II
- कॉलम I में चार प्रविष्टियाँ (A), (B), (C) और (D) हैं
- कॉलम II में पाँच प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) और (T) हैं
- कॉलम I के प्रविष्टियों को कॉलम II की प्रविष्टियों से सुमेलित कीजिए
- कॉलम I की एक या एक से अधिक प्रविष्टियाँ, कॉलम II की एक या एक से अधिक प्रविष्टियों से सुमेलित हो सकती हैं
- ओ.आर.एस. में नीचे दर्शायी गयी जैसी 4×5 आव्यूह दी गयी है:

(A)	(P)	(Q)	(R)	(S)	(T)
(B)	(P)	(Q)	(R)	(S)	(T)
(C)	(P)	(Q)	(R)	(S)	(T)
(D)	(P)	(Q)	(R)	(S)	(T)

- कॉलम I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए सभी सुमेलित प्रविष्टियों के बुलबुलों को काला करें। उदाहरण स्वरूप, यदि कॉलम I की प्रविष्टि (A) प्रविष्टियों (Q), (R) तथा (T) से सुमेलित हो, तो इन तीनों बुलबुलों को ओ.आर.एस. में काला करें। इसी प्रकार प्रविष्टियों (B), (C) तथा (D) के लिये भी करें

अंकन योजना :

कॉलम I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए,

- +2 यदि सिर्फ सभी विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया जाय
- 0 यदि कोई भी बुलबुला काला न किया हो
- 1 अन्य सभी अवस्थाओं में

$$r = \frac{\alpha \beta}{\alpha} = \frac{\sqrt{3}\alpha + \beta}{2}$$

$$\sqrt{3}\alpha + \beta = 2\sqrt{3}$$

$$2\alpha = 2\sqrt{3} - \beta$$

$$\sqrt{3}\alpha + \beta = 6$$

$$2 - \sqrt{3}\beta = 2$$

$$4\alpha = 8$$

$$\alpha = 2$$

$$\sqrt{3}(2) + \beta = 6$$

$$2\sqrt{3} + \beta = 6$$

$$\beta = 6 - 2\sqrt{3}$$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$$\frac{0 \ 0 \ 1 \ 1}{\frac{\alpha^2}{2} \ \alpha \ 1} = x$$

$$\frac{\beta^2 \ \beta \ 1}{\frac{\beta^2}{2} \ \beta \ 1} = -\frac{2\beta^2}{2} = -2\beta^2 = \pm 6\sqrt{2}$$

$$\beta^2 - 2\beta^2 = 12\sqrt{2}$$

$$4\alpha - \sqrt{16} = 12\sqrt{2}$$

$$4\alpha - 4 = 12\sqrt{2}$$

$$4\alpha = 16 = 12\sqrt{2}$$

$$4(\alpha) - 16 = 24\sqrt{2}$$

$$\alpha^2 - 3\sqrt{2}\alpha - 4 = 0$$

$$\alpha^2 - 8 - 4$$

$$\alpha + \beta = 0$$

$$\alpha + \frac{\alpha}{2} = 0$$

$$\alpha^2 + 4 = 0$$

$$\alpha = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18+16}}{2}$$

$$4(9\sqrt{2}) - 16 = 36\sqrt{2}$$

$$\frac{4}{2} - 16 = 12$$

Q.59

कॉलम I

कॉलम II

(A) माना कि \mathbb{R}^2 में, यदि सदिश $\alpha\hat{i} + \beta\hat{j}$ का सदिश $\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}$ पर प्रक्षेप सदिश (projection vector) का परिमाण (magnitude) $\sqrt{3}$ हो और यदि $\alpha = 2 + \sqrt{3}\beta$ हो, तब $|\alpha|$ के संभव मान है (हैं)

(P) 1

(B) माना कि वास्तविक संख्याएँ a और b इस प्रकार हैं कि फलन

(Q) 2

$$f(x) = \begin{cases} -3ax^2 - 2, & x < 1 \\ bx + a^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए अवकलनीय है। तब a के संभव मान है (हैं)

(R) 3

(C) माना कि $\omega \neq 1$, इकाई (unity) का एक सम्मिश्र घनमूल है। यदि $(3 - 3\omega + 2\omega^2)^{4n+3} + (2 + 3\omega - 3\omega^2)^{4n+3} + (-3 + 2\omega + 3\omega^2)^{4n+3} = 0$, तब n के संभव मान है (हैं)

(S) 4

(D) माना कि दो धनात्मक वास्तविक संख्याएँ a और b का हरात्मक माध्य 4 है। यदि एक धनात्मक वास्तविक संख्या q इस प्रकार है कि $a, 5, q, b$ एक समानांतर श्रेणी है। तब $|q - a|$ का (के) मान है (हैं)

(T) 5

Handwritten calculations for question (D):
 $4 = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a+b = 8$
 $a, 5, q, b$ are in AP.
 $5 - a = q - 5 = b - q$
 $2q = a + b = 8 \Rightarrow q = 4$
 $|q - a| = |4 - a|$
 $a + b = 8 \Rightarrow b = 8 - a$
 $5 - a = 8 - a - 4 \Rightarrow 5 - a = 4 - a \Rightarrow 5 = 4$ (Contradiction)
 Wait, let's re-read: $a, 5, q, b$ are in AP.
 $5 - a = q - 5 = b - q$
 $2q = a + b = 8 \Rightarrow q = 4$
 $5 - a = 4 - 5 = -1 \Rightarrow a = 6$
 $b = 8 - 6 = 2$
 $|q - a| = |4 - 6| = 2$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Handwritten rough work for question (D):
 $4 = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a+b = 8$
 $a, 5, q, b$ are in AP.
 $5 - a = q - 5 = b - q$
 $2q = a + b = 8 \Rightarrow q = 4$
 $5 - a = 4 - 5 = -1 \Rightarrow a = 6$
 $b = 8 - 6 = 2$
 $|q - a| = |4 - 6| = 2$

* 1

Q.60

- | कॉलम I | कॉलम II |
|---|---------|
| (A) माना कि एक त्रिभुज ΔXYZ में कोणों X, Y और Z के सामने की भुजाओं की लम्बाइयाँ क्रमशः a, b और c हैं। माना कि $2(a^2 - b^2) = c^2$ और $\lambda = \frac{\sin(X - Y)}{\sin Z}$ है। यदि $\cos(n\pi\lambda) = 0$ तब n के संभव मान है (हैं) | (P) 1 |
| (B) माना कि एक त्रिभुज ΔXYZ में कोणों X, Y और Z के सामने की भुजाओं की लम्बाइयाँ क्रमशः a, b और c हैं। यदि $1 + \cos 2X - 2\cos 2Y = 2\sin X \sin Y$, तब $\frac{a}{b}$ के संभव मान है (हैं) | (Q) 2 |
| (C) माना कि \mathbb{R}^2 में, मूल बिन्दु O के सापेक्ष $\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}$, $\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j}$ और $\beta\hat{i} + (1 - \beta)\hat{j}$ क्रमशः X, Y और Z के स्थिति सदिश (position vectors) हैं। यदि \vec{OX} और \vec{OY} के न्यून कोण के द्विभाजक से Z की दूरी $\frac{3}{\sqrt{2}}$ हो, तो $ \beta $ का (के) संभव मान है (हैं) | (R) 3 |
| (D) माना कि $F(\alpha)$ उस क्षेत्र के क्षेत्रफल को दर्शाता है जो $x = 0$, $x = 2$, $y^2 = 4x$ और $y = \alpha x - 1 + \alpha x - 2 + \alpha x$, से घिरा है, जहाँ $\alpha \in \{0, 1\}$ है। $\alpha = 0$ और $\alpha = 1$ के लिए $F(\alpha) + \frac{8}{3}\sqrt{2}$ का (के) मान है (हैं) | (S) 5 |
| | (T) 6 |

प्रश्न पत्र समाप्त

$$\frac{dy}{dx} (1+e^y) + ye^y = 1$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{ye^y}{1+e^y} = \frac{1}{1+e^y} \quad x \rightarrow x$$

$$(1+e^y) \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{e^y y}{1+e^y}$$

if $K = e^{\int \frac{e^{u+1}}{1+e^u} du}$ $\text{or } C_0$

$$= e^{\int \frac{1+e^u - e^u}{1+e^u} du}$$

$$= e^{\int 1 - \frac{e^u}{1+e^u} du}$$

$$= e^{x - \ln|1+e^x|}$$

$$(1+e^y) dy = dx - e^y y dy$$

$$e^y \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+e^y}$$

$$\frac{1}{d(1+e^y)} = \frac{A}{d} + \frac{B}{d+1}$$

$$\frac{dx}{(1+e^y)}$$

$$1 = A(d+1) + B(d) = 2d + A$$

$$e^x + \ln|1+e^y| = \ln|e^x|$$

$$= 1+e^y$$

if $1 = 3$

$$2d + A = 1 \Rightarrow A = -1$$

$$y = \frac{x+1}{e^x}$$

$$y(1+e^y) = 1$$

$$y' = \frac{e^x(1+e^y) - (x+1)e^y}{(e^x)^2}$$

$$(1+e^y)y' + y(1+e^y)' = 1$$

$$= \frac{e^x + 1 - x e^x - 1}{(e^x)^2}$$

$$= \frac{1 - x e^x}{e^{2x}}$$

$$\frac{d}{dx} y(1+e^y) = 1$$

$$1 - \frac{e^x(x+3)}{e^{2x}} \Rightarrow y(1+e^y) = x$$

$$e^x(x+3) = 1$$

$$e^x(x+3) = 1$$

$$\frac{e^x(x+3)}{e^x} = \frac{1}{e^x}$$

$x \in (3, \infty)$

$x > 3$
 $x+3 > 6$
 $x > 2$
 $x > \frac{1}{2}$


$3 - \frac{1}{2} \neq$

$1 < x < 2$
 $2 < x+3 < 5$

$e^1 < e^x < 1$
 $\frac{1}{e} < e^x < 1$

$\frac{1}{2} < 0.5 < e^{1/2}$

ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि :

19. ऊपरी मूल पृष्ठ के बुलबुलों को काले बॉल पाइन्ट कलम से काला करें।
20. बुलबुले को पूर्ण रूप से काला करें।
21. बुलबुलों को तभी काला करें जब आपका उत्तर निश्चित हो।
22. बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका यहाँ दर्शाया गया है : 
23. काले किये हुये बुलबुले को मिटाने का कोई तरीका नहीं है।
24. हर खण्ड के प्रारम्भ में दी गयी अंकन योजना में काले किये गये तथा काले न किये गए बुलबुलों को मूल्यांकित करने का तरीका दिया गया है।

परीक्षार्थी का नाम कुलदीप खारडिभा

रोल नम्बर 2043241

I HAVE READ ALL THE INSTRUCTIONS
AND SHALL ABIDE BY THEM

मैंने सभी निदेशों को पढ़ लिया है और मैं उनका
अवश्य पालन करूँगा/करूँगी।

I have verified the identity, name and roll
number of the candidate, and that question
paper and ORS codes are the same

मैंने परीक्षार्थी का परिचय, नाम और रोल नंबर का पूरी
तरह जाँच लिया कि प्रश्न पत्र तथा ओ.आर.एस. कोड
दोनों समान हैं

कुलदीप

Signature of the Candidate
परीक्षार्थी के हस्ताक्षर



Signature of the Invigilator
निरीक्षक के हस्ताक्षर

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

N203

